

# INTERNATIONAL CONFERENCE MATHEMATIC PROBLEMS OF THE TECHNICAL MECHANIC

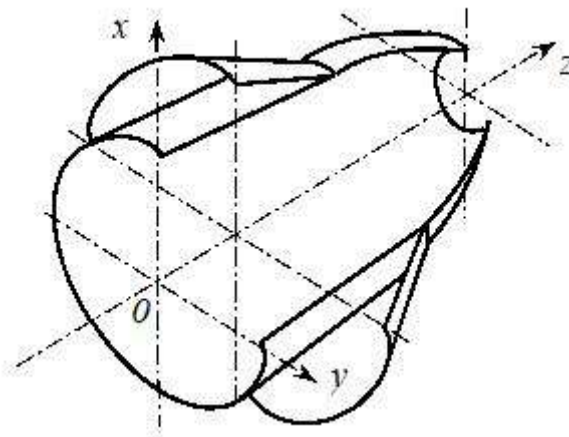
*ANNUAL SCIENTIFIC CONFERENCE  
MPTM 2024*

April 18-19, 22, 2024  
Dnipro, Ukraine

Book of Abstracts  
Part 1

## *МІЖНАРОДНА НАУКОВА КОНФЕРЕНЦІЯ МАТЕМАТИЧНІ ПРОБЛЕМИ ТЕХНІЧНОЇ МЕХАНІКИ – 2024*

Матеріали конференції



Дніпро – 2024

# МАТЕМАТИЧНІ ПРОБЛЕМИ ТЕХНІЧНОЇ МЕХАНІКИ – 2024

## ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ КОМІТЕТ

Голова: Стеблянко П.О.

Заступники голови: Дзюба А.П., Крилова Т.В., Пошивалов В.П.

## ТЕМАТИКА ДОПОВІДЕЙ

1. Механіка деформівного твердого тіла, механіка рідини, газу та плазми.
2. Іноваційні технології в машинобудуванні, металургії, геотехнічній механіці, будівництві та освіті.

## ЗМІСТ

<p style="text-align: center;"><i>Симпозіум</i> (присвячений пам'яті член-кореспондента НАН України <i>В.С. Гудрамовича</i>) Секція <i>Механіка</i> Секція <i>Іноваційні технології</i></p>	<p>сторінка 3 сторінки 21-23 сторінки 97-98</p>
---	---

*В межах першої частини конференції проведено Симпозіуму «Механіка деформівних тіл і конструкцій», пам'яті член-кореспондента НАНУ В.С. Гудрамовича*

*В рамках другої частини конференції (вересень 2024 р.) буде проведено Симпозіум «Механіка суцільного середовища і міцності конструкцій», присвячений 105-ій річниці від дня народження академіка В.І. Моссаковського*

**МАТЕРІАЛИ ПРИЙМАЮТЬСЯ ДО 10 09 2024**

**XXIV МІЖНАРОДНА НАУКОВА КОНФЕРЕНЦІЯ  
“МАТЕМАТИЧНІ ПРОБЛЕМИ ТЕХНІЧНОЇ МЕХАНІКИ – 2024”**

**Частина 1 (квітень 2024)**

*Симпозіум «Механіка деформівних тіл і конструкцій»,  
пам'яті член-кореспондента НАН України В.С. Гудрамовича  
(22 квітня 2024)*

**ЗМІСТ**

1.(52) А.П. Дзюба ТАКИМ МИ ЙОГО ПАМ'ЯТАЄМО (пам'яті член-кореспондента НАН України, доктора технічних наук, професора Вадима Сергійовича Гудрамовича)	4
2(103) В. Т. Грінченко ПАМ'ЯТИ ДРУГА, ПРОФЕСОРА В.С. ГУДРАМОВИЧА	10
3(104) Е.Л. Гарт ПАМ'ЯТИ МОГО ВЧИТЕЛЯ, ПРОФЕСОРА В.С. ГУДРАМОВИЧА	11
4(92) Р. М. Кушнір, Ю. В. Токовий МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ТЕРМОНАПРУЖЕНЬ У ТІЛАХ З БАГАТОШАРОВИМИ ПОКРИТТЯМИ ПЛОСКОПАРАЛЕЛЬНИХ ОБМЕЖУВАЛЬНИХ ПОВЕРХОНЬ	12
5(13) В.П.Пошивалов, Ю.Ф. Данієв ЗАСТОСУВАННЯ ЕКСПЕРТНИХ МЕТОДІВ І НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ЗАЛИШКОВОГО РЕСУРСУ ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ	13
6(51) А.П. Дзюба, В.М. Сіренко МЕТОДОЛОГІЯ ОБґРУНТУВАННЯ ДОСТОВІРНОСТІ РОЗРАХУНКУ МІЦНОСТІ СКЛАДНИХ КОНСТРУКЦІЙ	14
7(80) O.R.Nachkevych, T.V. Kozakevych, T.Wolczanski STRUCTURAL AND RESIDUAL STRESS STATE OF STEEL PLATES SUBJECTED TO THE HEATING OF MOVING HEAT SOURCES	16
8(25) О.П. Круковський, Г.І. Ларіонов, Ю.В. Земляна ДО МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ВЗАЄМОДІЇ ШТАНГИ АНКЕРА З ФІКСУЮЧОЮ СУМІШЮ	16
9(60) P.O. Steblyanko SIMULATION OF THERMOPLASTIC BEHAVIOR OF ELEMENTS OF STRUCTURES DEPENDING ON THE FUNCTIONAL STATE OF THE MATERIAL STRUCTURE	17
10(31) І.В. Добров, А.В. Сьомічев, О.М. Павленко ЗАСТОСУВАННЯ СТРУКТУРНОГО АНАЛІЗУ МЕХАНІЗМІВ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ КІНЕМАТИКИ ВІЛЬНОГО ОБЕРТАННЯ ТВЕРДОГО ТІЛА НАВКОЛО НЕРУХОМОЇ ВЕРТИКАЛЬНОЇ ОСІ	18
11(11) А.Ю.Дреус, А.В. Сохацький, М.В.Ємець ВИЗНАЧЕННЯ АЕРОДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОФІЛЯ КРИЛА З УРАХУВАННЯМ ЕКРАННОГО ЕФЕКТУ ШЛЯХОМ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ	19

**ТАКИМ МИ ЙОГО ПАМ'ЯТАЄМО**

*(пам'яті член-кореспондента НАН України, д-ра техн. наук, професора  
Вадима Сергійовича Гудрамовича)*



12 травня 2023 року пішов з життя відомий учений-механік член-кореспондент НАН України, Лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки, премій НАН України ім. С.П. Тимошенка та ім. М.К. Янгеля, доктор технічних наук, професор **Вадим Сергійович Гудрамович**.

Вадим Сергійович народився 6 липня 1936 року у м. Чапаєвськ Куйбишевської області (Росія). У 1959 р. закінчив з відзнакою фізико-технічний факультет Дніпропетровського державного університету (ДДУ). У 1959-65 рр. працював у КБ «Південне» (у той час ОКБ-586), а з 1966 р. – в Інституті технічної механіки НАН України, де з 1975 р. був завідувачем відділу міцності і надійності конструкцій і водночас (з 1976 р.) професором ДДУ. В 1963 р. вступив до заочної аспірантури ДДУ під науковим керівництвом проф. В.І. Моссаковського.



**Член-кор. НАНУ В.С. Гудрамович один із перших аспірантів  
академіка НАНУ В. І. Моссаковського**

Кандидат технічних наук (1964 р.), старший науковий співробітник (1968 р.), доктор технічних наук за спеціальністю «Проектування, виробництво та випробування літальних апаратів» (1973 р.), професор (1979 р.), член-кореспондент НАН України Відділення механіки за спеціальністю «Механіка» (1995 р.).

Будучи яскравим і талановитим представником та послідовником ідей створеної академіком В.І. Моссаковським наукової школи механіки, Вадим Сергійович завжди приділяв велику увагу підготовці наукових кадрів вищої кваліфікації. Під керівництвом В.С. Гудрамовича захищено 4 докторських та 15 кандидатських дисертацій. Протягом багатьох років Вадим Сергійович був професором кафедри обчислювальної механіки і міцності конструкцій Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара.



**Більше 50 років життя В. С. Гудрамовича  
пов'язано з кафедрою В.І. Моссаковського (фото 2008 р)**

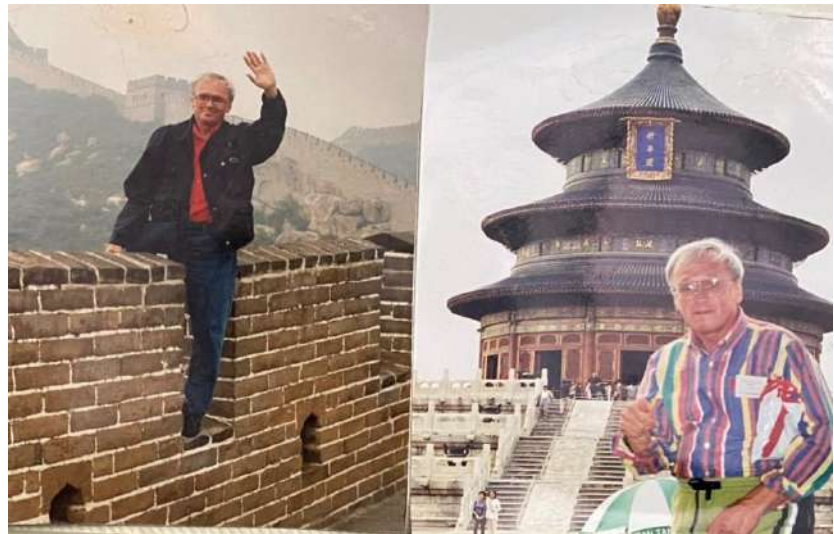
Вадим Сергійович був членом Експертної ради ВАК України з механіки деформівного твердого тіла (2000-2006 рр.), членом докторських спеціалізованих вчених рад із захисту дисертацій у Дніпровському національному університеті імені Олеся Гончара (з 1995 по 2020 р.) та Запорізькому національному технічному університеті (з 2005 по 2020 р.). Він Почесний професор (з 2016 р.) Харбінського технологічного університету (Китай).

Вадиму Сергійовичу Гудрамовичу належать вагомні наукові здобутки в галузі нелінійної механіки, механіки деформівного твердого тіла, механіки контактних взаємодій, динаміки, міцності та стійкості неоднорідних оболонково-стрижневих систем та їх застосування до вирішення актуальних проблем створення ефективних конструкцій ракетно-космічної техніки, енергетики, транспорту, антенно-хвильових систем, обладнання нафтогазової промисловості. Вадим Сергійович розробив математичні моделі нелінійного деформування і критичних станів, ефективні методи розрахунку та нормативи міцності складних оболонково-стрижневих систем з пружно-в'язко-пластичними властивостями, що мають геометричні недосконалості, дефекти і пошкодження різної фізичної природи в екстремальних умовах експлуатації.

Під керівництвом В.С. Гудрамовича та за його безпосередньої участі створено оптимальні системи антенно-хвильової техніки, сонячної енергетики, розроблено

безвідходні енергозберігаючі технології їх виготовлення, досліджено їх міцність та оптику, виготовлено різні типи сучасних антен, хвилеводів, концентраторів сонячної енергії, що використовуються в ракетно-космічній техніці, космічному зв'язку, енергетиці.

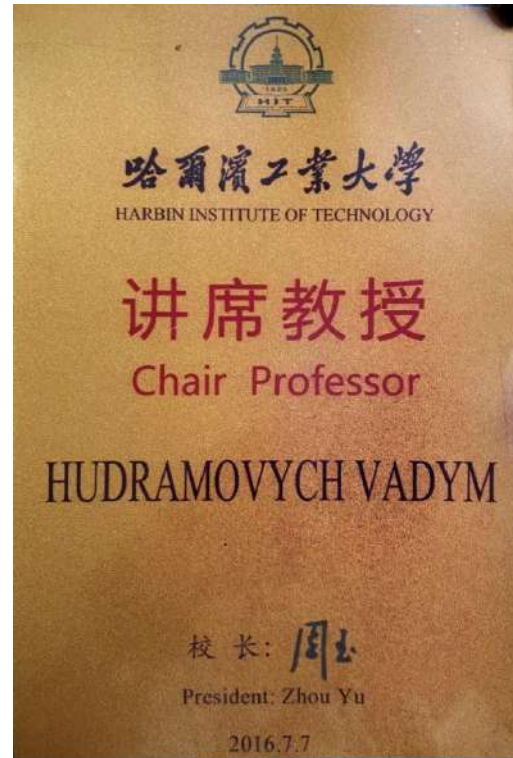
В.С. Гудрамович є автором понад 450 наукових публікацій і винаходів, серед них 12 монографій, 2 Держстандарти, 7 авторських свідоцтв та патентів на винахід, понад 200 статей, з яких більше 30 англійською мовою в провідних іноземних журналах, що входять до наукометричних баз даних (Scopus та ін.). Виступав з доповідями більше, ніж на 180 міжнародних науково-технічних конференцій з механіки та був членом більше, ніж 50 їх Організаційних комітетів. Виступав також з лекціями і доповідями в наукових центрах Італії, Китаю, Німеччини, Нідерландів, Польщі, Росії, Словенії, Туркменістану, Чехії та ін.



### В Китаї за персональним запрошенням



### На конференції у Львові



**Вручення Диплому Почесного професора  
Харбінського технологічного університету**



**На Хортиці (м. Запоріжжя)**



#### **У нашому Криму (м. Ялта)**

Він був членом Секретаріату Національного комітету України з теоретичної і прикладної механіки (з 1993 р.); членом Правління і співголовою комісії з фізико-математичних проблем механіки руйнування Українського товариства з механіки руйнування матеріалів (з 1993 р.); Наукової ради «Механіка деформівного твердого тіла» при Відділенні механіки НАН України (1995 р.); керівником міжвузівського семінару при Придніпровському науковому центрі НАН України і МОН України «Проблеми механіки деформованих тіл і конструкцій»; членом експертних комісій з оцінювання роботи інститутів НАНУ; членом редколегій 4-х наукових фахових журналів з механіки: «Технічна механіка», збірника наукових праць «Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій», що індексуються у міжнародній наукометричній базі даних Index Copernicus; журналу «Russian Aeronautics» (Видавництво «Allerton Press, Inc», USA) (з 2013 р.); журналу «International Journal of Mathematical Physics» (Singapore) (з 2018 р.).

Діяльність В.С. Гудрамовича відзначена багатьма нагородами: Орденом Дружби народів (1990 р.), медаллю М.К. Янгеля Федерації космонавтики СРСР (1986 р.) за великий особистий внесок у розвиток вітчизняної техніки; медаллю Ю.В. Кондратюка Федерації космонавтики України, Почесною та Пам'ятною медалями «Академік Володимир Моссаковський» (2007 р., 2019 р.); Почесним знаком Президії НАН України «За наукові досягнення» (2008 р.); Почесним знаком Міністерства освіти і науки України «Відмінник освіти» (1998 р.); Медаллю «За заслуги» ДП «КБ «Південне» (2021 р.); Подякою Придніпровського наукового центру НАН України і МОН України (2021 р.) та ін. Він був лауреатом Державної премії України в галузі науки і техніки (1997 р.), премій НАН України ім. С.П. Тимошенка (2004 р.) та ім. М.К. Янгеля (1997 р.) за цикл праць «Процеси деформування матеріалів та граничні стани елементів конструкцій в умовах складного навантаження» та «Розробка експериментально-теоретичних методів та дослідження довговічності об'єктів ракетно-космічної техніки».





**На відпочинку серед друзів (Дніпро)  
Такі фото вже неможливо повторити**

Вадим Сергійович до останніх днів свого життя активно працював. Він не мислив свого життя без праці, без науки. Завжди допомагав своїм учням і колегам. Його відрізняло принциповість, тонке відчуття справедливості, багатогранна ерудиція та енциклопедичність знань. Вадим Сергійович був дуже яскравою, інтелігентною, щирою і глибоко порядною людиною. Пам'ять про Вадима Сергійовича Гудрамовича назавжди залишиться в наших серцях.

Матеріали про наукову діяльність чл.-кор. НАН України, професора В. С. Гудрамовича увійшли до таких видань:

- «Творці української науки». Серія: Технічні науки, том. 2. Розділ 3: Машинознавство та механіка. - С. 93-98. - К. : Видавництво «Анавіт», 2021. 152 с.
- Вісник НАН України. 2016. № 7. С. 81.
- Відділення механіки НАН України. Історико-біографічний довідник. С. 173-174. К.: Академперіодика, 2015. 270 с.
- Енциклопедія сучасної України, том. 6. Го–Гю. К., 2006. С. 590–591.
- Славетне сузір'я окрилених університетом: нариси. ДНУ, 2008. С. 70-74.
- Професори Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара, Дніпро: Ліра, 2018. С. 82–83.
- Вісник Дніпровського університету. Сер.: Механіка неоднорідних структур. 2016. Вип. 1(20). С. 118–120.
- Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: зб. наук. праць. 2023. Вип. 36. С. 142–144.

***Матеріали доповіді проф. А.П. Дзюби на МНК  
«Математичні проблеми технічної механіки -2024»  
Симпозіум пам'яті В.С. Гудрамовича.***

**ПАМ'ЯТІ ДРУГА, ПРОФЕСОРА В.С. ГУДРАМОВИЧА****В. Т. Грінченко***Інститут гідромеханіки НАНУ, Київ, Україна  
(зі стенограми виступу на Симпозіумі)*

Вадим Сергійович Гудрамович, доктор технічних наук, професор, член-кореспондент НАН України є відомим вченим у галузі проблем нелінійної механіки, механіки деформівного твердого тіла, динаміки і міцності конструкцій, лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки, премій НАН України ім. С.П. Тимошенка й ім. М.К. Янгеля, який усе своє життя присвятив служінню науці. Майже півстоліття він працював завідувачем відділу міцності і надійності конструкцій Інституту технічної механіки НАН України і ДКА України і, водночас, професором Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара.

Мій друг, Вадим Гудрамович, закінчив навчання на фізико-технічному факультеті Дніпропетровського державного університету у 1959 році. Практично одночасно зі мною. Це був особливий період у розвитку механіки. У той час активно працювали такі особистості як О. А. Іллюшин, А.О. Володін, Ю.М. Работнов та ін. У той час ще був певний набір класичних задач, які породжували, навіть, задрість. Настільки все красиво було зроблено. Однією з таких задач була задача, розв'язана В.І. Моссаковським. Це контактна задача. Дуже яскраве, красиве розв'язання цієї задачі. І мені здається, що ця обставина справила враження і на Вадима. Тому контактні задачі, задачі контактної взаємодії, хоча вже і прочитані, з практичної точки зору потреб ДКБ «Південне», де, до речі, Вадим працював після закінчення університету, пов'язані з потребами його внутрішнього світу як механіка. Коли він вважав, що та чи інша задача цікава з точки зору розвитку механіки, обговорення цих задач завжди було дуже для мене цікавим. Особливо цікавим є у цих задачах проблема контактної взаємодії оболонки з різними ребрами, з підкріпленнями. Я пам'ятаю надзвичайно цікаву дискусію про те, чи є відставання, чи нема відставання. Це відбувалось на різних конференціях, і кожний намагався якісь експеримент продемонструвати, оскільки у рамках теорії оболонки нема таких рівнянь, які використовувались для них. Така ситуація була дуже цікава: з'ясувати, чи виникають там зосереджені сили на кінцях інтервалу. Обговорення цих проблем з Вадимом було дуже цікавим і змістовним.

Мені здається, що я і сам маю таку можливість сказати, що якимось так склалося життя, що завжди знаходиться момент, коли для себе вирішував: все, досить; це коло проблем більш-менш вже зрозумів, що треба зайнятися чимось новим. У цьому розумінні Вадим був людиною динамічною. Особливо сильно він захопився останнім часом системами антенно-хвилеводної техніки та сонячної енергетики. Я пам'ятаю, що на конференції у Львові ми з ним провели пару годин за дискусією. Він мені розповідав про свої здобутки у цьому напрямку, які він досяг з точки зору обробки поверхні, гладкості її обробки.

Чим цікава наука? Наскільки вірною є теза, що наукою неможна займатися тільки у робочий час. Якщо ви почали нею займатися, то наука повністю поглинає ваше життя. У цьому розумінні, коли згадуємо Вадима, це був істинний вчений, який завжди, у кожен момент був налаштованим на те, щоб обговорити якісь новий результат, поговорити про постановку нової проблеми.

Надзвичайно довге спілкування з Вадимом Гудрамовичем надало мені, як я сподіваюсь, досить глибоке розуміння його особистості. З моєї точки зору, згадуючи Вадима сьогодні, відчуваємо певну емоційну теплоту.

## ПАМ'ЯТІ МОГО ВЧИТЕЛЯ, ПРОФЕСОРА В.С. ГУДРАМОВИЧА

Е.Л. Гарт

*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара*

Сьогодні ми вшановуємо пам'ять видатного вченого-механіка, друга, товариша, Вчителя, для багатьох із нас – це дорога людина, член-кореспондент НАН України, Вадим Сергійович Гудрамович. Скоро буде рік, як пішов з життя Вадим Сергійович Гудрамович (06.07.1936–12.05.2023). Людина-легенда, людина-епоха... Людина харизматична, неординарна, яскрава... Вадим Сергійович був інтелігентною, ерудованою, щирою і глибоко порядною людиною, енциклопедичних знань. Це була Людина з великої літери, з великою душею і великим серцем.

До останніх днів свого життя Вадим Сергійович активно працював, до речі, над статтею до вшанування пам'яті з нагоди 145-річчя Степана Прокоповича Тимошенка. До таких подій Вадим Сергійович завжди ставився з особливою увагою і пошаною. Залишились незакінченими його рукописи, обірвані рядки останньої в його житті статті, написані його убористим почерком... Він не мислив свого життя без праці, без її Величності Науки, якій вірою і правдою служив усе своє життя.

Вадим Сергійович завжди допомагав своїм учням і колегам: будь то дружня порада в обговоренні наукових питань, або вирішення життєвих проблем. Він завжди ставився до будь-яких питань із душею. У моєму становленні, як вченої, Вадим Сергійович відіграв ключову роль. За це я йому безмежно вдячна, і буду пам'ятати усе своє життя його особливе ставлення до мене. Спілкування з цією неординарною, харизматичною особистістю завжди було цікавим, іноді навіть зворушливим... Пройшов майже рік, як Вадима Сергійовича немає серед нас, але дуже часто спливають спогади... Багато спільних подорожей, участь у багатьох наукових конференціях, багато спільних публікацій, обговорення нових ідей, іноді дуже гарячі, емоційні дискусії, але все це на благо істини, науки.

Вадим Сергійович завжди приділяв велику увагу підготовці наукових кадрів вищої кваліфікації, будучи яскравим і талановитим представником школи механіки, створеної академіком В.І. Моссаковським (був першим аспірантом Володимира Івановича, послідовником його ідей). Під керівництвом чл.-кор. НАН України, професора В.С. Гудрамовича захищено 15 кандидатів і 4 доктори наук. Мені пощастило бути ученицею Вадима Сергійовича, однією із чотирьох підготовлених ним докторів наук.

Вадим Сергійович прожив довге, насичене, яскраве життя. У нього було багато різноманітних захоплень: класична музика і джаз, шахи і заняття спортом, література, особливо, поезія, живопис і мистецтво, фотографування (на мій погляд, без перебільшення, на рівні фотохудожника), подорожі, спілкування з цікавими людьми й заняття наукою. Це ще далеко не весь спектр його інтересів. Слід особливо відмітити, що для Вадима Сергійовича такі поняття як чесність, доброчесність, порядність були завжди на першому місці. Він ніколи не боявся висловлювати свої думки і відстоювати свої погляди й переконання. У нього, як писав класик: *«У людини має бути все*

*прекрасно: і обличчя, і одяг, і душа, і думки*». Таким був Вадим Сергійович. Таким ми його запам'ятали.

Мною написана стаття, присвячена пам'яті Вадима Сергійовича Гудрамовича [6]. Бібліографічна інформація про В.С. Гудрамовича, зокрема, міститься у [1–9].

Одна із улюблених фраз, яку Вадим Сергійович часто повторював: *"Поснішайте робити людям добро"*, залишається нам як його завіт. Як його особисте правило життя.

Масштаб такої особистості важко собі уявити. Наука, якій Вадим Сергійович був нескінченно відданий до останнього подиху, і усі ми, хто його добре знав, зазнали непоправної втрати. Світла пам'ять про Вадима Сергійовича Гудрамовича назавжди залишиться у наших серцях...

### Література

1. Відділення механіки НАН України. Історико-біографічний довідник. – К.: Академперіодика, 2015. – 343 с. – С. 173–174.
2. Вісник НАН України. – 2006. – №7. – С. 60–61. <https://visnyk-nanu.org.ua/ojs/index.php/v/article/view/3577/3595>
3. Вісник ДНУ. Сер. Механіка. – 2011. – Вип. 15. – Т. 2. – 280 с. – С. 3–4.
4. Енциклопедія сучасної України. Т. 6: «Го» – «Гю». – К.: Інститут енциклопедичних досліджень НАН України, 2006. – 712 с. – С. 590–591. <https://esu.com.ua/volume-6&pn=69> ; <https://esu.com.ua/article-24500>
5. Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: зб. наук. праць. – 2023. – Вип. 36. – 148 с. – С. 142–144. <https://pommk.dp.ua/index.php/journal/article/view/579/577>
6. Професори ДНУ: Біобібліограф. Довідник. – Д. : Вид-во ДНУ, 2008. – 596 с. – С. 117–119. <https://www.dnu.dp.ua/docs/dnu/profesorSDnu.pdf>
7. Славне сузір'я окрилених Університетом. – Д.: Вид-во ДНУ, 2008. – 400 с. – С. 70–74.
8. Творці української науки. Сер. Технічні науки. – К. : Вид-во «Анавіт», 2021. – 152 с. – Т. 2. Розділ 3. Машинознавство та механіка. – С. 93–98.
9. Хто є хто в Україні. – К.: УАНПП «Фенікс», 2000. – С. 116.

### МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ТЕРМОНАПРУЖЕНЬ У ТІЛАХ З БАГАТОШАРОВИМИ ПОКРИТТЯМИ ПЛОСКОПАРАЛЕЛЬНИХ ОБМЕЖУВАЛЬНИХ ПОВЕРХОНЬ

Р. М. Кушнір, Ю. В. Токовий

*Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача  
НАН України*

Створення й удосконалення елементів нової техніки та пов'язані з цим розробка і запровадження новітніх технологій виготовлення матеріалів з покращеними властивостями потребують виконання комплексних фундаментальних досліджень щодо вивчення термомеханічних процесів в багатокомпонентних тілах за комплексних термосилових навантажень з урахуванням широкого спектру експлуатаційних та конструкційних факторів, зокрема, анізотропії, неоднорідності та термочутливості матеріалів, а також взаємодії конструктивних елементів різної геометрії. **Значною мірою** це стосується розвитку технологій створення функціонально-градієнтних

матеріалів з контрольованими на етапі виготовлення профілями розподілів фазових компонент в межах виробу, які можуть мати регульовану теплопровідність, термомодеформативність і термоміцність в екстремальних умовах експлуатації, що є вкрай важливим для створення елементів електронної та космічної техніки, гіперзвукової авіації, захисних систем ядерної і хімічної енергетики, технічного устаткування широкого призначення. Тому проблема встановлення оптимальних за цільовими показниками критеріїв для виготовлення функціональних матеріалів з метою забезпечення потрібних експлуатаційних показників елементів сучасної техніки, приладів та конструкцій набуває визначальної важливості.

Розвиток методів дослідження термомеханічної поведінки неоднорідних тіл та тіл з покриттями пов'язаний зі значними труднощами, що викликані насамперед потребою розв'язання ключових диференціальних рівнянь відповідних задач термомеханіки зі змінними коефіцієнтами. Відомі на сьогодні методи не можуть задовольнити сучасні потреби у даній галузі, основною з яких є визначення оптимального розподілу характеристик матеріалів для забезпечення тих чи інших функціональних показників конструкції в цілому, а також оптимальне керування їх термонапруженим станом. З цієї точки зору визначення термонапруженого стану не є кінцевою метою досліджень, а лише проміжним етапом, який повинен надати для подальшого застосування зручний для аналізу аналітичний розв'язок прямої задачі, що точно задовольняє заданим умовам, базовим принципам та моделям механіки деформівного твердого тіла і має форму явної функціональної залежності від факторів навантаження та характеристик матеріалу.

У доповіді наведено підхід до побудови розв'язків плоских задач термопружності для неоднорідних багаточарових тіл. За допомогою безпосереднього інтегрування рівнянь рівноваги встановлено співвідношення між компонентами тензора напружень, з використанням яких рівняння суцільності в напруженнях зведено до ключових рівнянь для визначальних компонент напружень. У той же спосіб крайові умови, задані на межі тіла для відповідних компонент тензора напружень, зведені до системи крайових та інтегральних умов для визначальних напружень. Із застосуванням відповідного інтегрального перетворення, отримані ключові рівняння зводяться до інтегральних рівнянь Вольтерри, для розв'язання яких застосовується метод резольвентних ядер.

*Роботу виконано за часткової фінансової підтримки за спільним Українсько-Польським науково-дослідним проектом «Ідентифікація термомеханічних параметрів неоднорідних композитних матеріалів та захисних покриттів» у 2023 – 2024 рр.*

## **ЗАСТОСУВАННЯ ЕКСПЕРТНИХ МЕТОДІВ І НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ЗАЛИШКОВОГО РЕСУРСУ ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ**

**В.П.Пошивалов, Ю.Ф. Данієв**

*Інститут технічної механіки НАН України и ДКА України*

При оцінці залишкового ресурсу технічних об'єктів використовуються різні математичні методи, а саме імовірнісні, параметричні, кореляційний та регресійний аналіз, факторний аналіз, байєсовські мережі, за несучою здатністю, експертні, із

застосуванням кінетичної теорії міцності твердих тіл, за швидкістю корозії, за циклічним навантаженням тощо [1].

Методи експертних оцінок, засновані на знаннях фахівців та накопиченому ними досвіді є важливим інструментом визначення загальних тенденцій розвитку параметрів та технічного рівня складних технічних систем.

У роботі проведено порівняльний аналіз використання експертної системи, що базується на базі знань, з експертною системою, що базується на нейронній мережі, для визначення залишкового ресурсу технічних об'єктів. Для побудови залежності між вхідними параметрами та залишковим ресурсом пропонується використовувати експертні методи та нейронні мережі (НМ) [2]. При цьому дані, які використовуються для оцінки залишкового ресурсу, можуть базуватися як на експертних оцінках, так і бути отримані в результаті технічного діагностування технічного об'єкта.

Застосування нейронної мережі для оцінки залишкового ресурсу забезпечує такі її властивості:

- здатність до узагальнення різнорідних даних, які впливають на стан несучої здатності конструкції об'єкта;
- нейронна мережа, побудована із сполук нелінійних нейронів, сама є нелінійною (нелінійність є важливою властивістю, оскільки вхідний сигнал, що подається в НМ, у разі визначення залишкового ресурсу є також нелінійним);
- відображення вхідної інформації у вихідну.

Задача визначення залишкового ресурсу за даними вимірів та експертних оцінок може бути сформульована як задача апроксимації функції багатьох змінних. Ці змінні є вхідними параметрами для побудови нейронної мережі. Змінні включають дані отримані при проведенні технічного діагностування в процесі експлуатації (перевищення параметрів, зміна середовища, динамічні навантаження) і зовнішніми факторами. Далі будується деяке відображення таким чином, щоб на кожен можливий вхідний образ, формується вихідний, який характеризує залишковий ресурс технічного об'єкту. В роботі також показано, що підвищувати надійність технічних об'єктів можна при використанні комп'ютерних технологій, зокрема, інтелектуальних систем.

1. Пошивалов В.П. О методологии прогнозирования ресурса конструкций на этапе проектирования с использованием вероятностных подходов / В. П. Пошивалов, Ю. Ф. Даниев, Л. В. Резниченко, И. И. Телегина / Математичні проблеми технічної механіки – 2018 : Межд. наук. конф., квітень, 2018, Дніпро, Україна : мат. конф. – Київ, Черкаси, Кам'янське, 2018. – С. 31.

2.Kriesel D. A brief introduction to Neural Networks [Электронный ресурс], 2007. 286 p. [[http://www.dkriesel.com/en/science/neural\\_networks](http://www.dkriesel.com/en/science/neural_networks)].

## **МЕТОДОЛОГІЯ ОБҐРУНТУВАННЯ ДОСТОВІРНОСТІ РОЗРАХУНКУ МІЦНОСТІ СКЛАДНИХ КОНСТРУКЦІЙ**

**А. П. Дзюба<sup>1,2</sup>, В. М. Сіренко<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара*

<sup>2</sup>*ДП «Конструкторське бюро «Південне» ім. М.К. Янгеля»*

Подана робота направлена на розробку методології забезпечення достовірності результатів розрахунку міцності та прогнозування несучої здатності неоднорідних

оболонкових конструкцій сучасного машинобудування, зокрема елементів ракетно-космічної техніки, баків, сухих відсіків ракет-носіїв та ін. Актуальність вирішення цієї проблема обумовлена наявністю певної розбіжності результатів розрахунку та даних відповідних руйнівних випробувань реальних об'єктів.

У зв'язку з цим, на завершальній стадії розробки складних конструкцій перевірка достовірності розрахункових параметрів міцнісної надійності здійснюється шляхом проведення досить високовартісних руйнуючих натурних випробувань створюваних фрагментів і (або) усієї конструкції, або введенням завищених коефіцієнтів запасу міцності. Це суттєво підвищує витрати матеріалу та вартість розробки таких виробів і знижує їх конкурентоздатність на ринку послуг ракетно-космічної техніки.

Слід звернути увагу, що вхідні дані для числового аналізу приймаються у відповідності з проектними. Реальні ж їх значення після виготовлення конструкції (геометричні розміри, значення фізико-механічних характеристик, параметри зовнішніх навантажень, умови закріплення та ін.), можуть мати певні відхилення від прийнятих в розрахунках. Ці дані встановлюються вимірюванням на вже виготовленій натурній конструкції.

Контроль впливу відхилень вхідних розрахункових і реально існуючих параметрів здійснюється в роботі шляхом системного інтерактивного комп'ютерного моделювання із залученням методів теорії чутливості для оцінки залежності результатів розрахунку від зміни вхідних параметрів та проведення порівняльного аналізу з даними паралельного неруйнівного випробування реального об'єкта (в пружній області) з використанням засобів вимірювання деформацій та напружень або методів голографічної інтерферометрії.

При досягненні гранично припустимих значень параметрів пружного неруйнівного деформування, навантаження на реальну конструкцію зупиняється і далі проводиться порівняння напружень, обчислених за декількома вибраними критеріями в найбільш небезпечних (де і встановлюються вимірювальні пристрої) точках. За цими результатами обирається критерій з найбільш близькими до даних неруйнівних випробувань показниками.

За наявності неприпустимих відхилень результатів розрахунку і неруйнівних випробувань, проводиться виявлення причин неточностей в розрахунку та внесення відповідних коректив до значень вхідних параметрів та відповідного числового моделювання напружено-деформованого стану конструкцій.

За межами пружності (при нелінійному моделюванні) подальше досягнення критичного стану і віртуального руйнування проводиться лише у вигляді комп'ютерного моделювання.

Таким чином, в роботі побудована методика моделювання впливу можливих відхилень вхідних даних від своїх номінальних значень на відхилення основних параметрів результатів обчислень.

Застосування підходу дозволяє встановити контроль за величиною накопиченої похибки у вигляді кількісних показників відхилень (розкиду) результатів розрахунку від технологічних відхилень вхідних даних та визначити їх граничні допуски, зокрема, і тих, які вносяться в конструкцію при її виготовленні, і, як наслідок, в розрахунках не враховані.

Результати досліджень можуть бути використані для внесення коректив у проектні та розрахункові дані для підвищення достовірності результатів розрахунку несучої здатності з метою відмови від проведення або для зменшення обсягу високовартісних руйнівних випробувань.

## STRUCTURAL AND RESIDUAL STRESS STATE OF STEEL PLATES SUBJECTED TO THE HEATING OF MOVING HEAT SOURCES

<sup>1</sup> Hachkevych O.R., <sup>1</sup> Kozakevych T.V., <sup>2</sup> Wolczanski T.

<sup>1</sup> *Institute of Applied Problems of Mechanics and Mathematics, NAS of Ukraine (Ukraine),*

<sup>2</sup> *Opole University of Technology (Poland)*

A variant of method for definition and optimization of residual phase distribution and stress state of thin plates made of low carbon low alloy steels, subjected to local heating by moving distributed heat sources (with several localization centers) to temperatures of complete austenization of the steel in the heat-affected zone and subsequent monotonic cooling, is proposed. The technique based on the well-known model describing the phase composition and the residual stresses caused by it in low-carbon low-alloy steel solids during their monotonic cooling (from a high-temperature initial state with a complete austenization zone) adapted to the class of considered problems.

A method of parametric optimization of the characteristics of moving distributed heat sources (with one and several centers of localization) relative to the percentage of martensite (according to the criterion of the minimum of the maximum content of martensite) while reducing the level of residual stresses has been developed.

## ДО МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ВЗАЄМОДІЇ ШТАНГИ АНКЕРА З ФІКСУЮЧОЮ СУМІШЮ

О.П. Круковський, Г.І. Ларіонов, Ю.В. Земляна

*Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України*

Анкерне кріплення підземних споруд стає дедалі поширеним та сучасним видом кріплення. Цьому сприяє низька собівартість на низька металоємність. Сучасні методи розрахунку систем анкерного кріплення базуються на широкому застосуванні методів моделювання. Математичне моделювання (ММ) вигідно відрізняється серед них своєю зручністю та доступністю, завдяки широкому розповсюдженню комп'ютерних систем. Проте основною складовою ММ є вибір математичної моделі. Найбільшого поширення набули чисельні методи засновані на методі скінчених елементів (МСЕ). Добре розроблений інтерфейс сучасних пакетів заснованих на МСЕ методах сприяє їх широкому розповсюдженню. Проте аналіз отриманих масивів чисельних даних має свої особливості. Так графічне зображення залежності параметрів напружено деформованого стану у околі виробки від конструктивних параметрів кріплення обмежений дво та трьох вимірними зображеннями. Наочність таких зображень дозволяє виконувати та використовувати його для рекомендацій та висновків стосовно проектів кріплення. Оскільки множина таких параметрів може бути значною, то і процедура аналізу важливості впливу на напружено деформований стан у околі закріпленої виробки не є простою. А якщо знайти таку ММ яка би була більш простою



і дозволяла отримувати розв'язки не чисельними процедурами, а отримувати їх у вигляді аналітичних формул.

Виявилось, що узагальнена задача М.Є Жуковського не тільки відповідає процесам і умовам роботи металополімерного анкера зафіксованому у гірську породу, але й дозволяє отримувати аналітичний зв'язок між параметрами напружено деформованого стану та конструктивними його параметрами. ММ яка покладена в основу цієї задачі і має аналітичний розв'язок полягає у схожості взаємодії металополімерного анкера з гірською породою до взаємодії анкера через проміжну втулку з навколишнім середовищем. Модифікація цієї моделі до потреб математичного моделювання та розрахунку кріплення гірничої виробки металополімерними анкерами дозволила з успіхом використовувати її для практичних потреб.

Проте при детальному вивченні моделі з'ясувалась необхідність врахування особливостей взаємодії на контактах в системі «анкерна штанга – фіксуєча суміш – гірська порода». До тепер у якості коефіцієнтів пропорційності у виразах переміщень від сил, які діють на фіксуєчу суміш як від гвинтоподібних виступів на анкерній штанзі, так і на контакт з гірською породою приймалися переміщення на вказаних контактах від розтягу. Проте поглиблений аналіз взаємодії фіксуєчої суміші з анкерною штангою дозволив врахувати більш складний механізм їх визначення. До причин такого рішення призвів аналіз величин переміщень, які отримувала анкерна штанга за висмикування її з гірського масиву. Так переміщення за проведеними експериментами виявились значно більшими пружних зміщень.

Тому, враховуючи незначну товщину шару фіксуєчої суміші запропоновано для визначення коефіцієнтів контактної взаємодії враховувати не лише процес деформації від дії сил розтягу та перерізучих сил, але й врахувати в'язко пружні процеси, що протікають за деформації високомолекулярного матеріалу фіксуєчої суміші.

Порівняння результатів розподілення сил взаємодії в системі «анкерна штанга – фіксуєча суміш – гірська порода» отриманих за запропонованою моделлю та отриманих МСЕ методом показало незначну різницю результатів, що дозволило зробити висновок про правильність вказаного підходу.

## **SIMULATION OF THERMOPLASTIC BEHAVIOR OF ELEMENTS OF STRUCTURES DEPENDING ON THE FUNCTIONAL STATE OF THE MATERIAL STRUCTURE**

**P.O. Steblyanko**

*S.P. Tymoshenko Institute of Mechanics of the NAS of Ukraine*

The fundamental problem, the solution of which is aimed at the report, consists in a comprehensive study and guaranteeing the strength of the elements of machine-building structures operating under conditions of significant electromagnetic, thermal and power loads. A specific fundamental task within the framework of the general problem, the solution of which is envisaged in the project, is related to the creation of a coordinated system of methods of increased accuracy for researching the thermal strength of structural elements made of new functionally heterogeneous composite materials based on taking into account electromagnetic, thermal and micromechanical effects.

## ЗАСТОСУВАННЯ СТРУКТУРНОГО АНАЛІЗУ МЕХАНІЗМІВ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ КІНЕМАТИКИ ВІЛЬНОГО ОБЕРТАННЯ ТВЕРДОГО ТІЛА НАВКОЛО НЕРУХОМОЇ ВЕРТИКАЛЬНОЇ ОСІ

І.В. Добров, А.В. Сьомічев, О.М. Павленко

*Мелітопольський державний педагогічний університет ім. Богдана Хмельницького,  
Український державний університет науки і технологій*

Виконані теоретичні та експериментальні дослідження рівномірного вільного обертання твердого симетричного тіла в горизонтальній площині навколо нерухомої вертикальної осі, яка зміщена відносно центру мас твердого тіла.

Теоретичні дослідження базуються на структурному аналізі двох механізмів. Перший механізм забезпечує умови для вільного обертання твердого тіла у вигляді диска, з'єднаного з горизонтальним стрижнем за допомогою шарніру, а сам горизонтальний стрижень є одним цілим з вертикальним валом, який за допомогою шарніру з'єднаний з нерухомою горизонтальною основою і ступень вільності ( $w$ ) диску щодо нерухомої основи складає

$$w = 3 \cdot n - 2 \cdot p_1 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 = 2, \quad (1)$$

де  $n$  - число рухомих ланок механізму;  $p_1$  - число пар першого роду, до яких належать два кінематичних шарніру.

З формули (1) слідує, що вільний диск має можливість здійснювати у горизонтальній площині при будь-якому обертанні вертикального валу два незалежних рухи відносно нерухомої основи, до яких можливо віднести обертання центру мас диска навколо нерухомої основи з кутовою швидкістю вертикального валу, а також обертання диску навколо свого центру мас.

Другий механізм у вигляді однієї ланки (нерухомо з'єднаних один з одним вертикальний вал, горизонтальний стрижень і диск) та однієї кінематичної пари першого роду (шарніру) між вертикальним валом та нерухомою горизонтальною основою забезпечує ступень вільності диску

$$w = 3 \cdot n - 2 \cdot p_1 = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 1. \quad (2)$$

З (2) слідує, що нерухомий відносно горизонтального стрижня диск має тільки одну можливість руху відносно нерухомої основи, а саме обертання з кутовою швидкістю обертання вертикального валу.

Експериментальні дослідження базуються на використанні цифрової кінокамери, яка розташована зверху осі обертання вертикального валу і здійснює кінозйомку процесу обертання двох дисків на горизонтальному стрижні, закріпленому нерухомо відносно вертикального валу, коли один з цих дисків нерухомо закріплений на горизонтальному стрижні, а інший має можливість вільно обертатися відносно горизонтального стрижня. Використання будь якого монітору сучасних комп'ютерів дозволяє відтворювати результати кінозйомки в режимі он-лайн, або у уповільненому трансляванні результатів кінозйомки з використання її зупинки в бідь-який момент обертання вертикального валу для порівняння результатів обертання як нерухомого, так і вільно встановлених дисків на горизонтальному стрижні. Отримані результати

експериментальних досліджень підтверджують результати виконаних теоретичних досліджень.

## **ВИЗНАЧЕННЯ АЕРОДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОФІЛЯ КРИЛА З УРАХУВАННЯМ ЕКРАННОГО ЕФЕКТУ ШЛЯХОМ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ**

**Дреус<sup>1</sup> А.Ю., Сохацький<sup>2</sup> А.В., Ємець<sup>1</sup> М.В.**

*<sup>1</sup>Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, Дніпро, Україна*

*<sup>2</sup>Університет митної справи та фінансів, Дніпро, Україна*

Тенденції розвитку сучасних транспортних систем свідчать про стрімке зростання безпілотних апаратів і технологій. Події у війні, яку розв'язала росія проти України, показали безальтернативність впровадження безпілотних технологій в умовах сучасного бою. У Дніпровському національному університеті імені Олеся Гончара в рамках науково-дослідного проекту, що фінансується Національним фондом досліджень України, розробляється концепт високошвидкісного надводного літального апарату з екранним ефектом. Особливості призначення такого апарату накладають певні умови на аеродинамічні характеристики. У представленій роботі узагальнено відомі результати з дослідження аеродинаміки профілю крила, що рухається поблизу водної поверхні. Слід зазначити, що особливу увагу викликає задача польоту над профільованою поверхнею, оскільки в цьому випадку виникають проблеми забезпечення стійкості руху транспортного апарату, як в поздовжньому так і в поперечному каналах.

Проведений огляд експериментальних підходів до моделювання аеродинаміки наземних транспортних апаратів типу екраноплан вказує на необхідність подальшої розробки методів для забезпечення кінематичної та динамічної подібності фізичних процесів. На сьогодні відомі експериментальні методи в аеродинамічних трубах не задовольняють адекватної подібності фізичних процесів моделі та реальному русі. Попередні дослідження в цьому напрямі проводились без урахування динаміки руху водної поверхні та її властивостей.

Моделювання турбулентних рухів повітряних мас є фундаментальною проблемою як теоретичної фізики так і практичної аеродинаміки. Відсутність універсальної теорії опису турбулентних течій створює проблеми з визначенням аеродинамічних навантажень. Це питання є одним із ключових моментів при проектуванні високошвидкісних транспортних засобів, оскільки при високих швидкостях руху тільки на подолання опору повітря може припадати до 90% загальних енергетичних витрат. Таким чином необхідні фундаментальні дослідження в аеродинаміці високошвидкісного транспорту.

Основною складністю при використанні числових методів для визначення аеродинамічних характеристик різного роду тіл, в тім числі транспортних засобів є проблема опису турбулентності, як фізичного явища. Сучасні комп'ютери дозволяють застосовувати певні моделі турбулентності для розрахунку процесів аеродинаміки літальних апаратів. Проте, використання складних моделей типу DNS, LES, RANS не завжди може бути коректним, особливо на початкових етапах досліджень. Відсутність універсальних моделей турбулентності та потреба в значних обчислювальних ресурсах обмежують використання сучасних моделей аеродинаміки на основі в'язкої рідини.

Застосування моделей ідеальної рідини для розробки методів дослідження аеродинамічних процесів значно спрощує задачу.

Взагалі, як чисельне, так і експериментальне коректне моделювання аеродинамічних процесів під час руху крила поблизу поверхні є доволі складним завданням з огляду на фізичні особливості процесу. Методи розрахунків обтікання тіл на основі моделі ідеальної рідини набули значного поширення в обчислювальній аеродинаміці завдяки своїй простоті та невеликим вимогам до ресурсів ЕОМ. Серед методів на основі моделі ідеальної рідини слід виділити методи дискретних особливостей, а саме метод дискретних вихорів (МДВ). Він порівняно простіший від числових методів, які базуються на моделях турбулентних течій, не надто трудомісткий, зручний для застосування ЕОМ і є досить ефективним способом математичного моделювання обтікання тіл потоком повітря. Тому для розв'язання задач аеродинаміки екранопланів та динаміки їхнього руху цей метод може бути надзвичайно ефективним. У роботі представлено математичну модель і методику розрахунку, на основі МДВ, що дає змогу визначити величину підйімальної сили, зокрема поблизу екрану.

Як тестову задачу розраховано обтікання крилового профілю Clark-YH з відносною товщиною 12% потоком нестисливої незв'язної рідини. Результати тестових розрахунків показали хорошу збіжність із відомими експериментальними даними. Отже, метод дискретних вихорів пропонується для моделювання та визначення аеродинамічних характеристик під час польоту над хвилястою поверхнею, що є актуальним завданням у контексті розробки надводних безпілотних апаратів. Слід зазначити, що саме режими обтікання профілю крила над водною поверхнею різного профілю є маловивченою задачею в теорії польоту екранопланів.

Роботу виконано в рамках проекту «Обґрунтування аеродинамічних і проектних параметрів високошвидкісного надводного безпілотного апарата» за фінансової підтримки Національного фонду досліджень України (проект 179/0170)

## ***XXIV МІЖНАРОДНА НАУКОВА КОНФЕРЕНЦІЯ***

### **“МАТЕМАТИЧНІ ПРОБЛЕМИ ТЕХНІЧНОЇ МЕХАНІКИ – 2024”**

#### **Частина 1**



**Доповіді секцій: *Механіка деформівного твердого тіла та механіка рідини, газу та плазми (18-19 квітня 2024)***

**ЗМІСТ**

1.(54) П.О. Стеблянко Міжнародна наукова конференція МАТЕМАТИЧНІ ПРОБЛЕМИ ТЕХНІЧНОЇ МЕХАНІКИ (2001-2024)	24
2(4) О.М. Гузь, О.П. Жук, О.М. Багно СПІВВІДНОШЕННЯ АКУСТОПРУЖНОСТІ ДЛЯ УЛЬТРАЗВУКОВОГО НЕРУЙНІВНОГО МЕТОДУ ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНЬ У ТВЕРДИХ ТІЛАХ	25
3(1) М.О. Бабешко, В.Г. Савченко ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ ВПЛИВУ РОЗПУШЕННЯ ІЗОТРОПНОГО МАТЕРІАЛУ В ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ПРОСТОРОВИХ ТА ОБОЛОНКОВИХ ЕЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦІЙ	32
4(3) О.Д.Петров, Ю.А.Черняков, П.О.Стеблянко ВИГІН ТРИВИМІРНОГО БРУСА ПРИ НАЯВНОСТІ ВЕЛИКИХ ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ	33
5(5) О.З. Галішин, С.М. Склепус НЕЛІНІЙНЕ ДЕФОРМУВАННЯ ГНУЧКИХ ПОЛОГИХ ОБОЛОНОК СКЛАДНОЇ ФОРМИ ІЗ МАТЕРІАЛІВ З ХАРАКТЕРИСТИКАМИ, ЩО ЗАЛЕЖАТЬ ВІД ВИДУ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ	36
6(91) Т.В.Ходанен, Н.В.Шевельова ВЗАЄМОДІЯ ЗАРЯДЖЕНИХ ТРІЩИНИ НА МЕЖІ ПОДІЛУ МАГНІТОЕЛЕКТРОПРУЖНИХ ПІВПРОСТОРІВ	37
7(7) Л.І.Книш, Д.В. Захаров КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АКТИВНОГО ОХОЛОДЖЕННЯ СОНЯЧНОЇ ПАНЕЛІ	38
8(8) Н.В.Сметанкіна, С.Ю. Місюра, Є.Ю. Місюра АНАЛІЗ ДЕФОРМУВАННЯ ШАРУВАТИХ КОНСТРУКЦІЙ АЕРОКОСМІЧНОЇ ТЕХНІКИ ПРИ БАГАТОФАКТОРНОМУ НАВАНТАЖЕННІ	39
9(9) Ю. П. Глухов ШАРУВАТА ОСНОВА З ПОЧАТКОВИМИ НАПРУЖЕННЯМИ ПРИ ДІЇ РУХОМОГО НАВАНТАЖЕННЯ	41
10(10) А. Ю. Глухов, Ю. П. Глухов ПОШИРЕННЯ ПРУЖНИХ ХВИЛЬ КРУЧЕННЯ ВЗДОВЖ ШАРІВ КОМПОЗИТНОГО СТИСЛИВОГО МАТЕРІАЛУ З ПОЧАТКОВИМИ НАПРУЖЕННЯМИ	42
11(12) О.М.Горечко, Н.О.Заводовська ВЛАСНІ ЧАСТОТИ НАГРІТОЇ КРУГЛОЇ ПЛАСТИНКИ З ПРУЖНИМ ЩОДО ПОВОРОТУ КРАЄМ	43
12(85) Ю.С. Тарасенко АКТИВНО-ПАСИВНИЙ ВПЛИВ НА ДЕМАСКУЮЧІ ОЗНАКИ ДРОНІВ	44
13(14) В.П. Пошивалов, Ю.Ф. Данієв ПРО ПОКАЗНИКИ НАДІЙНОСТІ ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ НА ЕТАПІ ЕКСПЛУАТАЦІЇ	46
14(15) А.В. Сохацький МОДЕЛІ ТУРБУЛЕНТНОСТІ В ЧИСЛОВИХ МЕТОДАХ З ВИЗНАЧЕННЯ АЕРОДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ	47
15(16) Е. Л. Гарт, Б. І. Терьохін ВПЛИВ ВКЛЮЧЕННЯ ІЗ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНОГО МАТЕРІАЛУ НА КОНЦЕНТРАЦІЮ НАПРУЖЕНЬ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ З ПРЯМОКУТНИМ ОТВОРОМ	49
16(17) Е. Л. Гарт, О. Д. Шебанов ПРО КОНЦЕНТРАЦІЮ НАПРУЖЕНЬ НАВКОЛО КРУГОВОГО ОТВОРУ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ ЗА НАЯВНОСТІ ОТОЧУЮЧИХ ЙОГО ЕЛІПТИЧНИХ ВКЛЮЧЕНЬ	51
17(18) Ю.М. Кононов МОДЕЛЮВАННЯ ОБЕРТАННЯ У СЕРЕДОВИЩІ З ОПОРОМ ПРУЖНОГО ТВЕРДОГО	

ТІЛА З ПОРОЖНИНАМИ, ЯКІ МІСТЯТЬ РІДИНУ, У ВИГЛЯДІ СИСТЕМИ ДВУХ І ТРЕХ ПРУЖНО ЗВ'ЯЗАНИХ ТВЕРДИХ ТІЛ З РІДИНОЮ	54
18(19) Є.М. Ірза ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ЗВАЖЕНИХ ЗАЛИШКІВ ДО ЗАДАЧ ТЕРМООБРОБКИ СТРУКТУРНО НЕОДНОРІДНИХ ТІЛ	55
19(20) В.І. Липовський ДО ПИТАННЯ РОЗРАХУНКУ КОМПОЗИТНОГО КОМБІНОВАНОГО ТОРОВОГО БАКА	56
20(21) В. Ф. Молчанов, Д. В. Латишев ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ОБРОБКИ ПРИ КРУГЛОМУ ШЛІФУВАННІ ДОДАТКОВИМ ЗМІЩЕННЯМ ОСІ	58
21(22) О.М. Давидчик, І.О. Карпенко ПРО НАБЛИЖЕННЯ ФУНКЦІЙ ЛІНІЙНИМИ ОПЕРАТОРАМИ	60
22(23) І.В. Янчевський, О.Х. Остос ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ІДЕАЛЬНОЇ СТИСЛИВОЇ РІДИНИ, ЩО ЗБУДЖУЄТЬСЯ СФЕРИЧНИМ СЕГМЕНТОМ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ ПОРОЖНИНІ	60
23(24) Ю.М. Кононов, О.В. Несмелова, Я.І. Святенко ПРО СТІЙКІСТЬ ОБЕРТАННЯ НА ПІДВІСІ ГІРОСКОПА ЛАГРАНЖА З ІДЕАЛЬНОЮ РІДИНОЮ	61
24(87) Р.Р. Восділо, В.В. Лобода ДОСЛІДЖЕННЯ БІМАТЕРІАЛЬНОЇ ОБЛАСТІ З ТРІЩИНАМИ МІЖ ДВОМА МАТЕРІАЛАМИ	63
25(26) В.В. Круковська, О.П. Круковський ЗМІНА ПОЛЯ НАПРУЖЕНЬ У ВИБОЇ ГІРНИЧОЇ ВИРОБКИ ПРИ ЗВОЛОЖЕННІ ВУГІЛЛЯ	64
26(27) О.П. Круковський, В.В. Круковська ЗАСТОСУВАННЯ СТАЛЕВИХ ТА ІН'ЄКЦІЙНИХ АНКЕРІВ ПРИ ПРОВЕДЕННІ ГІРНИЧИХ ВИРОБОК В СКЛАДНИХ ГЕОЛОГІЧНИХ УМОВАХ	66
27(28) В.А. Максимюк, Є.А. Сторожук, І.С. Чернишенко ПРО ВПЛИВ ЗМІНИ ПЕРЕРІЗУЮЧОЇ СИЛИ ВЗДОВЖ КОНТУРА ЕЛІПТИЧНОГО ОТВОРУ НА РОЗПОДІЛ НАПРУЖЕНЬ В СФЕРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ	67
28(29) K. Panin TORSION, BENDING AND TENSION OF AN ELASTIC-PLASTIC ROD	68
29(30) Д.Д. Лещенко, Т.О. Козаченко ЕВОЛЮЦІЯ РУХУ ДИНАМІЧНО СИМЕТРИЧНОГО ТВЕРДОГО ТІЛА З В'ЯЗКОЮ РІДИНОЮ ПІД ДІЄЮ ПОСТІЙНОГО МОМЕНТУ	69
30(109) О. А. Дзюба, В. В. Гудзь ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ВИБОРУ РОЗРАХУНКОВОЇ СХЕМИ НА РЕЗУЛЬТАТИ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНОГО АНАЛІЗУ ПОВЕДІНКИ, РОЗТЯГНУТОЇ ПРЯМОКУТНОЇ ПЛАСТИНКИ З ОТВОРОМ	70
31(32) В.С. Ушакова, О.В. Ушаков ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ МІНІМІЗАЦІЇ ФУНКЦІОНАЛУ В ЗАДАЧАХ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ЯДЕР СПАДКОВОСТІ В ЛІНІЙНІЙ ТЕОРІЇ В'ЯЗКОПРУЖНОСТІ	71
32(33) О.Л. Кіппіс СТІЙКІСТЬ МЕЖІ ПОДІЛУ СЕРЕДОВИЩ КУСКОВО-ОДНОРІДНОЇ ПІВПЛОЩИНИ ПРИ СТИСКУ ВЗДОВЖ МІЖФАЗНОЇ ПРИПОВЕРХНЕВОЇ ТРІЩИНИ	72
33(34) S.V.Kykot, K.G.Khoroshev, K.O.Duchenko ON A NOVEL ANALYTICAL METHOD IN KINEMATICS OF PLANAR MECHANISMS OF II CLASS BY ARTOVOLEVSKY	73
34(35) Є.О. Коваленко, С.О. Чернецький ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО – ДЕФОРМІВНОГО СТАНУ ДВОШАРОВОГО ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНОГО ТІЛА В УМОВАХ ПЛОСКОЇ ДЕФОРМАЦІЇ	74
35(36) О.Р. Гачкевич, О.Б. Гуменчук, А. Козярьська, Р.Ф. Терлецький МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ ЧАСТКОВО ПРОЗОРИХ ТІЛ З ПОРОЖНИНАМИ ЗА ТЕПЛООВОГО ОПРОМІНЕННЯ	77
36(37) П.Ю. Кобзар, А.Ю. Кобзар ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ МЕТОДИКИ ПЕРЕТВОРЕННЯ ГРАФІЧНИХ	

<b>ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДАНИХ У ТАБЛИЧНІ</b>	77
<b>37(38) І. Гергель ПРО СТІЙКІСТЬ БІМАТЕРІАЛЬНОГО ТІЛА З МІЖФАЗНИМ ДЕФЕКТОМ</b>	80
<b>38(40) О. Комаров ДОСЛІДЖЕННЯ РУХОМОЇ МІЖФАЗНОЇ ЕЛЕКТРОІЗОЛЬОВАНОЇ ТРИЩИНИ В П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОМУ БІМАТЕРІАЛЬНОМУ ПРОСТОРІ</b>	80
<b>39(41) О.Р. Гачкевич, Т.В. Козакевич, Т. Волчанські МАТЕМАТИЧНІ ПРОБЛЕМИ ТЕРМОМЕХАНІКИ МАЛОВУГЛЕЦЕВИХ НИЗЬКОЛЕГОВАНИХ СТАЛЕВИХ ТІЛ ПРИ НАГРІВІ ЗА ВРАХУВАННЯ СТРУКТУРНИХ ЗАЛИШКОВИХ ДЕФОРМАЦІЙ</b>	82
<b>40(42) А.В. Лисенко, Є.А. Сторожук ДИНАМІЧНА ВЗАЄМОДІЯ ПРУЖНОЇ ОСНОВИ І ТРИШАРОВОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ ЕЛІПТИЧНОГО ПЕРЕРІЗУ З РЕБРИСТИМ НАПОВНЮВАЧЕМ</b>	83
<b>41(43) Ю.Ю. Абросов, В.А.Максимюк ОСОБЛИВОСТІ РОЗРАХУНКУ ДЕФОРМУВАННЯ ДОВГОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ СУПЕРКОЛОВОГО ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ</b>	85
<b>42(44) В.І.Кузьменко, А.О.Молчанов ОБЕРНЕНІ КОНТАКТНІ ЗАДАЧІ ДЛЯ ПРУЖНОЇ ПІВПЛОЩИНИ</b>	87
<b>43(45) О.М. Клєцков, В.В. Лобода АНАЛІТИЧНИЙ ТА ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ МІКРОТРИЩИНИ ВЗДОВЖ ЖОРСТКО ЗАКРІПЛЕНОГО КРАЮ ТОНКОЇ НАКЛАДКИ</b>	89
<b>44(46) N.V. Zhogoleva, V.F. Shcherbak IDENTIFICATION OF MOMENTS OF INERTIA OF A RIGID BODY</b>	90
<b>45(47) В.А. Максимюк, Є.А. Сторожук, І.С. Чернишенко ПРО ОСОБЛИВОСТІ ДЕФОРМУВАННЯ СФЕРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З ЕЛІПТИЧНИМ ОТВОРОМ</b>	92
<b>46(48) О.В. Піголь, В.А. Максимюк, Є.А. Сторожук, І.С. Чернишенко ДИСКРЕТНА РЕАЛІЗАЦІЯ ГІПОТЕЗ КІРХГОФА–ЛЯВА В РОЗРАХУНКАХ НЕПРУЖНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ЕЛІПТИЧНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З КРУГОВИМ ОТВОРОМ</b>	93
<b>47(49) Нуштаєва А. Ю., Шевельова А.Є. ЗАСТОСУВАННЯ МОДИФІКОВАНОГО МЕТАЕВРИСТИЧНОГО МЕТОДУ ГЕПАРДА ЗНАХОДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ ФОТОЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ</b>	96

## Міжнародна наукова конференція МАТЕМАТИЧНІ ПРОБЛЕМИ ТЕХНІЧНОЇ МЕХАНІКИ (2001-2024)

П.О. Стеблянко

*Інститут механіки імені С.П. Тимошенка НАН України*

Наукова конференція **МАТЕМАТИЧНІ ПРОБЛЕМИ ТЕХНІЧНОЇ МЕХАНІКИ** була започаткована у 2001 році. До 2004 року конференція мала статус Всеукраїнської наукової конференції, а з 2005 року вона проводиться, як Міжнародна наукової конференція. Основною метою проведення щорічної Міжнародної наукової конференції Математичні проблеми технічної механіки (МПТМ) є забезпечення можливості обміну науковою інформацією з проблем механіки й суміжних наук, навчання й підготовці кадрів, створення умов для більш повного розкриття можливостей фахівців-інженерів і вчених, які працюють в наукових установах, навчальних закладах і в промисловості, пропаганді досягнень учених та інженерів України, підтримці талановитої молоді, практичному використанню результатів нашої роботи в народному господарстві.

За ці роки (2001-2024 роки) зроблено більш ніж 3500 доповідей, в яких основними учасниками конференції МПТМ були науковці:

- Інституту механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України;
- Дніпропетровського національного університету ім. О.Гончара;
- Дніпровського державного технічного університету;
- Інституту технічної механіки НАН України і ДКА України;
- Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАН України.





Бажаю всім учасникам міжнародної наукової конференції **Математичні проблеми технічної механіки** натхненної та плідної праці і творчих успіхів.

На рисунку наведена більш докладна інформація за 2001-2024 роки.

## **СПІВВІДНОШЕННЯ АКУСТОПРУЖНОСТІ ДЛЯ УЛЬТРАЗВУКОВОГО НЕРУЙНІВНОГО МЕТОДУ ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНЬ У ТВЕРДИХ ТІЛАХ**

**О.М. Гузь, О.П. Жук, О.М. Багно**

*Інститут механіки імені С.П. Тимошенка НАН України*

Для безпечної експлуатації різних механізмів необхідний надійний контроль напруженого стану деталей конструкцій, який залежить не тільки від зовнішнього навантаження, але й від залишкових напружень, зумовлених технологічними процесами виготовлення елементів конструкції, їх монтажем, а також впливом силових і температурних полів різної природи. Залишкові напруження особливо небезпечні через наступні обставини:

- а) вони важко піддаються обчисленням;
- б) неможливо прогнозувати їх величину, знак і напрямок дії;
- в) вони додаються до напружень від зовнішнього навантаження.

У зв'язку із цим причиною аварій, що трапляються під час експлуатації машин і конструкцій, є не тільки напруження від зовнішнього навантаження, а й, значною мірою, залишкові напруження. Зазначені обставини вимагають наявності ефективного методу визначення напруженого стану елементів конструкції в реальних умовах їх експлуатації.

Удосконалення технології та розробка нових технологічних процесів створення конструкцій, що працюють в умовах високих силових та температурних полів, підвищення надійності та ресурсу їх експлуатації, інші особливості розвитку техніки вимагають нових експериментальних методів вимірювання напружень у твердих тілах, оскільки існуючі методи в деяких випадках непридатні. Так, зокрема, ці методи не можуть достатньо точно визначити залишкові напруження без повної або часткової руйнації моделі або самої конструкції. Знання залишкових напружень у багатьох випадках є необхідним для дослідження несучої здатності конструкцій. Розвиток загального рівня техніки та пов'язані з цим підвищені вимоги до методів контролю якості продукції викликали необхідність розробки нових методів дослідження металів, композиційних матеріалів та пластмас. Методи, що дозволяють вести контроль різних властивостей твердого тіла та службових характеристик різних вузлів і деталей, не порушуючи їх цілості та суцільності, отримали загальну назву неруйнівних. Ці методи поділяються залежно від виду енергії, що застосовується.

Проведемо огляд і виконаємо критичний аналіз існуючих методів для визначення найбільш сучасного та ефективного методу, який дозволяє визначити напруження в матеріалах і елементах конструкцій різної техніки. Найбільш широкого поширення набули такі методи дослідження та контролю, як рентгенівський, муару, теплового випромінювання, фотопружності, акустичної емісії, ультразвуковий та ін. Встановлення взаємного зв'язку деяких фізичних властивостей матеріалів з

напруженнями в них призвело до розробки відповідних методів вимірювання напружень. До них належать методи фотопружності та фотопружних покриттів, крихких покриттів, муару, аналізу полів напружень з використанням теплового випромінювання, рентгенівський метод, комплексний експериментально-обчислювальний метод, метод акустичної емісії та ультразвуковий метод [3, 4], що враховує сучасні результати наукових досліджень, отримані в цей час та представлені в роботах [1 – 7].

### 1. Метод фотопружності.

Задачу визначення напруженого стану складних конструкцій у багатьох випадках доводиться розв'язувати за допомогою експериментальних досліджень. Часто при проведенні експерименту використовують принцип подібності, відповідно до якого результати, отримані для однієї технічної системи, можуть бути використані для характеристики поведінки інших подібних систем. У таких випадках з метою одержання емпіричних залежностей або визначення різних характеристик натурної конструкції проводять експерименти на моделях у лабораторних умовах. Такий підхід застосовують і в методі фотопружності, а також у його різновиді у методі фотопружних покриттів. Для цього у методі використовується вплив напружень і деформацій на оптичні властивості матеріалу [3]. При цьому використовуються поляризовані промені світла. Відомо кілька способів одержання поляризованого світла від джерел природного (хаотично поляризованого) світла:

- 1) поляризація при відбитті;
- 2) поляризація при розсіюванні;
- 3) поляризація за допомогою поляроїдної плівки;
- 4) поляризація шляхом подвійного променезаломлення.

Фізичне явище тимчасового або штучного подвійного променезаломлення є основою метода фотопружності. Деякі прозорі аморфні матеріали, особливо полімерні, у звичайних умовах оптично ізотропні, але під дією навантаження стають подвійними променезаломлюючими (оптично анізотропними). Ці матеріали й використовують для виготовлення моделей елементів натурних конструкцій, напружений стан яких необхідно визначити. На практиці використовується закон, що пов'язує подвійне променезаломлення з різницею головних напружень. Але пропорційність оптичних і механічних величин, а також відсутність залежності від часу не узгоджується повністю з дійсною поведінкою багатьох матеріалів. При високих рівнях і великих градієнтах напружень ці ефекти можуть призвести до суттєвих похибок.

Крім зазначеного метод має ще такі обмеження:

- 1) дозволяє визначати лише різницю головних напружень;
- 2) вимагає чіткого формулювання певних співвідношень між параметрами моделі та натурної конструкції (використання законів моделювання).

### 2. Метод крихких покриттів.

Крихкі покриття, нанесені на поверхню деталі, використовуються для визначення зон високої концентрації напружень, а також для розміщення тензодатчиків. Цей метод використовується також для визначення напрямків головних деформацій розтягу. Необхідну для цього інформацію, отримують, аналізуючи особливості руйнування нанесеного на деталь крихкого покриття. На зовнішній поверхні покриття, де відсутнє навантаження, напруження по нормалі до поверхні дорівнює нулю. Ці напруження також дорівнюють нулю або близькі до нуля і у шарах, близьких до зовнішньої поверхні. Тому напружений стан покриття можна вважати плоским. У випадку

ідеальної адгезії між покриттям і поверхнею деталі деформації покриття та деталі будуть однаковими, при цьому напрямки головних напружень у покритті та деталі збігатимуться.

Каніфольні крихкі покриття використовуються для встановлення зон високої концентрації напружень, а також для розміщення тензодатчиків. Вони використовуються також для визначення напрямку головних деформацій розтягу. Крихкі керамічні покриття використовуються у випадках, коли каніфольні покриття не можна застосувати (наприклад, при тривалих випробуваннях, а також для здійснення контролю якості). Каніфольні крихкі покриття використовуються для встановлення зон високої концентрації напружень, а також для розміщення тензодатчиків. Вони використовуються також для визначення напрямку головних деформацій розтягу. Крихкі керамічні покриття використовуються у випадках, коли каніфольні покриття не можна застосувати (наприклад, при тривалих випробуваннях, а також для здійснення контролю якості).

Необхідно відзначити, що використання крихких покриттів для кількісного визначення поверхневих деформацій потребує спеціальної методики. Нехтування деякими операціями, такими, як підготовка поверхні деталі, призводить до втрати корисних даних і, що більш суттєво, до втрати достовірності отриманих результатів. Метод має обмеження, пов'язане з тим, що він може використовуватися лише для визначення поверхневих деформацій.

### 3. Метод муару.

Досить давно було виявлено, що для визначення величин переміщень можна використовувати інтерференцію між двома сімействами ліній. Така інтерференція отримала назву муару за аналогією з ефектом, що спостерігається на шовковій тканині, яка носить ту саму назву. Найбільш широко муар використовується для визначення переміщень і деформацій у площині досліджуваного зразка. Муар визначається як оптична картина темних і світлих смуг, які виникають у результаті накладення періодичних систем ліній (сіток). Таке явище називається інтерференцією. У методі використовують як геометричну, так і оптичну інтерференцію (геометричний і оптичний муар). Для отримання муарових картин використовують сітки прямих паралельних ліній з сталим кроком, а також сітки, утворені системами точок або концентричними колами та радіальними лініями. Муарові картини з'являються при накладенні відбитих зображень сіток, при накладенні сіток і їх тіней, при двократному фотографуванні й при безпосередньому накладенні сіток. Одна із сіток, яка накладається, повинна бути прозорою. Картини муарових смуг використовуються для вимірювання величин, що характеризують зміну геометрії тіла: переміщення, кути поворотів, кривизну і деформації. Муарові картини збільшують малі деформації ліній сіток і дають можливість виміряти ці деформації.

Метод муару має такі обмеження: використовується для визначення переміщень і деформацій у площині досліджуваного зразка.

Для надійного контролю технології виготовлення окремих деталей також потрібний метод визначення залишкових напружень у виробничих умовах. Вочевидь, найбільш сприятливими для цього є методи неруйнівного контролю напруженого стану елементів конструкцій.

### 4 Метод аналізу полів напружень з використанням теплового випромінювання.

Метод визначення напружень з використанням теплового випромінювання (SPATE) був розроблений для безконтактного вимірювання напружень. Метод оснований на вимірюванні малої зміни температури, обумовленої зміною напружень. Термопружний

ефект, що призводить до зміни температури при деформуванні твердого тіла, аналогічний циклічному нагріванню – охолодженню газу в результаті періодичної зміни тиску. Зв'язок між приростом температури та приростом суми головних напружень був встановлений лордом Кельвіном. Реверсивна теорія пружності Кельвіна була розвинена Біо. На основі цієї теорії отримано рівняння

$$\Delta T = -K_{\text{ж}} T \Delta \sigma,$$

справедливе для всіх однорідних ізотропних матеріалів, навантажуваних адіабатично (щоб виключити тепловідведення необхідне циклічне навантаження зразка), у лінійній області деформування.

Метод має такі обмеження:

- 1) для забезпечення адіабатичності умов необхідне циклічне навантаження. Неможливо виміряти залишкові напруження, якщо матеріал знаходиться у нелінійному стані;
- 2) лінійність методу принципово обмежує його використання умовами пружності;
- 3) досліджувана поверхня має допускати можливість спостереження;
- 4) якщо температура поверхні значно змінюється, необхідні тарувальні поправки;
- 5) зміщення по нормалі до напрямку спостереження перекручують результати вимірювання напружень;
- 6) метод дозволяє визначити лише суму головних напружень.

#### 5. Рентгенівський метод.

Рентгенівські промені, як і гама-, ультрафіолетові та інфрачервоні промені й мікрохвилі, належать до певної частини спектра електромагнітного випромінювання. Як і механічні хвилі, рентгенівські промені виявляють властивості інтерференції, відбиття та дифракції. Отже, короткі довжини хвиль цих променів ( $\lambda \sim 10^{-4}$  мкм,  $f \sim 10^{18}$  Гц;  $\lambda$  і  $f$  пов'язані рівністю  $f \cdot \lambda = c = 3 \cdot 10^{10}$  см/с) дозволяють їм проникати у тверді тіла, такі, як метали, які зазвичай непрозорі для видимого світла.

За допомогою рентгенівського методу, як і за допомогою інших методів, неможливі прямі вимірювання напружень, тому заміряють деформації. По деформаціях за допомогою визначальних співвідношень обчислюють напруження. У методі за основу виміру використовують міжатомну відстань (та її зміну) для певних площин кристалічних решіток.

Рентгенівський метод має роздільну здатність по напруженнях 20 – 35 Мпа. Це відповідає роздільній здатності близько 2 Мпа при вимірюванні деформацій на металах за допомогою тензодатчиків.

Рентгенівський метод використовується для вимірювання приповерхневих напружень на глибині 0,002 – 0,02 мм. Для визначення приповерхневих напружень і градієнтів напружень необхідно видаляти з поверхні шари матеріалу.

На результати вимірювання рентгенівським методом можуть впливати розміри зерен, глибина проникнення променя, точність визначення дифракційного кута  $\theta$ , анізотропія та текстура матеріалу. Тому, незважаючи на більші можливості методу, його необхідно застосовувати з обережністю. Наприклад, при вимірюванні розподілу напружень по глибині для послідовного видалення шарів матеріалу може застосовуватися шліфування, але сама ця операція призводить до виникнення в матеріалі суттєвих поверхневих напружень. Це викликає серйозні перепони для застосування методу, оскільки близько 60% дифрагованого випромінювання надходить від поверхневого шару товщиною 5 мкм.

#### 6. Комплексні експериментально-обчислювальні методи аналізу напружень.

Комплексні експериментально-розрахункові методи основані на комбінації експериментальних і розрахункових чисельних методів. Експериментальні дані звичайно одержують для фізичної моделі реальної конструкції, яку можна адекватно описати за допомогою математичних і фізичних моделей. Комбінація математичних і фізичних моделей, що доповнюють одна одну, дозволяє краще проаналізувати конструкцію й одержати найцінніші результати при аналізі напружень. Аналіз напруженого стану елементів натурних конструкцій, як правило, реалізується на основі виміру деформацій на поверхні об'єкта дослідження, яке проводиться одним з багатьох експериментальних методів. Отримані на поверхні елемента конструкції деформації, наприклад, за допомогою тензодатчиків можуть бути використані як граничні умови при вирахованні напруженого стану за допомогою рівнянь теорії пружності. Тому від результатів, отриманих тим або іншим експериментальним методом вимагається відповідної точності й визначеності. В протилежному випадку чисельне моделювання дає результати з очевидними помилками. На жаль, за допомогою експериментальних методів не завжди можна одержати результати із прогнозованою точністю.

Ефективність комплексних експериментально-обчислювальних методів в експериментальній механіці переконливо ілюструє застосування їх при розв'язку плоских і об'ємних задач пружності, задач біомеханіки й механіки руйнування.

#### 7. Метод акустичної емісії.

Метод акустичної емісії використовує випромінювання пружних хвиль при динамічній локальній перебудові структури матеріалу й утворенні тріщин. Руйнування твердих тіл, в основному, відбувається в результаті виникнення й розвитку тріщиноподібних дефектів. Тому дослідження взаємозв'язку цих процесів з параметрами випромінюваних пружних хвиль є особливо важливим. Вчасно виявлений методом АЕ дефект у будь-якому конкретному виробі або конструкції з певними його координатами дасть можливість запобігти їхньому передчасному катастрофічному руйнуванню. Це, насамперед, важливо для об'єктів довгочасної експлуатації й відповідального призначення, експлуатованих у різних сферах виробництва. Метод акустичної емісії має наступні недоліки:

- 1) він не дозволяє вимірювати напруження, а застосовується для контролю виникнення руйнування конструкції;
- 2) для використання методу акустичної емісії конструкцію необхідно навантажувати;
- 3) інтенсивність акустичної емісії сильно залежить від матеріалу й акустичного контакту;
- 4) при акустично-емісійному контролі, як правило, присутні хибні сигнали акустичної емісії;
- 5) важко відрізнити хибні сигнали від корисних сигналів акустичної емісії;
- 6) акустично-емісійний контроль подає обмежену інформацію про тип дефекту.

#### 8. Ультразвукові методи.

Ультразвуковий аналіз напружень оснований на залежності швидкості поширення хвилі в пружних тілах від напружень, наявних у них. По цьому методу в досліджуванім тілі генерують ультразвукові (поздовжні, зсувні поперечні або поверхневі Релея) хвилі й вимірюють зміну швидкості поширення цих хвиль залежно від напруження.

Ультразвуковий метод – досить загальний метод визначення напружень у твердих тілах, у тому числі й залишкових. У певному сенсі цей метод поріднений з уже згаданим раніше методом фотопружності, але має деякі переваги: дозволяє визначати

напруження не тільки на моделях, але й безпосередньо в натуральних виробках; дає можливість визначити роздільно головні напруження без додаткових процедур, що мають місце для методу фотопружності (чисельне інтегрування, заморожування й розрізування і т.п.). Ультразвукові методи, так само як і рентгенівські, відносяться до класу неруйнівних методів, причому ультразвукові методи, очевидно, більш перспективні для аналізу тривимірних і поверхневих залишкових напружень.

Пружна хвиля, яка поширюється у твердому тілі, характеризується наступними основними параметрами: швидкістю, дисперсією, амплітудою, частотою й напрямком вектора поляризації. Використовуючи таку кількість характеристик руху пружної хвилі, можна одержати необхідну інформацію про стан і фізичні властивості досліджуваних твердих тіл. Висока проникаюча здатність ультразвукових коливань робить ці методи більш універсальними в порівнянні з іншими й практично незалежними від агрегатного стану досліджуваної речовини. Тому в теоретичних розробках в області нелінійної теорії пружності, фізичної й нелінійної акустики, проведених у нашій країні й за кордоном, поряд з різними аспектами фізичної акустики, приділяється велика увага дослідженню властивостей твердих тіл за допомогою ультразвукових хвиль.

Таким чином, проведений аналіз показав, що найбільш прийнятним методом для визначення залишкових напружень у матеріалах і елементах конструкцій реальних виробів є ультразвуковий неруйнівний метод.

Ультразвуковий неруйнівний метод [1, 2, 4], розроблений в Інституті механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України й Інституті електрозварювання ім. Е.О.Патона НАН України з урахуванням результатів, отриманих останнім часом в Інституті механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, може бути запропонований, як основний метод визначення залишкових напружень у матеріалах і елементах різних конструкцій. Він є найбільш ефективним методом, що дозволяє:

- а) вимірювати напруження (у тому числі й залишкові напруження) в елементах конструкцій і в натурних виробках навіть без часткового їхнього руйнування;
- б) визначати напруження й у моделях конструкцій і в натурних конструкціях. Це усуває потребу в побудові теорії моделювання, яка переводить результати вимірів, отриманих на моделях до натурних конструкцій;
- в) одержувати інформацію про напруження в розглядуваний момент часу; для реалізації вимірів досить проводити акустичні виміри лише в реальний момент часу;
- г) роздільно визначати кожне напруження як у випадку одновісних напружених станів, так і у випадку двовісних і тривісних напружених станів елементів конструкцій, а також і в приповерхневих шарах матеріалів без додаткових процедур і підходів, що виходять за межі цього методу.

Його фізичною й теоретичною основою є співвідношення акустопружності, які встановлюють зв'язок між величинами фазових швидкостей поздовжніх, поперечних і поверхневих хвиль Релея з величинами початкових (залишкових) напружень, що виникають у пружнім тілі. Ці акустичні співвідношення побудовані на основі тривимірної лінеаризованої теорії поширення пружних хвиль у тілах з початковими напруженнями [1, 2]. Дослідження закономірностей напруженого стану твердого тіла проводиться на основі тривимірної лінеаризованої теорії поширення пружних хвиль у тілах з початковими напруженнями за наступною схемою: задаються величини й структури початкових (залишкових) напружень; для тіл різної форми й для різного типу хвиль із застосуванням апарата тривимірної лінеаризованої теорії поширення пружних хвиль у тілах з початковими напруженнями (аналітичні й чисельні методи) визначаються швидкості поширення хвиль у залежності від величини початкових (залишкових) напружень [1 – 7].

Проведений аналіз показав, що найбільш сучасним і ефективним методом, що дозволяє визначати напруження в матеріалах і елементах різних конструкцій є ультразвуковий неруйнівний метод, розроблений в Інституті механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України й Інституті електрозварювання ім. Е.О. Патона НАН України. Цей метод дозволяє робити виміри одно-, дво- і тривісних напружень в ізотропних й квазіізотропних матеріалах, а також у приповерхневих шарах масивних конструкційних елементів [1, 2, 4].

Основні співвідношення неруйнівного ультразвукового методу визначення напружень у твердих квазіізотропних деформованих тілах, представлені через частоти рециркуляції відповідних імпульсів, мають такий вигляд:

– для визначення тривісних напружень:

$$\begin{aligned}\sigma_{11}^0 &= \frac{F_{k_1} - F_{k_1}^0}{F_l^0} A_{11} + \frac{F_{s_2} - F_{s_2}^0}{F_s^0} A_{12} + \frac{F_{s_3} - F_{s_3}^0}{F_s^0} A_{13} ; \\ \sigma_{22}^0 &= \frac{F_{k_1} - F_{k_1}^0}{F_l^0} A_{21} + \frac{F_{s_2} - F_{s_2}^0}{F_s^0} A_{22} + \frac{F_{s_3} - F_{s_3}^0}{F_s^0} A_{23} ; \\ \sigma_{33}^0 &= \frac{F_{k_1} - F_{k_1}^0}{F_l^0} A_{31} + \frac{F_{s_2} - F_{s_2}^0}{F_s^0} A_{32} + \frac{F_{s_3} - F_{s_3}^0}{F_s^0} A_{33} .\end{aligned}$$

– для визначення двовісних напружень:

$$\begin{aligned}\sigma_{33}^0 - \sigma_{22}^0 &= \left( \frac{F_{s_3} - F_{s_3}^0}{F_s^0} - \frac{F_{s_2} - F_{s_2}^0}{F_s^0} \right) A ; \\ \sigma_{33}^0 + \sigma_{22}^0 &= \left( \frac{F_{s_3} - F_{s_3}^0}{F_s^0} + \frac{F_{s_2} - F_{s_2}^0}{F_s^0} \right) B .\end{aligned}$$

– для визначення одновісних напружень:

$$\sigma_{33}^0 = \frac{F_{s_3} - F_{s_2}}{F_s^0}$$

При використанні методу частотної рециркуляції імпульсу для кожної зі швидкостей поширення поздовжньої й поперечних хвиль обчислюється величина

$$F = \frac{C}{2tn} ,$$

де  $C$  – будь-яка зі швидкостей, які розглядаються;  $t$  – характерний лінійний розмір;  $n$  – номер луни-імпульсу.

У наведених виразах індексом «нуль» позначені швидкості поздовжніх і поперечних хвиль, а також частоти рециркуляції відповідних імпульсів у матеріалі без початкових напружень.

Зауважимо, що в реальних умовах визначення швидкості поширення пружних хвиль із достатньої для оцінки напружень точністю (до  $10^{-5}$ ) є складним завданням. Тому зручніше вимірювати не швидкості поширення поздовжніх і поперечних хвиль, а частоту рециркуляції імпульсу. У зв'язку з цим на практиці для визначення напружень в твердих тілах використовується метод частотної рециркуляції імпульсу та наведені вище основні співвідношення.

Важливою відмінністю результатів, отриманих фахівцями Інституту механіки імені С.П.Тимошенка НАН України й Інституту електрозварювання імені Е.О.Патона НАН України, є створення підходів для визначення тривісних напружень (включаючи двовісні й одновісні напруження) у той час, коли переважна більшість досліджень, проведених в інших країнах і наукових центрах, присвячені створенню підходів для визначення тільки одновісних напружень.

1. Гузь А.Н. Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями: в двух частях. Ч. 1. Общие вопросы. Волны в бесконечных телах и поверхностные волны. – Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016. – 501 с.
2. Гузь А.Н. Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями: в двух частях. Ч. 2. Волны в частичноограниченных телах. – Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016. – 505 с.
3. Гузь А.Н., Махорт Ф.Г. Акустоэлектромагнитоупругость (Механика связанных полей в элементах конструкций. В 5-и томах / Под ред. А.Н.Гузя. Т. 3. – К.: Наук. думка, 1988. – 288 с.
4. Гузь А.Н., Махорт Ф.Г., Гуца О.И., Лебедев В.К. Основы ультразвукового неразрушающего метода определения напряжений в твердых телах. – К.: Наук. думка, 1974. – 108 с.
5. Guz A.N. On the foundations of the ultrasonic non-destructive determination of stresses in near-the-surface layers of materials. Review // J. Phys. Science and Application. – 2011. – 1, N 1, June. – P. 1 – 15.
6. Guz A.N. Ultrasonic Nondestructive Methods of Stress Analysis in Materials and Structural Members (review) // Int. Appl. Mech. – 2011. – 46, N 11. – P. 1213 – 1220.
7. Guz A. N. Ultrasonic Nondestructive Method for Stress Analysis of Structural Members and Near-Surface Layers of Materials: Focus on Ukrainian Research (Review) // Int. Appl. Mech. – 2014. – 50, N 3. – P. 231 – 252.

## **ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ ВПЛИВУ РОЗПУШЕННЯ ІЗОТРОПНОГО МАТЕРІАЛУ В ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ПРОСТОРОВИХ ТА ОБОЛОНКОВИХ ЕЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦІЙ**

**М.О. Бабешко, В.Г. Савченко**

*Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ*

Розроблено методіку розв'язання задач термопластичності для просторових тіл та оболонок обертання в процесах неосесиметричного неізотермічного навантаження з урахуванням виду напруженого стану та пластичного розпушення ізотропного матеріалу. Методика базується на використанні визначальних рівнянь варіанту теорії термопластичного леформування вздовж траєкторій малої кривизни, започаткованого в роботах Ю.М. Шевченка та його учнів. Визначальні рівняння містять дві нелінійні залежності, одна з яких здійснює зв'язок між другими інваріантами девіаторів



напружень і деформацій, температурою та кутом подібності девіаторів напружень, а друга – між першими інваріантами відповідних тензорів, температурою та згаданим кутом. Нелінійність залежності між першими інваріантами тензорів напружень та деформацій обумовлена наявністю пластичної складової середньої деформації. Параметри визначальних рівнянь конкретизуються на основі експериментів на трубчастих зразках: на розтяг, стиск та кручення або на розтяг та внутрішній тиск при пропорційному навантаженні при кількох різних значеннях кута виду напруженого стану та температури. За результатами експериментів будуються таблиці залежностей між першими інваріантами тензорів напружень та деформацій та другими інваріантами відповідних девіаторів при різних фіксованих значеннях температури та кута виду напруженого стану. Визначальні рівняння разом з рівняннями рівноваги та співвідношеннями Коші утворюють повну систему рівнянь для визначення невідомих переміщень, деформацій та напружень. Задачу термопластичності розв'язуємо поетапно, знаходячи розв'язок на кожному етапі методом послідовних наближень.

Сформульовано розв'язувальні системи для визначення термопружнопластичного стану осесиметричних просторових тіл та оболонок та розроблено алгоритми розв'язання відповідних крайових задач. При неосесиметричному навантаженні задані навантаження та розв'язувальні функції представляються у вигляді тригонометричних рядів по коловій координаті. Для просторових тіл обертання використовується варіаційне рівняння Лагранжа та метод скінченних елементів. Задача зводиться до розв'язання в кожному наближенні на кожному етапі навантаження систем алгебраїчних рівнянь, коефіцієнти і праві частини яких обчислюються за результатами попереднього наближення. При розв'язанні систем алгебраїчних рівнянь використовується метод Гауса. Для оболонок обертання при використанні гіпотез Кірхгофа - Лява задача зводиться до розв'язання в кожному наближенні на кожному етапі навантаження систем звичайних диференціальних рівнянь, праві частини яких обчислюються за результатами попереднього наближення. При розв'язанні систем диференціальних рівнянь використовується метод Рунге - Кутта з дискретною ортогоналізацією та нормалізацією.

На конкретних прикладах проаналізовано вплив від врахування кожної з нелінійних залежностей на результати розрахунків НДС. Зокрема, проаналізовано вплив від врахування нелінійної залежності між першими інваріантами тензорів напружень і деформацій на результати розрахунку НДС. На прикладі тонкої оболонки показано, що врахування пластичного розпушення змінило результати розрахунку НДС оболонки на 20 – 40%.

## **ВИГІН ТРИВИМІРНОГО БРУСА ПРИ НАЯВНОСТІ ВЕЛИКИХ ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ**

**О.Д.Петров<sup>1</sup>, Ю.А.Черняков<sup>1</sup>, П.О.Стеблянко<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Дніпровський національний університет імені О. Гончара, Дніпро,*

<sup>2</sup>*Інститут механіки імені С.П.Тимошенка НАН України*

В доповіді досліджено локальний вигин тривимірного бруса прямокутного перерізу при наявності великих пластичних деформацій (рисунки 4.4).

Геометрія тривимірного стрижня (бруса) задана так:  
 $x \in [-H; H], y \in [-L; L], z \in [-h; h]$ . Положення опори  $x = 0, y \in [-L; L], z = 0$ .

Брус, що згинається, розміщений симетрично на центральній опорі. На його краях задається вертикальна швидкість переміщень у вузлах на торцях. В місці опори вертикальні переміщення точок бруса і відповідно швидкість переміщення дорівнюють нулю. Вся інша поверхня бруса вільна від напружень.

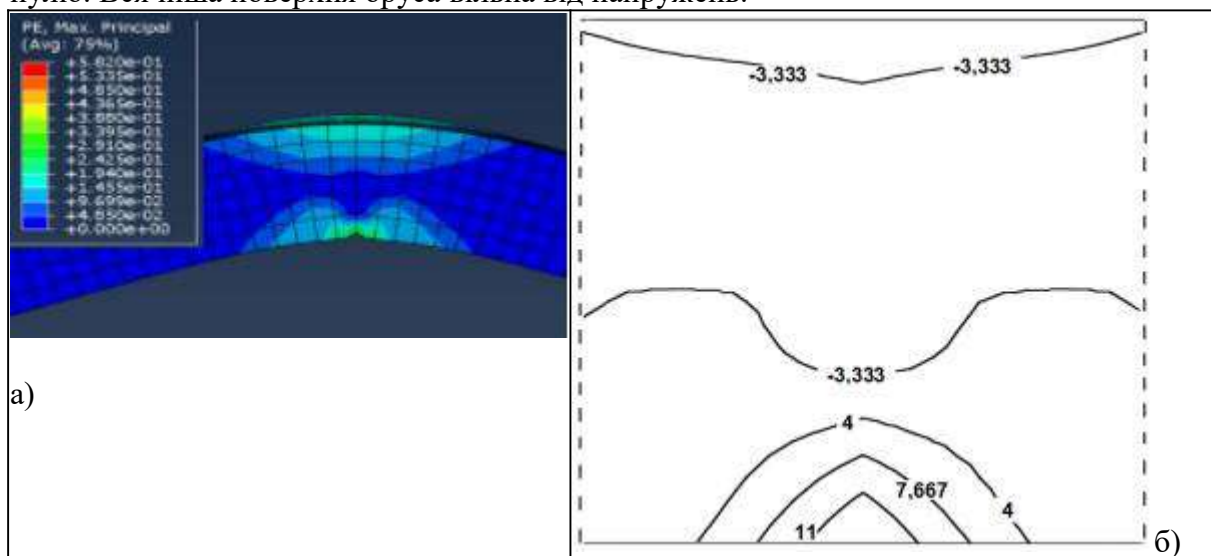


Рисунок 1. Локальний вигин тривимірного бруса прямокутного перерізу при наявності великих пластичних деформацій

Поле інтенсивності деформацій розраховане за допомогою формул тривимірного варіанту методу покомпонентного розщеплення. В просторовій сітці було вибрано  $N_1 = 21$ ,  $N_2 = N_3 = 7$ . Кроки інтегрування по координатам, часу та розміри були такі:  $\tau = 0,001$ ;  $h_1 = h_2 = h_3 = 0,05$ ;  $H = 1$ ;  $L = h = 0,3$ .

На рисунку 1а) показана схема навантаження бруса. Поле інтенсивності деформацій розраховане за допомогою системи інженерного аналізу ABAQUS. Результати розрахунків для максимальних значень інтенсивності деформації  $(\varepsilon_u)_{\max} \approx 14\%$  показано на рисунку 1.б). Зазначимо, що максимальне значення інтенсивності деформації має місце в околі точки опори бруса.

Для уточнення була обрана сітка, за допомогою якої проводиться коригування результатів в геометрично нелінійній області N. Кроки інтегрування в зоні кінцевих деформацій були зменшені у відношенні 1:8 по осі  $y$  та  $z$  і 1:12 по осі  $x$ . В результаті в рамках запропонованого методу враховано можливість зміни форми і розмірів бруса при наявності великих деформацій.

На рисунку 1 дано поле інтенсивності деформації після припинення згину бруса. На торцях припиняється дія вертикальних складових швидкостей переміщень. Торці стають вільними (напруження у вузлах торців дорівнюють нулю) і відбувається часткове розвантаження в околі опори шляхом чистого вигину бруса в протилежному напрямку.

В розв'язаній задачі мало місце часткове розвантаження починаючи зі значення інтенсивності деформації в 14%. Розглянемо другий приклад використання інтерполяційної формули і розбудуємо частину діаграми матеріалу, яка задана таблицею 1. при розвантаженні

Таблиця 1

$i$	1	2	3	4	5
$\sigma_i \downarrow$	519	743	967	1296	1625
$\varepsilon_i \downarrow$	10	11	12	13	14

Числові результати отримані для загальної частини  $\varepsilon \in [1; 13]$  і наведені в таблиці 2.

Таблиця 2

$\varepsilon\% \downarrow$	$\sigma(\varepsilon) \downarrow$	$\sigma_{III}(\varepsilon)$	$\sigma_{IV}(\varepsilon)$	$\delta\%$
<b>11</b>	<b>743</b>	<b>743</b>	<b>743</b>	<b>0</b>
11,2	787,8	784,44	774,36	0,642
11,4	832,6	826,72	813,28	0,813
11,6	877,4	870,68	858,92	0,675
11,8	922,2	917,16	910,44	0,366
<b>12</b>	<b>967</b>	<b>967</b>	<b>967</b>	<b>0</b>
12,2	1032,8	1021,04	1027,76	0,329
12,4	1098,6	1080,12	1091,88	0,544
12,6	1164,4	1145,08	1158,52	0,587
12,8	1230,2	1216,76	1226,84	0,414
<b>13</b>	<b>1296</b>	<b>1296</b>	<b>1296</b>	<b>0</b>

Зазначимо, що наведені інтерполяційної формули дають гарний результат навіть обраний для приклада грубій сітці по деформаціям. Максимальна відносна розбіжність  $\delta\% = 100 * (\sigma_*(\varepsilon) - \sigma(\varepsilon)) / \sigma(\varepsilon)$  до 0,65%.

Для порівняння поле інтенсивності деформацій отримане і за допомогою системи інженерного аналізу ABAQUS при  $(\varepsilon_u)_{\max} \approx 14\%$  наводиться відповідно на рисунку 1 а).

Має місце якісне співпадіння результатів розрахунків. Особливістю є те, що для досягнення кількісного співпадіння результатів в околі опори бруса в програмі ABAQUS треба дещо по іншому задавати граничні умови (не в одній точці опори, а і в декількох сусідніх).

Алгоритм розрахунків тривимірної нестационарної задачі для функціонально-неоднорідного матеріалу полягав в наступних трьох кроках. На першому з них розв'язується відповідна лінійна задача (L) і визначається область тіла де інтенсивність деформації більше ніж умовна границя  $\varepsilon_u^N = 7\%$  (область N). Зазначимо, що для цього можна використовувати і програми інженерного аналізу. На другому кроці в області N тіла розв'язується задача в геометрично нелінійній постановці. Третій крок це уточнення області N і самого розв'язку.

На третьому кроці проводилось уточнення області N і самого розв'язку. Особливістю постановки задачі по уточненню області N є формулювання граничних умов в околі опори. Якщо для L задачі лише в місці опори  $x = 0, y \in [-L; L], z = 0$  вертикальні переміщення точок пластини і відповідно швидкість переміщення дорівнюють нулю. В N задачі при уточненні геометрично нелінійного рішення нульові вертикальні переміщення точок пластини і відповідно швидкість переміщення

здавались в області  $x \in [-mh_1; mh_1]$ ,  $m = 1; 2; \dots$ ,  $y \in [-L; L]$ ,  $z = 0$ .

Друга особливість уточнення в N задачі полягає в зменшенні кроків інтегрування по координатам. При цьому для виконання умови стійкості треба пропорційно зменшувати і крок інтегрування за часом. В результаті може значно збільшитись кількість таких кроків і взагалі час розрахунку.

Третя особливість полягає в вирішенні додаткової задачі інтерполяції шуканих величин у вузлах нової більш дрібної сітки по відповідним значення у вузлах основної сітки. Ця задача вирішена за допомогою двовимірної сплайн-функції.

В задачі для бруса для уточнення геометрично нелінійного рішення також треба збалансувати дві протилежні тенденції. З одного боку в N-задачі для пластини треба розглянути лише 12 комірок просторової сітки замість 720 (лише 1,67 %). Кількість додаткових обчислювальних операцій на початковій сітці теж суттєво зменшується. З іншої сторони для достовірного порівняння результатів треба при зменшенні кроків інтегрування по координатам збільшувати кількість кроків інтегрування за часом. Ця проблема розв'язувалась за допомогою послідовності числових результатів отриманих на сітці з меншими розмірами комірок.

## **НЕЛІНІЙНЕ ДЕФОРМУВАННЯ ГНУЧКИХ ПОЛОГИХ ОБОЛОНОК СКЛАДНОЇ ФОРМИ ІЗ МАТЕРІАЛІВ З ХАРАКТЕРИСТИКАМИ, ЩО ЗАЛЕЖАТЬ ВІД ВИДУ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ**

**О.З. Галішин, С.М. Склепус**

*Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ, Україна*

Для багатьох матеріалів (легкі сплави, суперсплави, сірий чавун, полімери, композити та ін.) характерна залежність деформаційних характеристик від виду напруженого стану за межами лінійної пружності. Залежність характеристик матеріалу від виду напруженого стану проявляється в таких ефектах деформування як неоднакова опірність розтягу та стиску, незалежний закон деформування при чистому крученні, непружна стисливість, вплив гідростатичного стиску, ефект Пойнтинга. Діаграми деформування таких матеріалів є нелінійними і містять малу початкову лінійну ділянку, на якій модулі Юнга при розтягу та стиску приблизно збігаються. При більшому навантаженні проявляється нелінійний характер деформування, за якого діаграми за розтягу і стиску суттєво відрізняються.

Дослідження фізично і геометрично нелінійного деформування пологих оболонок складної форми в плані стикаються з певними математичними труднощами, що виникають при розробці фізико-механічних моделей процесів деформування та реалізації чисельних наближених розв'язків крайових задач в областях неканонічної форми. Аналіз літературних джерел показав, що на сьогодні відсутні роботи, присвячені дослідженню процесів фізично та геометрично нелінійного деформування пологих оболонок складної форми з таких матеріалів.

Розроблено новий чисельно-аналітичний метод розв'язання геометрично і фізично нелінійних задач згину пологих оболонок складної форми в плані із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду напруженого стану. Для лінеаризації вихідної

нелінійної задачі використовувався метод неперервного продовження за параметром, який пов'язаний із зовнішнім навантаженням. Для варіаційної постановки лінеаризованої задачі побудовано функціонал у формі Лагранжа, заданий на кінематично можливих швидкостях переміщень. Для знаходження основних невідомих задачі нелінійного згину пологої оболонки (переміщення, деформації, напруження) сформульовано задачу Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь. Задача Коші розв'язувалася методом Рунге–Кутта–Мерсона з автоматичним вибором кроку. Початкові умови знаходяться з розв'язку задачі геометрично лінійного деформування. Праві частини диференціальних рівнянь при фіксованих значеннях параметра навантаження, що відповідають схемі Рунге–Кутта–Мерсона, знаходилися з розв'язку варіаційної задачі для функціонала Лагранжа. Варіаційні задачі розв'язувалися методом Рітца в поєднанні з методом R-функцій. Останній дає змогу подати наближений розв'язок у вигляді формули – структури розв'язку, яка точно задовольняє всі (загальна структура) або частину (часткова структура) граничних умов. Розв'язано задачі нелінійного деформування квадратної циліндричної оболонки й оболонки складної форми з комбінованими умовами закріплення. Досліджено вплив напрямку зовнішнього навантаження, геометричної форми й умов закріплення на напружено-деформований стан.

## ВЗАЄМОДІЯ ЗАРЯДЖЕНИХ ТРІЩИНИ НА МЕЖІ ПОДІЛУ МАГНІТОЕЛЕКТРОПРУЖНИХ ПІВПРОСТОРІВ

Т.В. Ходанен, Н.В. Шевельова

*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара*

Розглянуто задачу для магнітоелектропружного біматеріала із системою із  $n$  тріщин  $a_1 \leq x_1 \leq b_1, a_2 \leq x_1 \leq b_2, \dots, a_n \leq x_1 \leq b_n$  довільної довжини. На нескінченності прикладено змішане механічне навантаження, електричне та магнітне поля, паралельній фронтам тріщин:  $\sigma_{33}^{(m)} = \sigma^\infty, \sigma_{13}^{(m)} = \tau^\infty, E_1^{(m)} = E^\infty, H_1^{(m)} = H^\infty$ , а навантаження  $\sigma_{11}^{(m)} = \sigma_{xxm}^\infty, D_1^{(m)} = D_{xm}^\infty, B_1^{(m)} = B_{xm}^\infty$  забезпечують виконання умов неперервності віддаленої частини межі поділу матеріалів. Отже, має місце плоска деформація у площині, ортогональній фронтам тріщин.

Подано представлення всіх електромагнітомеханічних величин через кусково-аналітичні функції. Сформульовано та аналітично розв'язано задачу лінійного спряження Рімана-Гільберта. Отримано в замкненому вигляді вирази для механічних, електричних та магнітних компонент вздовж інтерфейсу. Всі поля мають осциляційну сингулярність у вершинах тріщин. Отримано асимптотичні представлення електромагнітомеханічних полів у вершинах тріщин. За допомогою методу віртуального закриття тріщини отримано формули для швидкості звільнення енергії у їхніх вершинах.

Отримані аналітичні результати проілюстровано чисельними результатами для біматеріальних композитів на основі  $\text{BaTiO}_3\text{-CoFe}_2\text{O}_4$  з різними об'ємними частками  $\text{BaTiO}_3$  для верхнього і нижнього півпросторів. Вивчено вплив взаємного розташування, відносної довжини та зарядів сусідніх тріщин, а також різних значень магнітного та

електричного потоків на розкриття тріщин та швидкість звільнення енергії у їхніх вершинах. Встановлено, що зближення тріщин та збільшення їхнього сумарного заряду викликає суттєве збільшення швидкості звільнення енергії. Вплив же магнітного потоку на механічні та електричні компоненти є несуттєвим.

## **КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АКТИВНОГО ОХОЛОДЖЕННЯ СОНЯЧНОЇ ПАНЕЛІ**

**Л.І.Книш, Д.В. Захаров**

*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара*

Ефективність більшості типів сонячних фотоелектричних панелей (c-Si, poly-Si, CIGS, HIT та ін.) суттєво падає під впливом високих температур. Ця особливість, що пов'язана із фізичною природою сонячних елементів, дуже негативно впливає на графік навантаження системи, створює додаткові труднощі при плануванні об'ємів видобутку електрики та її передачі в загальну мережу або конкретному споживачеві.

Для зменшення зазначеного негативного ефекту використовують активні та пасивні методи охолодження. До пасивних методів охолодження відносять спеціальні методи установки та монтажу сонячних панелей, в яких враховуються географічні, кліматичні та техногенні фактори. Значний вплив на температурний режим сонячних панелей може мати особливості їх дизайну, теплофізичні та оптичні характеристики конструктивних елементів. З економічної точки зору пасивні методи охолодження достатньо прийнятні, але їх енергетична ефективність є невисокою.

Значно більші енергетичні показники може гарантувати використання активних методів охолодження. До таких методів відноситься додавання в конструкцію сонячної панелі додаткових шарів, в яких циркулює рідинний або газоподібний охолоджувач. Така система відносно коштвна з економічної точки зору, але є дуже енергоефективною. По-перше, теплоносій-охолоджувач знімає зайве тепло з шару сонячних елементів, не допускає їх перегрівання і, тим самим, забезпечує гарантовані виробником показники ефективності сонячних елементів. По-друге, додаткова теплота, що передається теплоносію, може бути використана для різних потреб. Тим самим в одному пристрої паралельно генерується як теплова, так і електрична енергії.

Енергетична та економічна ефективність комбінованих фототермоелектричних систем (PV/T) напряму залежить від рівня досконалості їх конструкції та безперебійної роботи системи автоматики. Для визначення співвідношення відповідних геометричних, динамічних та теплофізичних параметрів розроблена гнучка нестационарна нелінійна математична модель, в якій передбачається вибір дизайну PV/T, вибір типу сонячних елементів та відповідного типу теплоносія. На основі розробленої математичної моделі був створений числовий алгоритм та власний комп'ютерний код, реалізований в системі Mathematica. Вибір цього програмного засобу пов'язаний із можливістю підключення в код реальних кліматичних даних з місця функціонування PV/T систем.

Тестові розрахунки проводились для чотирьох типів конструкцій PV/T систем: з та без захисного скляного конвертом та охолодженням сонячним елементів з тильної сторони; з та без захисного конверту та охолодженням сонячним елементів з фронтальної сторони. Розрахунки показали, що у кожній з обраних конструкцій є свої переваги та недоліки. Найкращі показники електричної ефективності забезпечує конструкція PV/T системи без захисного скла та з фронтальним охолодженням

сонячних елементів. Але при цьому теплова ефективність такого пристрою є невисокою. Значно вище теплові показники має PV/T колектор із тильним охолодженням, але таке охолодження майже не впливає на температурний режим сонячних елементів. Цей тип PV/T систем можна рекомендувати лише для оптимізації простору, де вони локалізовані.

## АНАЛІЗ ДЕФОРМУВАННЯ ШАРУВАТИХ КОНСТРУКЦІЙ АЕРОКОСМІЧНОЇ ТЕХНІКИ ПРИ БАГАТОФАКТОРНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Сметанкіна Н.В.<sup>1</sup>, Місюра С.Ю.<sup>1,2</sup>, Місюра Є.Ю.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України*

<sup>1,2</sup>*Національний технічний університет «ХПІ»*

<sup>3</sup>*Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця*

Широке застосування конструкцій з композиційних матеріалів пов'язані з їх поліпшеними, порівняно однорідними, характеристиками. Завдяки високим якостям міцності і підвищеної жорсткості в поєднанні з малою вагою композиційні матеріали широко використовуються в космічному, авіа- і суднобудуванні, транспортному машинобудуванні [1–3]. Найбільш повно нині досліджено питання статичного деформування композитних елементів конструкцій та його вільні коливання [4–6]. Перехідні процеси у таких конструкціях менш вивчені [7, 8].

Нестаціонарні процеси у шаруватих елементах конструкцій можуть бути викликані короткочасними інтенсивними навантаженнями різної природи [9, 10]. Ускладнення умов роботи сучасних композитних конструкцій, пов'язане з імпульсними та ударними навантаженнями, різноманітність форм конструктивних елементів, застосування нових матеріалів, призводять до того, що розробка методів розв'язання задач про напружено-деформований стан композитних пластин і оболонок довільної форми є актуальною задачею динаміки конструкцій.

Пропонується методика дослідження процесів нестаціонарного деформування шаруватих композитних елементів конструкцій аерокосмічної техніки при імпульсному навантаженні та ударі твердим тілом. Розглядається шаруваті елементи, які виконані у вигляді пластин та оболонок із складною формою плану, що складається з ортотропних шарів сталої товщини. Пластина або оболонка віднесені до декартової системи координат, пов'язаної із зовнішньою поверхнею першого шару, і займає на координатній площині однозв'язну область, яка обмежена криволінійним контуром. Передбачається, що для пакету шарів у виконується гіпотеза типу С.П. Тимошенка. Напруження в шарах визначаються за законом Гука для ортотропного тіла [9]. Зусилля та моменти визначаються шляхом інтегрування відповідних компонентів тензора напружень вздовж товщини пластини або оболонки.

Рівняння руху елемента конструкції та граничні умови отримано з варіаційного принципу. При розв'язанні задачі про ударну взаємодію індентора з конструкцією система рівнянь руху доповнюється рівнянням руху індентора, а також умовою спільності переміщення індентора та конструкції. Контактна взаємодія враховується з урахуванням модифікованого закону Герца. Задача динаміки шаруватої пластини та

оболонки довільної форми розв'язується методом занурення [4, 10]. В результаті задача зводиться до розв'язання системи звичайних диференціальних рівнянь другого порядку щодо коефіцієнтів розвинення функцій переміщень у ряди Фур'є. Отримана система інтегрується шляхом розвинення розв'язку у ряд Тейлора.

Як репрезентативний приклад досліджено коливання шарнірно опертої тришарової пластини з ортотропних шарів при ударі індентором у вигляді сталеві кулі. Удар наноситься із зовнішньої поверхні першого шару пластини. Форму плану пластини описується рівняннями Ламе. Порівняння результатів розрахунку прогинів та нормальних напружень з результатами, які отримані методом скінченних елементів показало їх добре узгодження, що підтверджує достовірність результатів. Незважаючи на високий рівень інтенсивності ударного навантаження, напруження не перевищили своїх допустимих значень, що дозволяє прогнозувати працездатність та надійність такого елемента за його експлуатації в умовах реального навантаження.

Таким чином, розроблено методику дослідження перехідних процесів у шаруватих композитних пластинах та оболонках зі складною формою плану, яка враховує геометрію області на аналітичному рівні, що підвищує точність отриманих результатів. Запропонована методика може бути використана при проектуванні шаруватих елементів конструкцій аерокосмічної техніки за нестационарних навантажень різної природи.

### Література

1. Sierikova O., Strelnikova E., Gnitko V., Degtyarev K. Boundary calculation models for elastic properties clarification of three-dimensional nanocomposites based on the combination of finite and boundary element methods. In: 2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek). 2021. P. 351–356.
2. Misura S. Yu. Hydroelastic vibrations of the covers on water turbines with the upper ring of the guide vanes. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2015. 6(7), 4–10. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2015.55664>
3. Smetankina N., Ugrimov S., Kravchenko I., Ivchenko D. Simulating the process of a bird striking a rigid target. *Advances in Design, Simulation and Manufacturing II. DSMIE 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham, 2020. P. 711–721. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-22365-6\\_71](https://doi.org/10.1007/978-3-030-22365-6_71)
4. Smetankina N., Merkulova A., Merkulov D., Misura S., Misiura Ie. Modelling thermal stresses in laminated aircraft elements of a complex form with account of heat sources. *ICoRSE 2022. Lecture Notes in Networks and Systems*. 2023. Vol. 534. Springer, Cham. P. 233–246. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-15944-2\\_22](https://doi.org/10.1007/978-3-031-15944-2_22)
5. Malykhina A.I., Merkulov D.O., Postnyi O.V., Smetankina N.V. Stationary problem of heat conductivity for complex-shape multilayer plates. *Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University. Series “Mathematical modeling. Information technology. Automated control system”*. 2019. Vol. 41. P. 46–54. <https://doi.org/10.26565/2304-6201-2019-41-05>
6. Smetankina N., Postnyi O. Nonstationary heat conduction in multilayer glazing subjected to distributed sources. *Informatyka, Automatyka, Pomiarы w Gospodarce i Ochronie Środowiska*. 2020. Vol. 10, No 2. P. 28–31. <https://doi.org/10.35784/iapgos.930>
7. Сметанкіна Н.В., Шупіков О.М., Угрімов С.В. Математичне моделювання процесу нестационарного деформування багатошарового оскління при розподілених та локалізованих силових навантаженнях. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. Херсон. 2016. № 3(58). С. 408–413.



8. Шупиков А.Н., Бузько Я.П., Сметанкина Н.В., Угримов С.В. Нестационарные колебания многослойных пластин и оболочек и их оптимизация. Харьков: ХНЭУ, 2004. 252 с.

9. Smetankina N., Semenets O., Merkulova A., Merkulov D., Misura S. Two-stage optimization of laminated composite elements with minimal mass. Smart Technologies in Urban Engineering. STUE-2022. Lecture Notes in Networks and Systems. Springer, Cham, 2023. Vol. 536. P. 456–465. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-20141-7\\_42](https://doi.org/10.1007/978-3-031-20141-7_42)

10. Smetankina N.V., Postnyi O.V., Misura S.Yu., Merkulova A.I., Merkulov D.O. Optimal design of layered cylindrical shells with minimum weight under impulse loading. In: 2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek). 2021. P. 506–509. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-20141-7\\_42](https://doi.org/10.1007/978-3-031-20141-7_42)

## **ШАРУВАТА ОСНОВА З ПОЧАТКОВИМИ НАПРУЖЕННЯМИ ПРИ ДІЇ РУХОМОГО НАВАНТАЖЕННЯ**

**Ю. П. Глухов**

*Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України*

Специфічні інженерні проблеми і закони внутрішнього розвитку фундаментальних досліджень вимагають послідовного і більш повного врахування фізико-механічних характеристик матеріалів та інших властивостей, властивих реальним тілам. Дане дослідження спрямовано на вивчення закономірностей хвильових процесів в пружних шаруватих тілах при врахуванні ряду ускладнюючих факторів: різних моделей шаруватого покриття, початкових напружень, різних швидкостей руху поверхневого навантаження. Розв'язок вказаних задач передбачає встановлення закономірностей впливу початкових напружень, швидкості руху навантаження, геометричних та механічних характеристик покриття на напружено-деформований стан пружної основи. Цілі та задачі дослідження є надзвичайно актуальними як з фундаментальної, так і з практичної точки зору для підвищення надійності і довговічності інженерних споруд. В даній роботі розглянута плоска задача про дію рухомого поверхневого навантаження на пружний нестисливий півпростір з захисним покриттям та початковими напруженнями. Розглядаються і порівнюються дві моделі двошарового півпростору: 1) верхній шар (захисне покриття) моделюється зосередженими масами; 2) рух поверхневого шару описується системою рівнянь з теорії пластин.

Дослідження були проведені у рамках лінеаризованої теорії пружності для тіл з початковими напруженнями [1]. Для розв'язку задачі використаний інтегральний метод Фур'є. Аналітичні результати приведені в загальному вигляді для матеріалів з довільним пружним потенціалом, для випадків нерівних і рівних коренів характеристичних рівнянь, для різних умов сполучення елементів шаруватого середовища і для будь-якої швидкості руху навантаження. Для числового аналізу розглядався матеріал з потенціалом Бартенєва-Хазановича. Розрахунки були проведені в рамках теорії скінченних початкових деформацій.

Вивчений вплив тонкого поверхневого шару, початкових напружень, умов контакту елементів шаруватого середовища і швидкості руху поверхневого навантаження на розподіл швидкостей переміщень і напружень в нестисливій основі з початковими напруженнями.

При заданих початкових видовженнях темп росту значень величин, що досліджується, при стискуванні більше, ніж при розтягуванні. Загасання на відстані від точки прикладання навантаження відбувається повільніше при стискуванні, ніж при розтягуванні. Значення параметрів, що характеризують напружено-деформований стан основи і їх залежність від початкових напружень, визначаються координатами даної точки. Існують області півпростору, в яких значення напружень і швидкостей переміщень мало залежать від початкових деформацій. Зі збільшенням швидкості руху навантаження вплив початкових напружень значно посилюється. Особливо це має місце для матеріалу, що попередньо стиснений.

При дозвукових швидкостях руху амплітуди параметрів, що досліджувались, значно більші для першої моделі півпростору (зосереджені маси). При надзвукових швидкостях така відмінність є не значною.

Гузь А.Н. Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями. – Киев: «А.С.К», 2004. – 672 с.

## ПОШИРЕННЯ ПРУЖНИХ ХВИЛЬ КРУЧЕННЯ ВЗДОВЖ ШАРІВ КОМПОЗИТНОГО СТИСЛИВОГО МАТЕРІАЛУ З ПОЧАТКОВИМИ НАПРУЖЕННЯМИ

А. Ю. Глухов, Ю. П. Глухов

*Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України*

Робота є продовженням циклу робіт вчених Інституту механіки НАН України з дослідження поширення пружних хвиль в шаруватих композиційних матеріалах з початковими напруженнями.

Вивченню закономірностей поширення гармонічних хвиль у шаруватих стисливих та нестисливих матеріалах періодичної структури, яка складається з двох компонентів, присвячені роботи О. М. Гузя, О. П. Жука, Ле Мінь Кханя, Н. А. Сітенка, Панасюка О.М., А.Ю. Глухова та інших. У найповнішій формі результати про поширення пружних хвиль в шаруватих композитних матеріалах з початковими напруженнями представлені в монографіях О. М. Гузя [1, 2] та інших.

У даній роботі проведені дослідження поширення пружних хвиль кручення в шаруватому композитному стисливому матеріалі з початковими напруженнями при проковзуванні шарів. Дослідження виконані в рамках тривимірної динамічної лінеаризованої теорії пружності для тіл з початковими напруженнями з використанням методу, викладеного в [1].

Розглядається шаруватий композитний стисливий матеріал з початковими напруженнями, який складається з шарів двох типів, що чергуються. Матеріали шарів і їх початкові напружено-деформовані стани є однаковими для кожного типу шарів.

Вважаємо початковий напружений стан однорідним. Приймаємо, що для кожного з шарів мають місце наступні співвідношення:

$$S_{11}^{0(j)} = S_{22}^{0(j)} \neq S_{33}^{0(j)}, \quad \lambda_1^{(j)} = \lambda_2^{(j)}, \quad h^{(j)} = \lambda_3^{(j)} h^{(j)}, \quad j = 1, 2. \quad (1)$$

Також приймаємо, що

$$u_r^{(j)} \equiv 0; \quad u_r^{(j)} = u_r^{(j)}(r', y_3, \tau); \quad u_3^{(j)} \equiv 0. \quad (2)$$

У цьому випадку в представленні загальних розв'язків можна прийняти

$$\Psi^{r(j)} = \Psi^{r(j)}(r', y_3, \tau); \quad \chi^{r(j)} \equiv 0. \quad (3)$$

Дослідження закономірностей поширення пружних хвиль кручення у шаруватих композитних матеріалах з початковими напруженнями зводиться до побудови розв'язків рівняння руху при задоволенні граничних умов на площинах розділу шарів і умов періодичності Флоке.

Розглянуто випадок поширення хвиль уздовж шарів. Отримані дисперсійні рівняння для симетричних і антисиметричних хвиль, а також їх довгохвильові наближення.

#### Література

1. Гузь А. Н. Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями / А. Н. Гузь. – К.: А.С.К., 2004. – 672 с.
2. Гузь А.Н., Глухов А.Ю. Осесимметричные волны в высокоэластичном композитном материале с начальными напряжениями. – Киев, 2020. – ТОВ «Видавничий будинок «Аванпост-Прим». – 94 с.

### ВЛАСНІ ЧАСТОТИ НАГРІТОЇ КРУГЛОЇ ПЛАСТИНКИ З ПРУЖНИМ ЩОДО ПОВОРОТУ КРАЄМ

**О.М.Горечко, Н.О.Заводовська**

*Національний університет «Львівська політехніка», Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України*

Пластини, як конструктивний елемент, широко використовуються у аерокосмічній техніці, машинобудуванні, електроніці, будівництві тощо. Зокрема круглі пластини при дії динамічних навантажень були об'єктом інтенсивних досліджень з кінця дев'ятнадцятого століття [1]. Однак і досі проводяться теоретичні дослідження вібрацій круглих пластин, які використовують або пропонують нові числові та числово-аналітичні методи для пластин постійної та змінної товщини, враховують взаємодію з іншими середовищами, розглядають задачі динаміки в нелінійній постановці, аналізують вплив попередніх напружень на динамічні характеристики її поперечних коливань.

В роботі розглядається задача знаходження власних частот поперечних коливань круглої пластини, попередньо навантаженої в площині внаслідок нагріву рівномірними джерелами тепла та теплообміну з середовищем, при її пружному кріпленні на границі. Задача зводиться до послідовного розв'язування задач осесиметричної статичної термопружності та поперечних коливань пластинки при наявності попереднього напруженого стану.

Для статичної задачі термопружності в осесиметричному випадку і припущенні, що коефіцієнти теплообміну пластини з навколишнім середовищем та інтенсивність джерел тепла постійні, а край пластинки неподатливий, можна побудувати [2] загальний розв'язок, а звідси і розв'язок при довільному кріпленні краю.

Задача поперечних коливань пластинки формулюється для моделі Кірхгофа для осесиметричного поля температурних напружень при пружному кріпленні відносно повороту та жорсткому щодо нормальних переміщень зовнішнього контура. Вирази температурних напружень у вигляді комбінації функцій Бесселя першого роду та вироджених гіпергеометричних функцій занадто громіздкі, і не дозволяють

продовжувати розв'язувати поставлену задачу аналітично. Найпростіші вирази для температурних напружень отримуються у випадку однорідної температури пластинки. Для цього випадку розв'язування задачі проводилось аналітично, побудовано частотне рівняння. У інших випадках нижчі власні частоти знаходились числовим методом скінчених елементів.

В результаті проведених обчислень проаналізовано вплив зміни температури пластинки на її найнижчі власні частоти для класичних ідеальних кріплень жорсткого защемлення та шарнірного опираю. Показано, що нагрів/охолодження защемленої пластинки до 10 градусів призводить до зміни нижчих власних частот до 20%. Проаналізовано вплив пружності кріплення на нижчі власні частоти. При зміні коефіцієнта пружності на поворот нижчі власні частоти змінюються на 25-50%. Власні частоти опертої пластини є більш чутливими до зміни температури нагріву ніж частоти жорстко защемленої пластинки. Числовим методом побудовані залежності основної частоти від коефіцієнтів теплообміну пластинки з зовнішнім середовищем. Різниця основних частот при різній тепловіддачі з зовнішнього контура є більшою при низькій тепловіддачі з плоских поверхонь і суттєво зменшується при зростанні цієї тепловіддачі.

1. *Leissa A.W.* Vibration of Plates. Washington: NASA SP-160, 1969. – 360 p.
2. *Коваленко А.Д.* Термоупругость. Киев: Вища школа, 1975. – 216 с.

## АКТИВНО-ПАСИВНИЙ ВПЛИВ НА ДЕМАСКУЮЧІ ОЗНАКИ ДРОНІВ

**Ю.С. Тарасенко**

*Університет митної справи і фінансів*

Як правило, в приховуванні роботи безпілотних літальних апаратів (БПЛА або дрони) зацікавлені всі сторони, особливо в період їх конфронтації. Такі дрони, в залежності від позицій конфліктуючих сторін, прийнято ділити на ворожі і власні. У цьому випадку дуже ефективним для забезпечення безпеки підвідомчих об'єктів є використання безпілотників, які здатні в залежності від поставленого завдання здійснювати відеоспостереження на основі комп'ютерного зору [1]. Однак використання радіодіапазону як і раніше актуально - адже всепогодне радіолокаційне визначення, розрізнення, вимірювання та розпізнавання мають основоположне значення при створенні систем контролю і управління доступом, перш за все, критичної інфраструктури [2,3]. Тому, як і за активної радіолокації, технологія stels також прийнято використовувати для безпілотників. Це допомагає знизити радіолокаційну видимість об'єкта спостереження (тобто дрона) за рахунок зменшення його ефективної площі зворотнього розсіювання (ЕПЗР). З одного боку, значення ЕПЗР конкретного об'єкта спостереження (у радіолокації прийнято називати ціллю) дозволяє оцінити рівень відбитого вторинного електромагнітного випромінювання від такої цілі у вигляді її ефективної поверхні ( $S_{\text{ef}}$ ), яка вимірюється у децибелах або  $\text{м}^2$ . З іншого боку, технічні засоби отримання і аналізу  $S_{\text{ef}}$  (залежно від роздільної здатності радіолокаційної станції) дозволяють виявити сукупність "блискучих точок" дрона. Однак слід мати на увазі, що, оскільки реальну ціль можна зобразити у вигляді сукупності поверхонь розсіювання, то таку ціль, що має кілька блискучих точок, слід

розглядати тільки як груповий випромінювач. При цьому зі зміною ракурсу цілі і її блискучі точки, як правило, мають блукати й змінювати свої значення. Зокрема, навіть для малих розвідувальних дронів, які використовуються на невеликих висотах і на відстанях, характерних для ближньої зони радіолокаційної взаємодії, цілком доцільно застосовувати методи розпізнавання з використанням ближньої радіолокації, оскільки оптична або лазерна ідентифікація менш ефективна через залежність від погодних умов. У той же час, завдяки особливостям штатної роботи радіолокаційних систем ближньої дії, достовірність рішень, прийнятих для виявлення безпілотників навіть на «останній милі» їх фінішного виконання своєї місії, буде залежати апріорі від матеріальних джерел вимірювань  $S_{\text{эф}}$  дронів (або їх моделей) і пов'язаних з ними помилок в задіяних системах, рівень гарантованих вимірювань яких можна оцінити тільки у безехових камерах [4].

Очевидно, що успішність досягнення заданих координат і наступного виконання польотного завдання БПЛА буде багато в чому визначатися властивостями його інформаційно-вимірювальної системи, яка зобов'язана володіти елементами інтелекту і відповідною системою захисту від несанкціонованих зовнішніх вторгнень з метою порушення штатної працездатності дрону, - аж до його знищення. При цьому, автопілот дрону (який забезпечує постійність штатних значень кутів крену, тангажу і ризику, швидкості, висоти і курсового направлення польоту) є виконуючою ланкою робототехнічного комплексу у системі управління і зв'язку дрону [5]. Такий автопілот є системою повного управління під час усіх фаз польоту, у той час як ряд функцій управління польотом можуть знаходитися на віддаленій станції керування. Автопілотна же частина системи управління дрону знаходиться на борту і, відповідно, аспекти надійності штатної його працездатності завжди є актуальними. Причому реальні системи стабілізації дронів використовують сучасні кіберфізичні системи (КФС), що реалізуються за допомогою сенсорних пристроїв отримання видової (чи радіолокаційної) інформації для сприйняття навколишнього середовища і уточнення локації, а також ряд виконавчих пристроїв, які забезпечують виконання алгоритму польотного завдання. Тому, в залежності від/за час виявлення потенційної атаки на дрон з метою перехвату його керування або ж фізичного його знищення, необхідно проводити ряд захисних заходів, у першу чергу у вигляді активно-пасивних впливів на демаскуючі ознаки дронів (ДОД). До таких доцільно віднести захисні заходи, у першу чергу направлені як на зміну  $S_{\text{эф}}$  дрону, так і на його сукупність «блискучих точок» у вигляді «радіолокаційного портрету» шляхом активного або пасивного їх нівелювання.

У якості активних впливів на ДОД, наприклад, доцільно використовувати електромагнітні перешкоди шумоподібного гребінчатого зашумлення, виконуючого, з одного боку, роль захисного екрану, а з іншого – дозволяючого залишати незмінним частотний діапазон керування. Вибір оптимальних параметрів останнього, з одного боку, залежить від апостеріорного результату аналізу його сигнальної функції та відповідного об'ємного тіла невизначеності, а з іншого боку – дозволяє забезпечувати скритність штатного безперервного процесу забезпечення захисту дронів з позицій визначення, розрізнення та розпізнавання будь-яких порушень повітряного навколишнього середовища. При цьому можлива реалізація переходу на резервні частоти керування, враховуючи (використовуючи) «вікна прозорості» в амплітудно-частотній характеристиці гребінчатого фільтру на виході шумоподібного генератора перешкоди, чим блокується потенційна можливість підміни керування протиборною стороною, що здатна навіть (при малому рівні ймовірності перехвату керування) реалізувати «вікна прозорості» при використовуваній гребінчастій фільтрації. У якості пасивних впливів на ДОД існує можливість реалізації сукупності штирьових антен

та/або кутових відбивачів, прихованих від початку штатно під стелсовою захисною оболонкою обтічника дрону, але здатних по команді зайняти бойову позицію.

1. Девід Форсайт, Жан Понс. Компьютерное зрение. Современный подход = Computer Vision: A Modern Approach. — «Вильямс», 2004. — 928 с.
2. Yu.S. Tarasenko, V.Iu. Klym. Safety of critical infrastructure objects from the positions of risk effectiveness reduction. Vol. 4 No. 141 (2022): System technologies. Pp. 158-168. Published: 2023-03-04. Дніпро.
3. Тарасенко Ю.С., Савченко Ю.В. Ризик-орієнтовані процеси забезпечення безпеки об'єктів критичної інфраструктури // Системи та технології, 2023, 65 (1). С. 66-76.
4. Тарасенко Ю.С. Фізичні основи радіолокації [Текст]: навч. посіб. Т 19 / Ю.С.Тарасенко. – Д.: «Пороги», 2011. – 487с.
5. Летичевский А.А., Летичевский А.Ал, Скобелев В.Г., Волков В.А. Киберфизические системы. Кибернетика и системный анализ, 2017. Т. 53, №6. С. 3–19.

## **ПРО ПОКАЗНИКИ НАДІЙНОСТІ ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ НА ЕТАПІ ЕКСПЛУАТАЦІЇ**

**В.П. Пошивалов, Ю.Ф. Данієв**

*Інститут технічної механіки НАН України і ДКА України*

Експлуатація технічних об'єктів (ТО) впливає на їхню надійність, особливо складних. Підтримка необхідного рівня надійності на етапі експлуатації передбачає проведення комплексу організаційно-технічних заходів, включаючи періодичність обслуговування, що сприяє попередженню відмов.

У процесі технічного обслуговування проводиться діагностика основних вузлів та блоків щодо відповідності їх заданим параметрам [1,2].

В результаті діагностики виявляються відхилення від заданих параметрів і приймається рішення про подальшу експлуатацію елемента або системи, а також про необхідність його ремонту або заміни. У період експлуатації найбільш важливими питаннями є планування та розрахунок періодів профілактики, а також розрахунок числа запасних елементів систем ТО. На етапі експлуатації важливим завданням є вибір показників надійності. Для цього використовуються показники надійності, що характеризують окремі властивості системи та комплексні показники. Крім цього застосовуються відносні показники, що характеризують загальний рівень надійності [3,4].

Надійність ТО залежно від їхнього виду може оцінюватися частиною чи всіма показниками надійності. Надійність ТО на етапі експлуатації характеризується такими властивостями:

- відновлювані ТО: безвідмовністю, довговічністю, ремонтпридатністю, збереженням.
- Невідновлювані ТО: безвідмовністю, довговічністю, збереженням.

У роботі наведено класифікацію показників надійності ТО на етапі експлуатації згідно з зазначеними властивостями, розглянуто методи розрахунку запасних елементів.

Розглянуто вибір розподілів наробітку до відмови для елементів ТО.

1. Пошивалов В.П., Данієв Ю. Ф. Безпека і залишковий ресурс технічних об'єктів / Міжнародна наукова конференція. Математичні проблеми технічної механіки – МПТМ-2023. Матеріали конференції.- Київ, Дніпро, Кам'янське – С.25

2. Про забезпечення надійності об'єктів ракетно-космічної техніки на етапі проєктування/В. П. Пошивалов, Ю. Ф. Данієв, Л. В. Резниченко, І. І. Телегіна // Технічна механіка. – 2020. – № 1. – С. 67 – 75.

3. Вероятностные модели среднего остаточного ресурса технических систем / Ю. Ф. Даниев, В. П. Пошивалов, Л. В. Резниченко // Системні технології : Регіональний міжвуз. сб. наук. праць. – Дніпро: НМАУ, 2018. – Вип. 2 (115). - С. 53 - 60.

4 Development of the normative framework methodology for justifying the residual resource of starting buildings constructions of space launch vehicles / V. S. Hudramovich, V. N. Sirenko, D. V. Klimenko, Yu. F. Daniev, E. L. Hart //Strengths of Materials. – 2019. – V. 51, No. 3. – P. 333 – 340.

## **МОДЕЛІ ТУРБУЛЕНТНОСТІ В ЧИСЛОВИХ МЕТОДАХ З ВИЗНАЧЕННЯ АЕРОДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ**

**А.В. Сохацький**

*Інститут транспортних систем та технологій НАН України  
Університет митної справи та фінансів*

Створення перспективних транспортних засобів, що працюють на нових фізичних принципах є надзвичайно складною проблемою. Необхідні розробки нових транспортних технологій. Подальший їх розвиток пов'язаний з формуванням нової інтегрованої транспортної системи в контексті концепції сталого розвитку, що передбачає перехід на екологічно чисті та безпечні технології. Необхідні ефективні рішення проблеми кардинального підвищення швидкості та пропускної здатності транспортних систем при малих витратах енергії. Крім традиційних вимог до безпеки, доступності та якості перевезень найбільш чітко проявляються вимоги до екологічності, мультимодальні та швидкості транспортних послуг, що надаються. Підвищення швидкості перспективних транспортних засобів вимагає ефективного розв'язування проблем, що пов'язані з динамікою руху та експлуатаційними характеристиками.

На сьогодні гостро стоять питання про надання перспективним транспортним засобам оптимальних аеродинамічних характеристик. Високошвидкісні транспортні засоби рухаються в суцільному повітряному середовищі для якого характерні невизначеності їх параметрів.

Реальний рух транспортного засобу відбувається в турбулентному повітряному середовищі. Моделювання турбулентних рухів повітряних мас є фундаментальною проблемою як теоретичної фізики так і практичної аеродинаміки. Відсутність універсальної теорії опису турбулентних течій створює проблеми з визначенням аеродинамічних навантажень]. Це питання є одним із ключових моментів при проєктуванні високошвидкісних наземних транспортних засобів, оскільки при високих швидкостях руху тільки на подолання опору повітря може припадати до 90% загальних енергетичних витрат. Таким чином необхідні фундаментальні дослідження в аеродинаміці високошвидкісного наземного транспорту.

Методи моделювання турбулентних течій, з певною мірою умовності можна розділити на три групи: підходи, що базуються на використанні осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса (Reynolds Averaged Navier - Stokes - RANS); два

класичних підходи - пряме числове моделювання турбулентності (Direct Numerical Simulation - DNS) і метод моделювання великих вихорів (Large Eddy Simulation - LES); гібридні підходи, що спираються на спільне використання RANS і LES підходів для різних областей течії.

На сьогодні найбільш поширеними підходами є методи, що базуються на використанні осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса (Reynolds Averaged Navier - Stokes - RANS). Вони замикаються за допомогою тієї або іншої напівемпіричної моделі турбулентності.

Класичні вихоророзрізняючі підходи є найбільш досконалими. Це пряме числове моделювання турбулентності (Direct Numerical Simulation - DNS) і метод моделювання великих вихорів (Large Eddy Simulation - LES). Метод DNS базується на безпосередньому прямому числовому розв'язуванні тривимірних нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса з розрізненням усіх просторово-часових масштабів турбулентності. Він ґрунтується на фізичних принципах аеродинаміки і повністю вільний від емпіричних припущень.

У рамках методу LES ті ж рівняння розв'язуються безпосередньо після їх попередньої просторової фільтрації. Це дозволяє виключити з розгляду частину просторово-часових масштабів. Проведена операція дозволяє значно понизити вимоги до просторово-часового розрізнення. Таким чином понижуються вимоги до необхідних обчислювальних ресурсів.

Для урахування впливу відфільтрованих ("підсіткових") масштабів турбулентності притягуються ті або інші напівемпіричні моделі.

В науковій літературі для підкреслення кардинальних відмінностей методу LES від підходів, що використовуються для замикання RANS, їх називають "підсітковими".

До третьої групи відносять гібридні підходи, що спираються на спільне використання RANS і LES підходів в різних областях течії. Вони є найбільш розповсюдженими для практичного використання, виходячи з можливостей обчислювальної техніки.

Перевагою рівнянь RANS перед вихідними Нав'є-Стокса є те, що вони сформульовані безпосередньо відносно осереднених за часом характеристик течії, що представляють основний інтерес в задачах аеродинаміки. Таким чином можна виключити необхідність розрахунку локальних нестационарних характеристик турбулентних потоків шляхом інтегрування тривимірних нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса (DNS). В реальних умовах течії, на даний час розвитку обчислювальної техніки, проведення розрахунку локальних нестационарних характеристик турбулентних потоків вважаються абсолютно неможливими. Слід відзначити, що рівняння RANS є незамкнутими, оскільки вони містять невідомий тензор рейнольдсових напружень та вектор турбулентного теплового потоку. Тому для їх практичного використання потрібні додаткові співвідношення, що зв'язують ці величини з характеристиками осередненого руху. Вони можуть бути отримані тільки з використанням тієї або іншої емпіричної інформації. Ці співвідношення прийнято називати моделями турбулентності для напружень Рейнольдса або для других моментів.



## ВПЛИВ ВКЛЮЧЕННЯ ІЗ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНОГО МАТЕРІАЛУ НА КОНЦЕНТРАЦІЮ НАПРУЖЕНЬ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ З ПРЯМОКУТНИМ ОТВОРОМ

Е. Л. Гарт, Б. І. Терьохін

*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара*

Функціонально-градієнтні матеріали (ФГМ) – це нове покоління композиційних матеріалів [1], для яких характерна відсутність чітких меж між компонентами та безперервна просторова зміна (градієнт) фізико-механічних властивостей. Така особливість ФГМ дозволяє впливати на напружено-деформований стан з метою підвищення міцності конструкцій.

Застосування включень, зокрема із ФГМ, у тонкостінних конструкціях з отворами дає змогу зменшити коефіцієнт концентрації напружень (ККН) в їх околі [2, 3]. Важливим для механіки деформівного тіла є вирішення питання знаходження раціональних параметрів таких включень.

У цій роботі на основі методу скінченних елементів проведено комп'ютерне моделювання поведінки тонкостінної циліндричної оболонки, довжини  $L$ , діаметру  $d$  з центрально розташованим прямокутним отвором, розміром  $a$ , та кільцевим радіально-неоднорідним включенням радіусу  $r$  за дії одновісного рівномірного навантаження розтягу  $p = const$ , що не призводить до появи пластичних деформацій. Вважалося, що включення змодельоване вставкою, яка має однакову з оболонкою товщину; на межі включення із матрицею задані умови жорсткого зчеплення.

У числових розрахунках вибрано модельний матеріал з коефіцієнтом Пуассона  $\nu_0 = 0,25$  та змінним модулем пружності ФГМ-включення. Як показано у [2], для зниження концентрації напружень доцільно використовувати закон зміни модуля пружності ФГМ-включення з трьома характерними зонами: 1) зона зростання ширини  $h_1$ ; 2) зона незмінного (фіксованого) значення ширини  $h_2$ ; 3) зона зменшення модуля пружності ширини  $h_3$ . У розрахунках прийнято, що модуль пружності оболонки  $E_0 = 100 \text{ МПа}$ ; коефіцієнт відносної жорсткості ФГМ-включення  $k$ , тобто відношення модуля пружності другої зони ФГМ-включення  $E_2$  ( $E_{\text{max}}^{\text{вкл}}$ ) до модуля пружності оболонки,  $k=2$ . Розглядали квадратний отвір зі стороною  $a$ . Ширину ФГМ-включення варіювали:  $h_{\text{вкл}} = 3a/2, 2a$  (рис. 1).

Результати розрахунків ККН та відповідних деформацій наведено у табл. 1.

**Таблиця 1 – Коефіцієнт концентрації напружень та відповідні деформації  
в оболонці з квадратним отвором і ФГМ-включенням**

Вид включення	ККН	$\delta_1, \%$	$\varepsilon_i^{\text{max}} \cdot 10^4$	$\delta_2, \%$
ФГМ-включення 1 $h_{\text{вкл}} = 3a/2$	4,50	-24,4	2,61	-38,4
ФГМ-включення 2 $h_{\text{вкл}} = 2a$	4,29	-27,9	2,52	-40,5

Тут  $\delta_1$  і  $\delta_2$  – відхилення ККН і відповідних деформацій в оболонці з квадратним отвором і ФГМ-включенням від результатів для випадку оболонки без включення.

Як видно із табл. 1, використання ФГМ-включення ширини  $h_{\text{вкл}} = 2a$  в циліндричній оболонці з квадратним отвором призводить до зменшення величини ККН в околі отвору на ~28%, а максимальних деформацій на ~41%. Збільшення ширини другої зони ФГМ-включення призводить до зменшення величини ККН і відповідних деформацій.

При порівнянні одержаних результатів для випадку наявності в оболонці ФГМ-включення із відповідними результатами для оболонки за наявності однорідних включень, мають місце значні переваги застосування саме ФГМ-включення: спостерігається механічний ефект зменшення як інтенсивності напружень, так і інтенсивності деформацій в зоні концентрації параметрів напружено-деформованого стану. Такого ефекту у разі застосування однорідних включень не відбувається.

Отже, у результаті проведеного числового дослідження поведінки тонкостінних циліндричних оболонок з квадратним отвором і кільцевим включенням із ФГМ проаналізовано вплив величини модуля пружності ФГМ-включення та його ширини на ККН в оболонці. Встановлено раціональні параметри радіально-неоднорідного ФГМ-включення, при якому ККН зменшується на ~28%, а відповідні деформації на ~41%.

Наявність ФГМ-включень з певними механічними властивостями і геометричними параметрами надає змогу впливати не тільки на величину ККН в пластинчато-оболонкових елементах конструкцій поблизу локальних концентраторів напружень, а й на розподіл напружень по їх поверхні.

## Література

1. Механика композитов. Т. 7. Концентрация напряжений / Гузь А. Н., Космодамианский А. С., Шевченко В. П. (ред.). – К.: “А.С.К.”, 1998. – 387 с.
2. **Hart E. L., Terokhin B. I.** Computer simulation of the stress-strain state of thin plates and cylindrical shells with a circular hole reinforced by an inclusion from functionally graded material // Strength of materials and theory of structures. – Kyiv: KNUBA, 2023. – Iss. 110. – P. 63–80. DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2023.110.63-80>
3. **Yang Q., Cao H., Tang Y., Li Y., Chen X.** Experimental investigation of stress distributions in 3D printed graded plates with a circular hole // Materials. – 2021. – Vol. 14, No. 24, 7845. – P. 1–13. DOI: <https://doi.org/10.3390/ma14247845>

**ПРО КОНЦЕНТРАЦІЮ НАПРУЖЕНЬ НАВКОЛО КРУГОВОГО ОТВОРУ В  
ЦИЛІНДРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ ЗА НАЯВНОСТІ ОТОЧУЮЧИХ ЙОГО  
ЕЛІПТИЧНИХ ВКЛЮЧЕНЬ**

**Е. Л. Гарт, О. Д. Шебанов**

*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара*

Тонкостінні елементи, такі як оболонки та пластини, широко застосовуються в різних сферах техніки, таких як ракетно-космічна промисловість, авіація, енергетика, будівництво та ін. У зв'язку з конструктивними та технологічними вимогами часто виникає необхідність введення різноманітних отворів та включень, що порушує суцільність матеріалу конструкції. Такі порушення призводять до неоднорідності структури, що суттєво впливає на розподіл напружень та процеси деформації та руйнування системи. Урахування впливу локальних концентраторів напружень на стан напружено-деформованого середовища, зокрема оболонок, і знаходження способів зниження концентрації напружень у тонкостінних конструкціях є важливим завданням механіки деформівного твердого тіла. Для вивчення цих явищ зазвичай використовують числові методи механіки, які, на відміну від аналітичних, є більш універсальними та ефективними для розв'язання такого класу проблем [3, 4].

У даній роботі досліджено напружено-деформований стан (НДС) тонкостінної циліндричної оболонки з малим круговим отвором і розташованими навколо нього двома еліптичними включеннями з іншого матеріалу. Розглянуто два варіанти розташування включень по відношенню до отвору – вертикальне та горизонтальне. Проведено скінченноелементний аналіз впливу відстані між отвором та включеннями, способом їх розташування, а також механічних властивостей включень на концентрацію параметрів НДС оболонки навколо отвору. Здійснено порівняння одержаних результатів із відомими даними для відповідних пластин [1].

Для зручності аналізу введено коефіцієнт відносної жорсткості включення  $k$ , ( $k$  – модуль пружності включення,  $E_0$  – модуль пружності оболонки). У табл. 1 наведено значення коефіцієнта концентрації напружень (ККН) для розглянутих двох випадків розташування еліптичних включень для різних варіантів відстані  $l$  ( $l=8r$ ;  $5r$ ;  $3r$ ;  $2,5r$ ) між круговим отвором радіусу  $r$  та «жорстким» ( $k>1$ ) або «м'яким» ( $k<1$ ) включенням.

**Таблиця 1 – Значення ККН в залежності від способу розташування включень**

Задача	Вертикальне розташування включень				Горизонтальне розташування включень			
	$k>1$		$k<1$		$k>1$		$k<1$	
	ККН	$\Delta$ , %	ККН	$\Delta$ , %	ККН	$\Delta$ , %	ККН	$\Delta$ , %
Відстань								
$l=8r$	3,32	+2,0	3,13	-3,9	3,22	-1,1	3,28	+0,8
$l=5r$	3,44	+5,6	2,91	-10,7	3,07	-5,5	3,45	+6,1
$l=3r$	3,53	+8,5	2,63	-19,0	2,59	-20,4	4,01	+23,2
$l=2,5r$	3,50	+7,7	<b>2,61</b>	-19,6	<b>2,08</b>	-36,1	4,74	+45,8

Тут  $\Delta$  – відхилення ККН (у %) для розглянутих випадків від величини ККН для циліндричної оболонки з круговим отвором без включень (ККН=3,25) [2].

Із розглянутих варіантів розташування включень навколо отвору найкращим з точки зору зменшення концентрації напружень виявився варіант їх горизонтального

розташування у разі використання більш «жорстких» включень ( $k > 1$ ), що дало змогу зменшити величину ККН на  $\sim 36\%$ . У разі більш «м'яких» включень ( $k < 1$ ) найкращим виявився випадок їх вертикального розташування, при цьому значення ККН можливо зменшити на  $\sim 20\%$ . Ці результати добре узгоджуються для відповідної пластини [1].

У табл. 2 та табл. 3 наведено порівняння отриманих числових результатів розрахунку ККН оболонки і пластини з вертикальним та горизонтальним розташуванням включень відповідно.

Таблиця 2 – Порівняння ККН оболонки і пластини з вертикальним розташуванням включень

Задача	Вертикальні включення					
	$k > 1$			$k < 1$		
	$KKN_{пл}$	$KKN_{об}$	$\Delta, \%$	$KKN_{пл}$	$KKN_{об}$	$\Delta, \%$
Відстань						
$l=8r$	3,09	3,32	+7,4	2,89	3,13	+8,3
$l=5r$	3,19	3,44	+7,8	2,71	2,91	+7,8
$l=3r$	3,27	3,53	+7,9	2,51	2,63	+4,8
$l=2,5r$	3,29	3,50	+6,4	2,46	2,61	+6,1

Таблиця 3 – Порівняння ККН оболонки і пластини з горизонтальним розташуванням включень

Задача	Горизонтальні включення					
	$k > 1$			$k < 1$		
	$KKN_{пл}$	$KKN_{об}$	$\Delta, \%$	$KKN_{пл}$	$KKN_{об}$	$\Delta, \%$
Відстань						
$l=8r$	2,98	3,22	+8,05	3,07	3,28	+6,84
$l=5r$	2,92	3,07	+5,14	3,13	3,45	+10,22
$l=3r$	2,48	2,59	+4,44	3,61	4,01	+11,08
$l=2,5r$	2,01	2,08	+3,48	4,22	4,74	+12,32

Аналіз одержаних результатів показує, що кривизна оболонки найбільш суттєво (до  $\sim 12\%$ ) впливає на зростання ККН при горизонтальному розташуванні «м'яких» ( $k < 1$ ) включень у порівнянні з відповідною пластиною.

На рис. 1, як приклад, наведено розподіл відносної інтенсивності напружень вздовж розгортки кругового отвору оболонки для випадку горизонтального розташування двох еліптичних включень для різних значень відстані  $l$  в разі «жорстких» ( $k > 1$ ) включень. Для зручності було введено параметричну координату  $\varphi$ , що відповідає куту відносно горизонтальної вісі отвору. Лінії 1 – 5 відповідають таким випадкам: лінія 1 – оболонка без включень; лінії 2 – 5 – відстань між отвором та включенням  $l=8r$ ;  $5r$ ;  $3r$ ;  $2,5r$ , відповідно. На графіку продемонстровано якісну картину зміни величини ККН за наявності в оболонці «жорстких» включень навколо отвору в залежності від відстані їх розташування відносно центру отвору. Спостерігається такий *механічний ефект*: зменшення відстані між отвором і включенням призводить до зменшення величини ККН. Отже, за розглянутих варіантів параметрів і розташування

включень отримано, що конфігурація із найменшою відстанню  $l=2,5r$  є найкращою з точки зору зниження концентрації напружень в оболонці в разі горизонтального розташування «жорстких» еліптичних включень (на  $\sim 36\%$ ). Перспективним є пошук раціональних параметрів включень (їх форми, розмірів, кількості, механічних властивостей та розташування) щодо впливу на зменшення величини ККН.

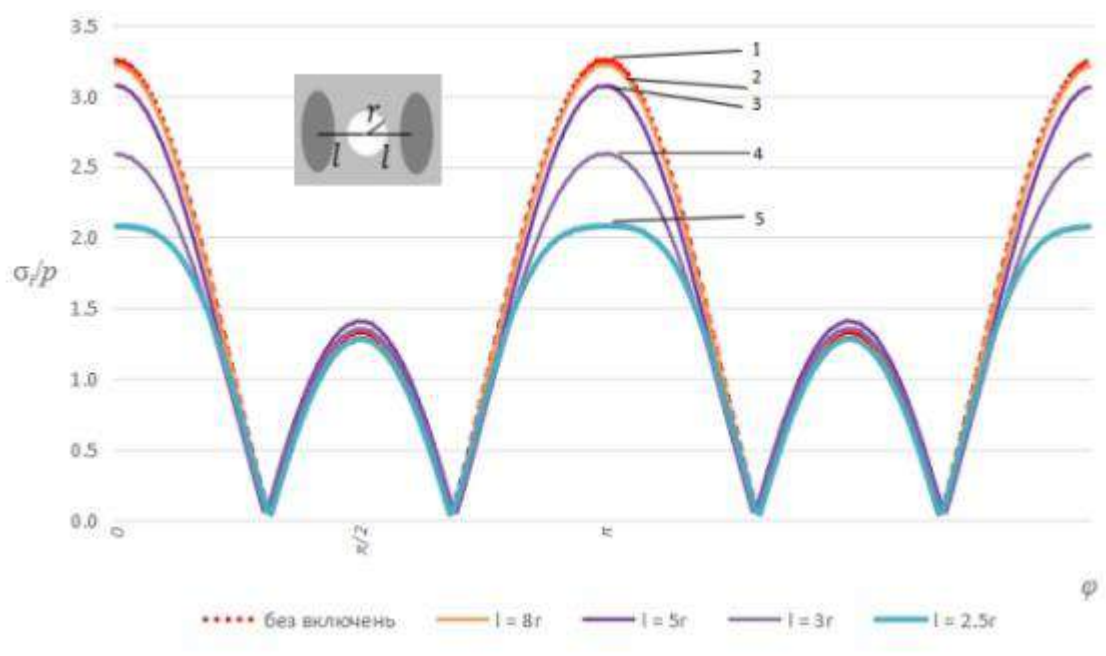


Рис. 1 – Розподіл вздовж розгортки кругового отвору оболонки при  $k > 1$

### Література

1. **Гарт Е. Л., Рибалко Я. В.** Взаємовплив кругового отвору і оточуючих його еліптичних включень при пружному деформуванні прямокутної пластини // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: зб. наук. праць. – Дніпро: Ліра, 2019. – Вип. 30. – С. 5–18. DOI: <https://doi.org/10.15421/4219023>
2. **Методы расчета оболочек:** в 5 т. Т. 1. Теория тонких оболочек, ослабленных отверстиями / А. Н. Гузь, И. С. Чернышенко, Вал. Н. Чехов и др. – К.: Наук. думка, 1980. – 636 с.
3. **Gudramovich V. S., Gart É. L., Strunin K. A.** Modeling of the behavior of plane-deformable elastic media with elongated elliptic and rectangular inclusions // Materials Science. – 2017. – Vol. 52, iss. 6. – P. 768–774. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11003-017-0020-z>
4. **Hart E. L., Hudramovich V. S.** Projection-iterative schemes for the realization of the finite element method in problems of deformation of plates with holes and inclusions // Journal of Mathematical Sciences. – 2014. – Vol. 203. – No. 1. – P. 55–69. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10958-014-2090-x>

## МОДЕЛЮВАННЯ ОБЕРТАННЯ У СЕРЕДОВИЩІ З ОПОРОМ ПРУЖНОГО ТВЕРДОГО ТІЛА З ПОРОЖНИНАМИ, ЯКІ МІСТЯТЬ РІДИНУ, У ВИГЛЯДІ СИСТЕМИ ДВОХ І ТРЕХ ПРУЖНО ЗВ'ЯЗАНИХ ТВЕРДИХ ТІЛ З РІДИНОЮ

Ю.М. Кононов

*Інститут прикладної математики і механіки НАН України,  
Слов'янськ, Україна*

На підставі відомих рівнянь руху системи зв'язаних гіростатів П.В. Харламова і функції стану С.Л. Соболева розглянута задача про моделювання обертання у середовищі з опором вільного пружного твердого тіла з порожнинами, які повністю заповнені ідеальною нестисливою рідиною. Пружне твердо тіло з рідиною представлено у вигляді системи двох і трьох пружно зв'язаних твердих тіл з рідиною. Тверди тіла з'єднані пружними відновлювальними сферичними шарнірами або універсальними шарнірами (шарнірами Гука). У випадку двох ( $n=2$ ) і трьох ( $n=3$ ) гіроскопів Лагранжа з довільними осесиметричними порожнинами виведено трансцендентне характеристичне рівняння. З урахування основного тону коливання рідини отримано характеристичне рівняння шостого порядку для  $n=2$  і дев'ятого порядку для  $n=3$ . На підставі критерію Льєнара – Шіпара, записаного в іннормному вигляді, виписані умови асимптотичної стійкості рівномірного обертання гіроскопів Лагранжа з рідиною. Поведені аналітичні дослідження цих умов. Розглянуті випадки відсутності рідини у одному, або у двох або у трьох твердих тілах, випадки відсутності пружності у шарнірах та випадки однакових твердих тіл з однаковими порожнинами і рідиною. Слід зазначати, що отримані умови стійкості є точними для еліпсоїдальних порожнин, а для всіх інших порожнин тільки наближеними. Доведено, що коли перші тони коливання рідин у порожнинах більші одиниці, то при зростанні коефіцієнтів пружності шарнірів завжди буде можлива асимптотична стійкість. Для еліпсоїдальних порожнин це означає, що вони повинні бути стиснуті вздовж осі обертання. Показано відсутність внутрішнього резонансу при збігу перших тонів коливання рідин у порожнинах.

У випадку пружних сферичних шарнірів характеристичні рівняння при  $n=2$  і  $n=3$  відповідно мають вигляд:

$$\begin{vmatrix} F_1 & \mu_1 \lambda^2 \\ \mu_1 \lambda^2 & F_2 \end{vmatrix} = 0 \text{ і } \begin{vmatrix} F_1 & \mu_1 \lambda^2 & \mu_2 \lambda^2 \\ \mu_1 \lambda^2 & F_2 & \mu_3 \lambda^2 \\ \mu_2 \lambda^2 & \mu_3 \lambda^2 & F_3 \end{vmatrix} = 0, \quad (1)$$

а в випадку пружних універсальних шарнірів –

$$\begin{vmatrix} F_1 & \mu_1 \lambda^2 - k_1 \\ \mu_1 \lambda^2 - k_1 & F_2 \end{vmatrix} = 0 \text{ і } \begin{vmatrix} F_1 & \mu_1 \lambda^2 - k_1 & \mu_2 \lambda^2 \\ \mu_1 \lambda^2 - k_1 & F_2 & \mu_3 \lambda^2 - k_2 \\ \mu_2 \lambda^2 & \mu_3 \lambda^2 - k_2 & F_3 \end{vmatrix} = 0. \quad (2)$$

Тут  $F_i = A_i \lambda^2 + (i\tilde{C}_i + D_i)\lambda + k_{i-1} + k_i - \lambda^2(i\lambda - \omega_0) \prod_{l=1}^i \frac{E_{il}}{i\lambda - \tilde{\lambda}_{il}}$ ,  $E_{il} = \frac{2a_{il}^2}{N_{il}^2}$ ,

$$\tilde{\lambda}_{il} = \omega_0 - \lambda_{il} = \omega_0 \lambda'_{il}, \lambda'_{il} = 1 - \frac{2}{\kappa_{il}}, (k_0 = k_3 = 0), (i = 1, n),$$

$$A_1 = A_1 + m_1 m_{23} c_1^2 / m, A_2 = A_2 + (m_2 m_{31} c_2^2 - 2m_2 m_3 c_2 s_2 + m_3 m_{12} s_2^2) / m, (3)$$

$$A_3 = A_3 + m_3 m_{12} c_3^2 / m, \mu_1 = m_1 c_1 (m_2 c_2 + m_3 s_2) / m, \mu_2 = m_1 m_3 c_1 c_3 / m,$$

$$\mu_3 = m_3 c_3 [m_1 s_2 + m_2 (s_2 - c_2)] / m, m = m_1 + m_2 + m_3, m_{ij} = m_i + m_j (n = 3),$$

а при  $n = 2$  у коефіцієнтах (3) слід покласти масу третього гіроскопа з рідиною  $m_3 = 0$  [1, 2].

Дослідження виконані в рамках конкурсної тематики НАН України № 2-19-П (науково дослідна робота за темою ВБ-15-18-21/479) та були частково підтримана грантом від Фонду Сімонса (Нагорода 1160640, Президентські дискреційні гранти на підтримку України, одержувач Кононов Ю.М.).

1. *Kononov, Yu.M. & Sviatenko, Ya.I.* Stabilization of spinning Lagrange gyroscope filled with ideal fluid in a resisting medium. *Int. Appl. Mech.* – 2023. – **59**, № 2. – P. 207 – 217.

2. *Кононов Ю.М.* Про стійкість обертання у середовищі з опором вільної системи трьох пружно зв'язаних твердих тіл. *Прикладна механіка* – 2024. – **60**, № 5.

## ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ЗВАЖЕНИХ ЗАЛИШКІВ ДО ЗАДАЧ ТЕРМООБРОБКИ СТРУКТУРНО НЕОДНОРІДНИХ ТІЛ

Є.М. Ірза

*Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН  
України*

Запропоновано методику розрахунку термонапруженого стану структурно неоднорідних тіл при термообробці. Розроблено числовий алгоритм розв'язання відповідних задач на основі методу зважених залишків в поєднанні з методом скінченних елементів.

Температурне поле й напружено-деформований стан тіла у процесі термообробки визначають параметри стану ( $\theta$  – температура;  $\mathbf{\epsilon}$  – тензор напружень;  $\mathbf{\epsilon}(\vec{r}, \tau)$  – тензор деформацій;  $\vec{u}$  – вектор переміщень), які пов'язані між собою, з фізичними і геометричними параметрами тіла та зовнішніми діями, заданими вектором силового навантаження та функцією теплового навантаження  $h(\tau)$ , системою рівнянь

$$L_i(\vec{r}, \tau, t, \mathbf{\epsilon}, \mathbf{\epsilon}, \vec{p}, \vec{u}, h) = 0, \quad i = \overline{1, n_0}, \quad (1)$$

де через  $L_i$  позначено нелінійні інтегро-диференціальні оператори;  $t$  – час;  $\vec{r}$  – просторова координата.

Зазначимо, що в цю систему рівнянь назагал входять рівняння руху, геометричні співвідношення між деформаціями і переміщеннями, феноменологічні співвідношення,

які пов'язують компоненти тензорів напружень і деформацій, рівняння сумісності деформацій, початкові та крайові умови.

Оскільки система інтегро-диференціальних рівнянь (1) є нелінійною, а геометрична конфігурація області, яку займає тіло, часто є доволі складною, при розв'язуванні задачі виникає необхідність використання універсальних обчислювальних методів. Одним з таких методів є метод зважених залишків в поєднанні з методом скінченних елементів [1], особливо ефективний при розв'язуванні нелінійних задач в областях складної форми та структури.

**Внаслідок виконання стандартної скінченно-елементної дискретизації у варіанті методу зважених залишків, вихідна система рівнянь (1) зводиться до системи рівнянь**

$$\sum_{\tau=1}^{n_j} \int_{\Omega^{(\tau)}} \bar{L}_j(\tau, \{\mathbf{T}^{(\tau)}\}, \{\mathbf{U}^{(\tau)}\}, h(\tau)) d\Omega = 0, \quad j = \overline{1, n} \quad (2)$$

відносно невідомих значень температури і переміщень у вузлах скінченно-елементного поділу тіла.

Для відшукування розв'язку цієї системи рівнянь використовується сімейство багатопараметричних однокрокових різницевих алгоритмів, відповідно з яким весь часовий інтервал процесу термообробки послідовно проходять з постійним кроком (шукані значення параметрів стану в кінці кожного часового проміжку,  $i = 0, 1, \dots$  визначають з використанням їхніх значень на початку проміжку; для першого часового шару використано початкові умови).

1. *Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. Finite Element Method: Vol 1. The Basis. – London: “Butterwoth Heinemann”, 2000. - 689p.*

## ДО ПИТАННЯ РОЗРАХУНКУ КОМПОЗИТНОГО КОМБІНОВАНОГО ТОРОВОГО БАКА

**В.І. Ліповський**

*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара*

Огляд конструкцій торових баків, які були використані в літальних апаратах, що виконали свою місію, показав, що більшість з них виготовлені в металі. Як матеріал використовувалися алюмінієві та титанові сплави. Слід зазначити, що композитні матеріали мають значну перевагу, вони мають більше значення питомої міцності в порівнянні з металами. На жаль, композитні торові баки розробляються та існують в експериментальних тестових зразках. Перевага торових баків полягає у можливості створення компактного компонування літального апарату. Найбільш раціонально їх використовувати на другому або третьому ступені і в дорозгінних блоках ракет-носіїв. Основний розрахунковий випадок навантаження торового бака це навантаження внутрішнім тиском і гідростатичним стовпом рідини, посилений навантаженням при русі літального апарату. Однак використання композитних торових баків показує, що особливості геометрії та існуючі технології виготовлення не забезпечують створення рівномірних конструкцій. При навантаженні композитного тора внутрішнім тиском руйнування відбувається на зовнішній найбільш віддаленій від осі симетрії зоні, хоча в торі постійної товщини найбільші напруження виникають у зоні найближчої від осі



симетрії [1]. Поверхня тора яка найбільш близька до осі симетрії має велику товщину композитного шару через особливості геометрії та технології намотування. Особливістю композитного баку є необхідність враховувати вимоги герметичності. Умови міцності не завжди забезпечують вимоги герметичності. Ця особливість призводить до додаткового намотування 5-7 шарів або використання комбінованих лейнерних конструкцій [2,3]. У цьому випадку функцію герметичності виконує металевий лейнер, а композитне намотування силову функцію забезпечення міцності. Для лейнерних конструкцій не обов'язково використовувати суцільне композитне намотування по всій поверхні тора. Для створення рівномірної конструкції доцільно використовувати не суцільне поздовжньо-поперечне намотування, а намотування, що створює ізогридне підкріплення.

У роботі розглянуто інженерну методику розрахунку параметрів ізогридного композитного підкріплення комбінованої конструкції тора навантаженого внутрішнім тиском. Композитне підкріплення виконано поздовжньо-поперечним намотуванням. В основі розрахунку ізогридного підкріплення зроблено такі припущення:

- поперечне композитне намотування на лейнер виконується для випадку суцільного покриття внутрішньої, найбільш близької до осі симетрії поверхні тора стрічкою заданої ширини. Ширина стрічки визначається залежно від радіуса поперечного перерізу тора значення відстані між стрічками зовнішньої поверхні тора і розміру сітки по периметру зовнішнього радіуса тора;

- поздовжнє композитне намотування підбирається з умови можливої втрати стійкості лейнера на внутрішній найближчій до осі симетрії поверхні тора. Залежно від геометричних параметрів тора можлива локальна втрата стійкості у цій зоні. За цією умовою визначається розмір сторони поверхні частини лейнера, при якій можлива втрата стійкості. Цим параметром визначаються розміри криволінійної сітки композитного підкріплення тора. Розміри, а саме, висота прямокутного поздовжнього та поперечного сіткового підкріплення розраховуються з умови виконання рівнянь рівноваги та умови міцності за деформаційною теорією. Розраховані сіткові параметри композитного підкріплення дозволяють визначити вагу композитного бака та оцінити ефективність прийнятого конструктивного рішення.

Порівняння комбінованого торового бака з суцільною поздовжньо-поперечним намотуванням [1] і тора з ізогридним підкріпленням показує, що запропоноване конструктивне рішення забезпечує створення легшої на 25-30% конструкції.

**Ключові слова:** силова оболонка, комбінований композитний торовий бак, ізогридне підкріплення, поздовжньо-поперечне намотування.

1. И.М. Буланов, В.И. Смыслов, М.А. Комков, В.М. Кузнецов Сосуды давления из композиционных материалов в конструкторских летательных аппаратах: монография. М.: ЦНИИ информации, 1985. - 308 с.
2. Экспериментальное исследование безлейнерного топливного бака из полимерных композиционных материалов/ А. В. Сидорук, Д. А. Попов, А. С. Задоя та ін./ Space technology. Missile armaments: науч.-техн. сб. / Гос. предпр."КБ "Южное" им. М. К. Янгеля". – Днепр: 2020. Вып. 1 (119).С.90-98.
3. TSM YZH ANL 009 00. Композиционный топливный бак для РКН, Днепр, ГП «КБ «Южное», 2019. 146с.

## ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ОБРОБКИ ПРИ КРУГЛОМУ ШЛІФУВАННІ ДОДАТКОВИМ ЗМІЩЕННЯМ ОСІ

**В.Ф. Молчанов, Д.В. Латишев**

*Дніпровський державний технічний університет, Кам'янське, Україна*

Основними напрямками розвитку машинобудування передбачено подальше підвищення точності, надійності і довговічності виготовлених виробів. Питання підвищення точності і надійності виробів вирішуються при одночасному зниженні термінів їх постановки на виробництво, автоматизації усіх виробничих процесів. Для підвищення точності і надійності виробів в машинобудуванні широко впроваджуються програмно-керовані верстати, гнучкі виробничі системи, роторні лінії, автоматичні дільниці і заводи. Для звичайних неавтоматизованих підприємств машинобудування при забезпеченні точності істотне значення мають робітник і наладчик, які налагоджують металорізальне устаткування і своєчасно усувають технологічні відмови. В умовах автоматизованого виробництва задана точність має бути забезпечена самою технологічною системою. Проблема забезпечення точності в цьому випадку є однією з найбільш складних. Для її вирішення необхідно виконати розробку спеціальних апаратурних засобів і систем керування технологічними операціями, створення нових підходів до аналізу процесів утворення поверхонь.

Метою дослідження є аналіз управління точністю обробки на шліфувальних верстатах [1].

Проведемо аналіз керування точністю обробки на шліфувальних верстатах. На операціях шліфування, широко поширених в машинобудуванні, відбувається кінцеве формування параметрів на точність.

Наявність у шліфованих деталей відхилень від співвісної (ексцентриситету) і радіального биття обумовлена такими головними причинами, як початкові похибки заготовок, похибки установки їх в пристосуванні, неточність верстата, технологічна спадковість.

Зниження радіального биття і ексцентриситету шляхом підвищення точності верстата, пристосування і зменшення початкових похибок заготовок не завжди дозволяє вирішити завдання стабільного досягнення необхідної точності обробки. Це обумовлено тим, що верстат і настановні елементи пристосування внаслідок їх зносу так чи інакше знижують свої характеристики точності. При використанні високоточного устаткування збільшуються і витрати на обробку. Такий шлях зменшення радіального биття і ексцентриситету шліфованих деталей, як підвищення жорсткості технологічної системи, не завжди ефективний. Це повинно бути обґрунтовано для конкретних умов обробки. Подібна оцінка може бути виконана на основі моделювання з використанням математичних моделей і запропонованого алгоритму для розрахунку параметрів точності деталей.

На рисунку 1 показано процес виправлення ексцентриситету  $\epsilon_0$ , відображений кривою лінією 1. Як видно з графіку, для виготовлення деталі з  $\epsilon_k = 0$  необхідно зробити нескінченно велике число обертів (проходів).

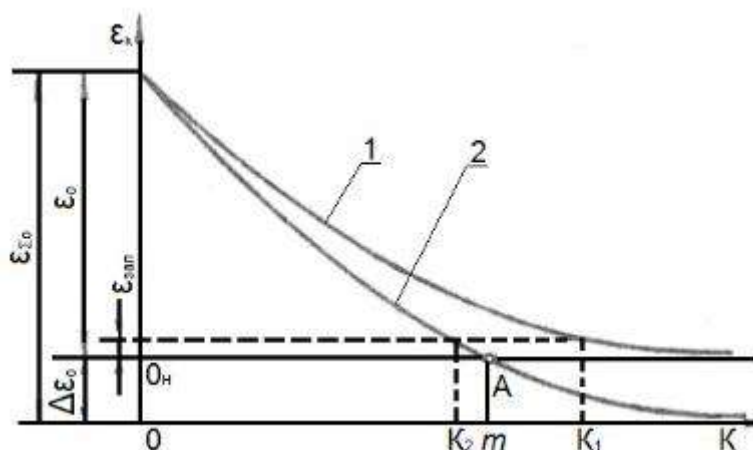


Рис. 1. Вплив числа виконаних проходів на величину залишкового ексцентриситету: крива 1 - без зміщення осей; крива 2 - з додатковим зміщенням осей

При шліфуванні запропонованим способом перед початком обробки утворюють додаткове зміщення осі зовнішньої поверхні деталі (точка  $0_H$ ) відносно осі обертання шпинделя передньої бабки круглошліфувального верстата  $0$  на величину  $\Delta\epsilon_0$  (рис.1). Шліфувати при цьому необхідно до моменту досягнення ексцентриситетом  $\epsilon_{\Sigma k}$  значення, рівного за величиною додатково створеному зміщенню осей  $\Delta\epsilon_0$  (точка  $A$ ).

З графіків видно, що для виправлення початкового ексцентриситету заготовки  $\epsilon_0$  при обробці зі зміщенням осей ( $\Delta\epsilon_0 \neq 0$ ) потрібно менше число обертів (проходів) - точка  $K_2$ , чим при обробці з поєднаними осями - точка  $K_1$  ( $\Delta\epsilon_0 = 0$ ). Прискорення процесу виправлення ексцентриситету при створенні додаткового зміщення осей обумовлене збільшенням знімання металу з боку більшого припуску за рахунок збільшення натягу в технологічній системі і зменшення знімання металу з боку меншого припуску.

Аналіз і порівняння даних показує, що застосування розробленого способу керування точністю обробки дозволяє прискорити процес виправлення похибок в 2-3 рази в порівнянні із звичайним шліфуванням. Наявність залишкового ексцентриситету деталей після обробки з додатково створеним зміщенням осей обумовлена похибками при проведенні експериментів і виникненням похибок, що утворюються в процесі шліфування.

Результати отриманих даних експериментів підтвердили правильність вибраних розрахункових залежностей і допущень.

Для реалізації розробленого способу у виробничих умовах може бути рекомендоване або попереднє сортування заготовок по групах з рівним початковим ексцентриситетом і наступна обробка з постійним додатковим зміщенням осей для кожної із груп, або оснащення верстата системою адаптивного керування.

### Список джерел

1. Латишев Д.В., Молчанов В.Ф. Дослідження керування точністю обробки на шліфувальних верстатах / Збірник наукових праць Міжнародної молодіжної науково-технічної конференції // за заг. ред. С. В. Ковалевського, д-ра техн. наук., проф., and Non.D.Sc., Prof. Predrag Dašić – Краматорськ : ДДМА, 2023. –319 с.

## ПРО НАБЛИЖЕННЯ ФУНКЦІЙ ЛІНІЙНИМИ ОПЕРАТОРАМИ

О.М. Давидчик, І.О. Карпенко

*Дніпровський фаховий коледж інженерії та педагогіки Державного вищого навчального закладу «Українського державного університету науки і технологій»*

Позначимо через  $z_n$  множину лінійних додатних операторів виду

$$U_n(f; x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x+1) z_n(t) dt, \quad z_n(t) = \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^n \rho_k^n \cos kt, \quad z_n(t) \geq 0.$$

Припустимо  $\delta > 0$ ,  $r = 0, 1, 2, \dots$

$$L_r(U_n, \delta) = \sup_{f^{(r)} \in C/R} \frac{\|f - U_n(f)\|}{\omega(f^{(r)}, \delta)}. \quad \text{Тут } \omega(f^{(r)}, \delta) \text{ – модуль безперервної ості функції } f(x).$$

Нехай  $r = 2, 3, 4, \dots$  та

$$E(U_n, W^{r+1}) = \sup \{ \|f - U_n(f)\| : f \in W^{r+1} \},$$

Тоді при  $n \rightarrow \infty$

$$\inf \{ E(U_n, W^{r+1}) : U_n \in z_n \} = K_{r-1} \frac{\pi}{(2n)^2} + O\left(\frac{1}{n^2}\right), \quad \text{де } K_r \text{ – константи Фавара.}$$

Якщо  $K_n(t)$  – оператор Коровкіна, тоді

$$E(W^{r+1}) = E(K_n, W^{r+1}) = (1 - \rho_1^n(K_n)) \varphi_{r+1}^n(0) + O(1 - \rho_1^n(K_n)) = 4 - \frac{1 - \rho_2^n(K_n)}{1 - \rho_1^n(K_n)} = \frac{K_{n-1} \pi^2}{2n^2} + O\left(\frac{1}{n^2}\right).$$

## ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ІДЕАЛЬНОЇ СТИСЛИВОЇ РІДИНИ, ЩО ЗБУДЖУЄТЬСЯ СФЕРИЧНИМ СЕГМЕНТОМ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ ПОРОЖНИНІ

І.В. Янчевський<sup>1</sup>, О.Х. Остос<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Національний технічний університет України «КПІ ім. І. Сікорського»,  
пр. Берестейський, 37, 03056, Київ, Україна, e-mail: [i.yanchevskiy@kpi.ua](mailto:i.yanchevskiy@kpi.ua)

<sup>2</sup>Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАНУ,  
вул. Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: [ostos.alexander@gmail.com](mailto:ostos.alexander@gmail.com)

Дослідження динамічних процесів у рідині за наявності системи обмежувальних поверхонь становлять значний науковий і практичний інтерес. Врахуванню впливу поверхонь, які належать до одного координатного сімейства, присвячені численні публікації, частина яких відображена, наприклад, в [1, 2]. Вплив поверхонь різних координатних сімейств почали вивчати порівняно недавно. В [3] викладено методику побудови потенціалу швидкостей ідеальної стисливої рідини в нескінченній циліндричній порожнині з пульсуючою кулею, яка оснований на можливості розв'язання частинного розв'язку рівняння Лапласа, записаного в циліндричних (сферичних) координатах, по сферичних (циліндричних) гармонічних функціях. У статті [4] побудовано точний аналітичний розв'язок задачі про осесиметричні коливання

сферичного сегменту у круговій циліндричній порожнині з нестисливою рідиною. У даній доповіді ці результати розвинуто на випадок ідеальної стисливої рідини. Метою дослідження є отримання частотних залежностей для тиску та швидкості рідини для виявлення нових ефектів, обумовлених хвильовою взаємодією сферичного сегмента із границею порожнини.

Для розв'язання задачі вводяться сферична та циліндрична системи координат таким чином, щоб граничні поверхні порожнини та сегменту співпадали з координатними поверхнями зазначених систем. Швидкість та тиск рідини записуються через потенціальні функції, які моделюють процеси у внутрішній та зовнішній до сегменту розрахункових областях. Ці функції представляються як розв'язки рівняння Гельмгольца, враховуючи симетрію задачі відносно осі циліндричної порожнини. Граничні умови до задачі передбачають неперервність тиску та швидкості рідини на умовній межі розділення зазначених вище областей. З використанням запропонованого у публікації [3] підходу, який включає застосування теорем додавання гармонічних функцій, сформульована задача зведена до нескінченної системи алгебраїчних рівнянь, розв'язок якої отримано методом усічення. Отримані співвідношення дозволяють визначати гідродинамічні параметри рідини в залежності від фізико-механічних та геометричних параметрів механічної системи. Проведено низку чисельних експериментів з метою виявлення особливостей акустичних процесів у циліндричній порожнині з рідиною та сегментом.

1. Жук О.П. Радіаційні сили акустичного поля в рідині з включеннями / О.П. Жук, О.М. Гузь, Я.О. Жук. – К.: Альянт, 2023. – 240 с.

2. Martin P.A. Multiple scattering: Interaction of time-harmonic waves with N obstacles // Encyclopedia of mathematics and its applications. – Vol. 107. – London: Cambridge University Press, 2006. – 437 p.

3. Kubenko, V.D., Dzyuba, V.V. The acoustic field in a rigid cylindrical vessel excited by a sphere oscillating by a definite law. Int Appl Mech 36, 779–788 (2000). <https://doi.org/10.1007/BF02681985>

4. Kubenko, V.D., Savin, V.A. Determination of the dynamic characteristics of an ideal incompressible liquid excited by a spherical segment in a cylindrical cavity. Int Appl Mech 31, 567–574 (1995). <https://doi.org/10.1007/BF00846790>.

## ПРО СТІЙКІСТЬ ОБЕРТАННЯ НА ПІДВІСІ ГІРОСКОПА ЛАГРАНЖА З ІДЕАЛЬНОЮ РІДИНОЮ

Ю.М. Кононов, О.В. Несмелова, Я.І. Святенко

*Інститут прикладної математики і механіки НАН України, Слов'янськ*

Розглянута задача про стійкість рівномірних обертань на підвісі гіроскопа Лагранжа з ідеальною рідиною у середовищі з опором та при відсутності дисипації. Динамічно та геометрично симетричні тверді тіла  $S_1$  і  $S_2$  пов'язані в точці пружним відновлювальним сферичним шарніром. Тіло  $S_1$  (підвіс) має нерухому точку  $O_1$  в якій на нього теж діє відновлювальний сферичний шарнір, а тіло  $S_2$  має осесиметричну порожнину повністю заповнену ідеальною нестисливою рідиною. Тверді тіла  $S_i$  знаходяться під дією сил тяжіння, дисипативного моменту  $M_i = D_i \omega_i$  ( $D_i = \text{diag}(D_i, D_i, D_3)$  ( $D_i > 0$ )), що моделює

середовище з опором, а тіло  $S_2$  також знаходиться під дією постійного моменту у неінерціальній системі відліку  $M_q = Qe_3^2$ . Цій постійний момент підтримують рівномірне обертання тіл  $S_i$ . Тут  $\omega_i$  – кутова швидкість твердого тіла  $S_i$ ,  $g$  – прискорення вільного падіння,  $e_3^i$  – орт, який спрямований вздовж осі симетрії тіла  $S_i$ . У незбуреному русі тверди тіла  $S_1$  і  $S_2$  та рідина обертаються навколо вертикалі з кутовою швидкістю  $\omega = Q/D_3$ . На підставі роботи [1] характеристичне рівняння збуреного обертання двох пружно зв'язаних гіроскопів Лагранжа, один із котрих має ідеальну рідину, запишеться так:

$$\begin{vmatrix} F_1 & \mu\lambda^2 \\ \mu\lambda^2 & F_2 \end{vmatrix} = 0. \quad (1)$$

Тут  $F_1 = A_1\lambda^2 + (i\tilde{C}_1 + D_1)\lambda + \tilde{a}_1g + k_1 + k_2$ ;  $F_2 = A_2\lambda^2 + i\tilde{C}_2 + D_2 + \tilde{a}_2g + k_2 - \lambda^2(i\lambda - \omega) \frac{E_n}{n=1 i\lambda - \tilde{\lambda}_n}$ ; ;  
 $\tilde{\lambda}_n = (1 - \lambda_n)\omega$ ;  $i$  – коефіцієнти пружності сферичних шарнірів;  $\mu = s\tilde{a}_2$ ; ;  
 $A_1 = A_1 + s^2m_2$ ;  $A_2 = A_2$ ;  $\tilde{a}_1 = m_1c_1 + m_2s$ ; ; ;  $c_i = O_iC_i$ ;  $i$  – маса і центр мас тіла.

З урахуванням основного тону коливання ідеальної рідини  $\lambda_1$  ( $n=1$ ) рівняння (1) отримає вигляд:

$$a_5\lambda^5 + (a_4 + ib_4)\lambda^4 + \dots + (a_1 + ib_1)\lambda + a_0 + ib_0 = 0. \quad (2)$$

На підставі критерія Льєнара–Шипара, записаного в іннормному вигляді, отримані умови асимптотичної стійкості у вигляді системи чотирьох нерівностей відповідно коефіцієнтів пружності шарнірів:

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{31}k_1 + \tilde{I}_{30} > 0; \quad \tilde{I}_{53}k_1^3 + \tilde{I}_{52}k_1^2 + \tilde{I}_{51}k_1 + \tilde{I}_{50} > 0; \quad \tilde{I}_{75}k_1^5 + \tilde{I}_{74}k_1^4 + \dots + \tilde{I}_{71}k_1 + \tilde{I}_{70} > 0, \\ \tilde{I}_{97}k_1^7 + \tilde{I}_{96}k_1^6 + \dots + \tilde{I}_{91}k_1 + \tilde{I}_{90} > 0. \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{31}k_2 + \tilde{I}_{30} > 0; \quad \tilde{I}_{53}k_2^3 + \tilde{I}_{52}k_2^2 + \tilde{I}_{51}k_2 + \tilde{I}_{50} > 0; \quad \tilde{I}_{76}k_2^6 + \tilde{I}_{75}k_2^5 + \dots + \tilde{I}_{71}k_2 + \tilde{I}_{70} > 0, \\ \tilde{I}_{98}k_2^8 + \tilde{I}_{97}k_2^7 + \dots + \tilde{I}_{91}k_2 + \tilde{I}_{90} > 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Старші коефіцієнти,  $\tilde{I}_{53}$ ,  $\tilde{I}_{75}$  і  $\tilde{I}_{97}$  із (3) мають вигляд:

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{31} = f_3(A_2^*D_1 + A_1D_2) > 0; \quad \tilde{I}_{53} = D_2f_3^2 > 0; \quad \tilde{I}_{75} = D_2I_{53}(g_7 + h_7); \quad \tilde{I}_{97} = D_2^3\tilde{\lambda}_1^2f_3^2g_7h_7, \quad (5) \\ f_3 = A_2^*D_2 + \mu^2D_1 > 0; \quad g_7 = E_2\tilde{\lambda}_1(\tilde{\lambda}_1 - \omega) = E_2\lambda_1(\lambda_1 - 1)\omega^2; \quad h_7 = k_2 + \tilde{a}_2g > 0. \end{aligned}$$

Із (5) випливає, що коефіцієнти  $\tilde{I}_{75}$  і  $\tilde{I}_{97}$  будуть додатними при  $g_7 > 0$  і  $h_7 > 0$ , тобто при  $\lambda_1 > 1$  і  $k_2 > -\tilde{a}_2g$ .

Таким чином, коли точка підвісу знаходиться не нижче центру мас тіла  $S_2$  ( $c_2 = 0$ ) або нижче ( $c_2 < 0$ ) і  $k_2 > -\tilde{a}_2g$ , то для довільних значень механічних параметрів системи і для довільної осесиметричної порожнини при збільшенні коефіцієнта пружності  $k_1$  буде можлива асимптотична стійкість при  $\lambda_1 > 1$ .

Відповідно для коефіцієнта пружності  $k_2$  із (4) слідує, що старші коефіцієнти,  $\tilde{I}_{53}$ ,  $\tilde{I}_{76}$  і  $\tilde{I}_{98}$  отримують вигляд:

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{31} = (A_2^*D_1 + A_1D_2) f_3 + \mu^2(D_1 + D_2) > 0; \quad \tilde{I}_{53} = f_3 + \mu^2(D_1 + D_2) f_5 > 0, \\ \tilde{I}_{76} = f_5^2 > 0; \quad \tilde{I}_{98} = D_2E_2\tilde{\lambda}_1^2\tilde{\lambda}_1(\tilde{\lambda}_1 - \omega)f_5^2 = D_2g_7f_5^2; \quad f_3 = A_2^*D_2 + \mu^2D_1 > 0, \quad (6) \\ f_5 = (A_1 - A_2^*)^2 D_1D_2 + \mu^2(D_1^2 + D_2^2) > 0; . \end{aligned}$$

Із (6) випливає, що коефіцієнт  $\tilde{I}_{98}$  буде додатним при  $g_7 > 0$ , тобто при  $\lambda_1 > 1$ .

Таким чином, для довільних значень механічних параметрів системи і для довільної осесиметричної порожнини при збільшенні коефіцієнта пружності  $k_2$  буде можлива асимптотична стійкість, коли перший тон коливання рідини більше одиниці.

У випадку відсутності дисипативного і постійного моментів корені рівняння (2) повинні знаходитися на уявній осі. В цьому випадку умови стійкості будуть мати вигляд:

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{31}k_1 + \tilde{I}_{30} > 0; \quad \tilde{I}_{53}k_1^3 + \tilde{I}_{52}k_1^2 + \tilde{I}_{51}k_1 + \tilde{I}_{50} > 0; \\ \tilde{I}_{75}k_1^5 + \tilde{I}_{74}k_1^4 + \dots + \tilde{I}_{71}k_1 + \tilde{I}_{70} > 0; \quad \tilde{I}_{97}k_1^7 + \tilde{I}_{96}k_1^6 + \dots + \tilde{I}_{91}k_1 + \tilde{I}_{90} > 0; \quad (7) \\ \tilde{I}_{31}k_2 + \tilde{I}_{30} > 0; \quad \tilde{I}_{53}k_2^3 + \tilde{I}_{52}k_2^2 + \tilde{I}_{51}k_2 + \tilde{I}_{50} > 0; \\ \tilde{I}_{75}k_2^5 + \tilde{I}_{74}k_2^4 + \dots + \tilde{I}_{71}k_2 + \tilde{I}_{70} > 0; \quad \tilde{I}_{910}k_2^{10} + \tilde{I}_{99}k_2^9 + \dots + \tilde{I}_{91}k_2 + \tilde{I}_{90} > 0. \quad (8) \end{aligned}$$

Старші коефіцієнти,  $\tilde{I}_{53}$ ,  $\tilde{I}_{75}$  і  $\tilde{I}_{97}$  мають вигляд:

$$\tilde{I}_{31} = (A_2^* D_1 + A_1 D_2) f_3 > 0; \quad \tilde{I}_{53} = D_2 f_3^2 > 0, \quad \tilde{I}_{75} = 4a_5^2 (A_2^*)^3 h_7; \quad \tilde{I}_{97} = 4a_5^2 (A_2^*)^3 h_9,$$

$$h_7 = 3(k_2 + \tilde{a}_2 g) A_2^* + C_2^2 \omega^2 + 2(\tilde{\lambda}_1 - \omega) \omega E_1 - A_2^* \omega \tilde{\lambda}_1 + (A_1 \tilde{\lambda}_1 - \omega E_1)^2; \quad h_9 = 4A_2^* k_2^3 + h_{92} k_2^2 + h_{91} k_2 + h_{90}. \quad (9)$$

Із (9) слідує, що вирази  $h_7$  і  $h_9$  будуть додатними при досить великих значеннях  $k_2$  і в цьому разі будуть додатними,  $\tilde{I}_{53}$ ,  $\tilde{I}_{75}$  і  $\tilde{I}_{97}$ . Таким чином, при досить великих значеннях коефіцієнтів пружності  $k_1$  і  $k_2$  будуть виконані нерівності (7).

Для коефіцієнта пружності  $k_2$  із (8) слідує, що коефіцієнти,  $\tilde{I}_{53}$ ,  $\tilde{I}_{75}$  і  $\tilde{I}_{910}$  мають вигляд:  $\tilde{I}_{31} = 5a_5^2 (A_1 + A_2^*) > 0$ ; ;  $\tilde{I}_{75} = 4a_5^2 (A_2^*)^3 h_7$ ; ;  $\tilde{I}_{910} = 16a_5^2 h_7^2 > 0$ , так як  $h_5 = (3A_1^2 - 4A_1 A_2^* + 3A_2^{*2} + 10\mu^2) > 0$  і  $h_7 = (A_1 - A_2^*)^2 + 4\mu^2 > 0$ .

Таким чином, значення коефіцієнтів пружності шарнірів на умови стійкості дуже велике. Їх збільшенням завжди можна досягти виконання нерівностей (7) – (8) при  $C_i > 0$  і  $A_i > 0$  незалежно від наявності рідини та значень інших механічних параметрів системи.

Автори частково підтримані грантом від Фонду Сімонса (Нагорода 1160640, Президентські дискреційні гранти на підтримку України, одержувачі Кононов Ю.М., Несмелова О.В. і Святенко Я.І. та грантом Науково-дослідної роботи молодих учених НАН України 2023-2024 № 01/03-2023 (Несмелова О.В., Святенко Я.І.).

1. Kononov, Yu.M. & Sviatenko, Ya.I. Stabilization of spinning Lagrange gyroscope filled with ideal fluid in a resisting medium. *Int. Appl. Mech.* – 2023. – 59, № 2. – P. 207 – 217.

## ДОСЛІДЖЕННЯ БІМАТЕРІАЛЬНОЇ ОБЛАСТІ З ТРІЩИНАМИ МІЖ ДВОМА МАТЕРІАЛАМИ

Р.Р. Воєділо, В.В. Лобода

*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара*

Розглянуто плоску задачу для системи колінеарних тріщини між двома прямокутниками. Тріщини мають довільну довжину та відстань між собою і вони вільні від напружень.

Спочатку в припущенні що область тріщини набагато менша характерного розміру розрахункової області задачу розв'язано аналітично. За допомогою представлень

напружень та стрибків переміщень через кусково-аналітичні функції проблему зведено до задачі лінійного спряження, завдяки розв'язку якої знайдено усі необхідні фактори на межі поділу матеріалів у тому числі швидкості звільнення енергії при розвитку тріщин.

У випадку області скінчених розмірів для чисельного моделювання задачі для колінеарних тріщин між півпросторами використано програмний комплекс Abaqus. Побудована сітка скінчених елементів, яка має згущення при наближенні до області тріщин і особливо до їх вершин. Використані восьмивузлові скінченні елементи ланранжевого типу. Проведені розрахунки на різних сітках та при різних степенях їх згущення. Розроблено алгоритм, який дозволив проводити якісну автоматичну перебудову сітки при зміні місць розташування тріщин, зокрема при зменшенні відстаней між ними.

Розглянуто конкретний приклад для системи трьох тріщин. Встановлено характер поведінки напружень та похідних від стрибків переміщень на різних частинах межі поділу матеріалів. Знайдені швидкості звільнення енергії біля вершин кожної з 3-х тріщин. Проаналізовано залежності вказаних факторів від механічних характеристик матеріалів, розміру та взаємного розташування тріщин, а також від інтенсивностей віддалених нормального та дотичного напружень. Результати представлено у вигляді таблиць та графіків. На їх основі, зокрема, показаний ріст швидкості звільнення енергії для вершини тріщини при наближенні до неї іншої тріщини.

На основі отриманих аналітичного і чисельного розв'язків проведено порівняння напружень, розкриття тріщини та швидкості звільнення енергії, отриманих різними методами. Хороше узгодження результатів підтверджує достовірність знайдених аналітичного і чисельного розв'язків.

Результати представлено у вигляді таблиць та графіків. На їх основі, зокрема, показаний ріст швидкості звільнення енергії для вершини тріщини при наближенні до неї іншої тріщини. З отриманих результатів, наведених, видно, що взаємне розташування тріщин суттєво впливає як на їх розкриття, так і на ШЗЕ. Але очевидно, що при зближенні ШЗЕ зростає набагато суттєвіше ніж стрибок переміщень берегів тріщини

## **ЗМІНА ПОЛЯ НАПРУЖЕНЬ У ВИБОЇ ГІРНИЧОЇ ВИРОБКИ ПРИ ЗВОЛОЖЕННІ ВУГІЛЛЯ**

**В.В. Круковська, О.П. Круковський**

*Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України*

Гідрообробка вугільних пластів водою застосовується для зниження викиднебезпечності вугільних пластів. Відомо, що вологонасичення призводить до зниження міцності і несучої здатності гірських порід, змінює характер їх поведінки після досягнення граничного стану. З урахуванням впливу зволоження на властивості вугілля було досліджено процес формування поля напружень в двох випадках: за природної вологості вугілля  $w = 1\%$  і після гідрообробки пласта, коли  $w = 4\%$  [1]. На рис. 1 показано результати розрахунків геомеханічних параметрів в момент часу  $t = 50$  годин.



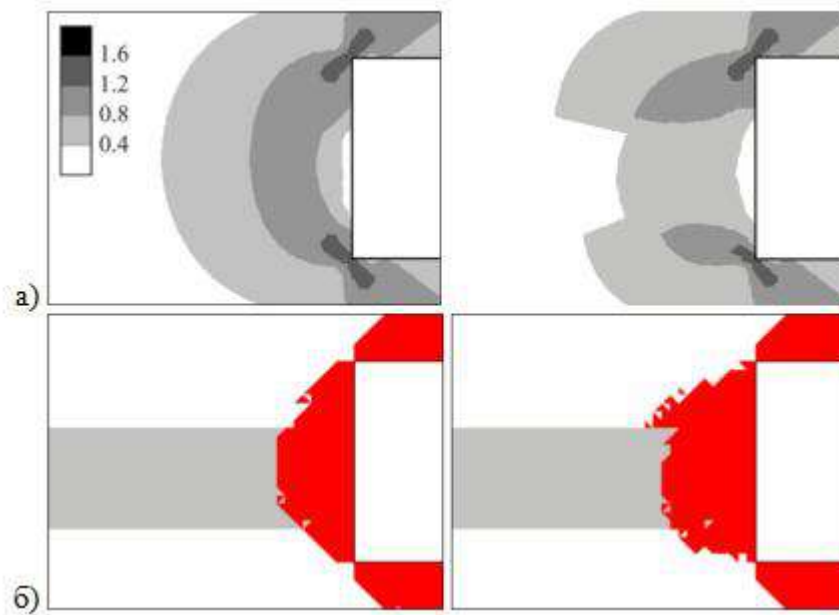


Рисунок 1 – Розподіли значень геомеханічних параметрів при вологості вугілля 1% (ліворуч) і 4% (праворуч): а) параметр  $Q^* = (\sigma_1 - \sigma_3) / H$ ; б) зони непружних деформацій

Гідрообробка значно знижує різнокомпонентність поля напружень в привибійній зоні вугільного пласта. Через 20 годин після посування вибою значення параметра  $Q^*$  в зволоженому вугіллі в триметровій привибійній зоні в 1,5-5 разів менше, ніж в пласті з природною вологістю 1%. Зміна властивостей вугілля призводить до зниження рівня максимальної компоненти тензора головних напружень в привибійній зоні на 4-16%. Водночас значення зведеної мінімальної компоненти тензора головних напружень в зволоженому вугіллі зростають на 10-75% в різних точках пласта. Зона непружних деформацій після гідрообробки стає дещо більшою – при  $t = 50$  годин вона зростає на 11%. Наведені результати відображують вплив деформаційного розвантаження і знеміцнення вугілля при його гідрообробці [2].

### Література

1. Krukovska V.V., Krukovskyi O.P. (2023), Formation of the near-face stress field under the influence of natural and technological factors, *Geo-Technical Mechanics*, №165, p. 97-116. <https://doi.org/10.15407/geotm2023.165.097>
2. Круковский А.П., Круковская В.В., Усов О.А. (2020), Влияние обработки угля водой и антипирогенами на формирование поля напряжений вокруг горной выработки, *Геотехническая механика*, № 150, с. 116-126. <https://doi.org/10.15407/geotm2020.150.116>.

## ЗАСТОСУВАННЯ СТАЛЕВИХ ТА ІН'ЄКЦІЙНИХ АНКЕРІВ ПРИ ПРОВЕДЕННІ ГІРНИЧИХ ВИРОБОК В СКЛАДНИХ ГЕОЛОГІЧНИХ УМОВАХ

О.П. Круковський, В.В. Круковська

*Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України*

Збереження стійкості капітальних виробок протягом усього терміну експлуатації забезпечує безпечне виконання багатьох технологічних операцій і знижує витрати на підтримку виробки. Тому при їх проведенні в складних гірничо-геологічних умовах велике значення має вибір кріплення та обґрунтування технологічних параметрів його встановлення. За допомогою методів чисельного моделювання було досліджено процес формування породно-анкерного перекриття і стійкість виробки [1, 2], яку закріплено 7 сталевими анкерами, що встановлюються на третій часовій ітерації  $i$ , і 8 ін'єкційними, що встановлюються пізніше, при  $i = 10$ . Результати розрахунків показано на рис. 1.

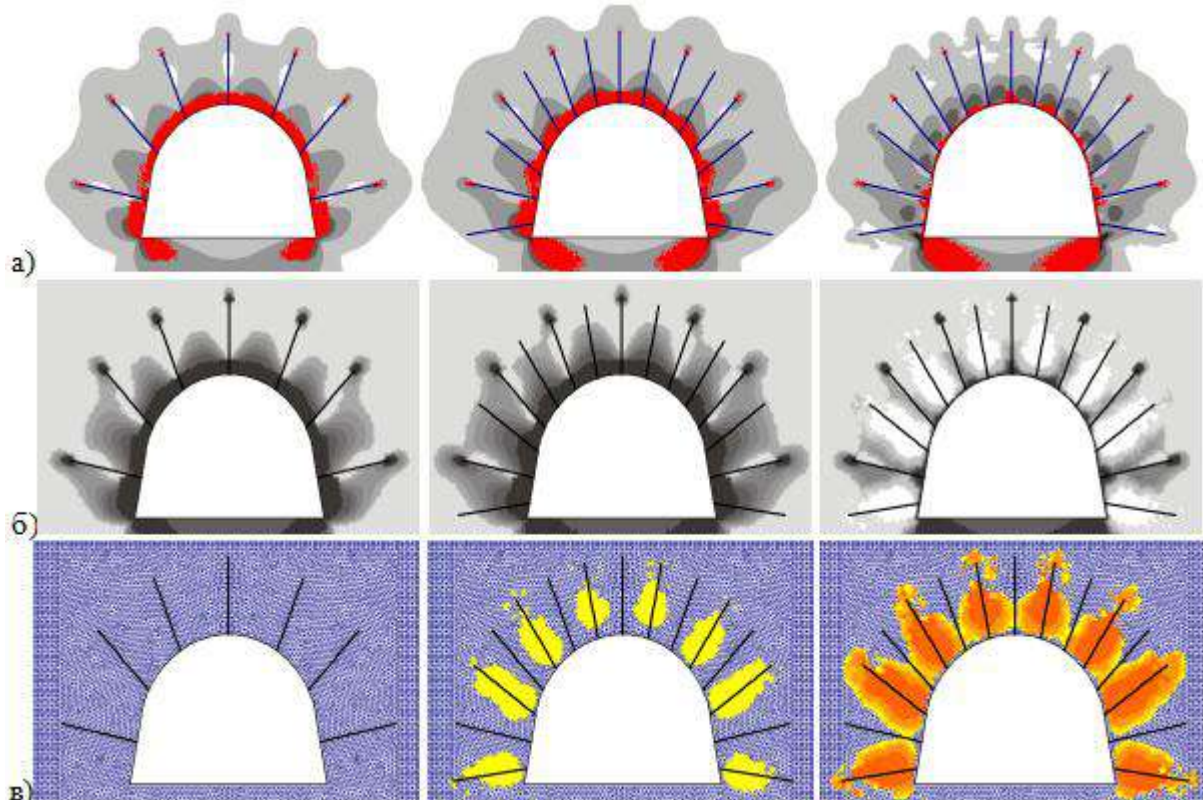


Рисунок 1 – Результати розрахунків: а) параметр  $Q^* = (\sigma_1 - \sigma_3) / H$  і зони непружних деформацій; б) розподіл значень коефіцієнтів проникності; в) заповнення полімером тріщинного простору приконтурних порід в моменти часу  $i = 4$ ,  $i = 10$  та  $i = 20$ .

Показано, що сталеві та ін'єкційні анкери добре доповнюють один одного, підвищуючи стійкість виробки. Ін'єкційні анкери виключають можливість руйнування приконтурних порід і ефективно знижують їх проникність. Сталеві анкери краще стримують розширення зони підвищеної тріщинуватості.

### Література

1. Krukovskyi O., Krukovska V., Kurnosov S., Demin V., Korobchenko V., Zerkal V. (2023), The use of steel and injection rock bolts to support mine workings when crossing

tectonic faults, IOP Conference, №1156. 012024. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1156/1/012024>

2. Круковская В.В., Круковский А.П. (2019), Численное моделирование связанных процессов, происходящих при нагнетании упрочняющего состава в трещиноватый массив с помощью инъекционных анкеров, Геотехническая механика, № 149, С. 100-110. <https://doi.org/10.15407/geotm2019.149.100>

## ПРО ВПЛИВ ЗМІНИ ПЕРЕРІЗУЮЧОЇ СИЛИ ВЗДОВЖ КОНТУРА ЕЛІПТИЧНОГО ОТВОРУ НА РОЗПОДІЛ НАПРУЖЕНЬ В СФЕРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ

В.А. Максимюк, Є.А. Сторожук, І.С. Чернишенко

*Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України*

В задачах концентрації напружень біля криволінійного отвору в тонкій сферичній оболонці під дією внутрішнього тиску  $p$ , як правило вважають, що кришка, яка перекриває отвір, передає на його контур тільки перерізує зусилля [1]. У випадку колового отвору радіусом  $r_0$  це зусилля буде сталим і визначатиметься просто:  $Q_k = pr_0/2$ .

Для еліптичного отвору з півсями  $a$  і  $b$  (для означеності) площа кришки буде  $S = \pi ab$ ; периметр –  $L = 2\pi r_0(1 + \varepsilon^2/4 + \dots)$ , де  $r_0 = (a+b)/2$ ;  $\varepsilon = (a-b)/(a+b)$ . Тоді у випадку рівномірного розподілу перерізує сили вздовж контура отвору з точністю до , виражаючи  $a$  і  $b$  через  $r_0$  і  $\varepsilon$ , будемо мати [2]

$$Q_k = \frac{pS}{L} \approx \frac{pr_0}{2} \left(1 - \frac{5}{4}\varepsilon^2\right) \quad (1)$$

У випадку змінної добавки, пропорційної відносній різниці площ еліпса й вписаного кола, поступаючи аналогічно [3], одержимо

$$Q_k = \frac{pr_0}{2} \left(1 - \frac{5}{4}\varepsilon^2 - 2\varepsilon(1-\varepsilon)\cos 2\gamma\right) \quad (2)$$

де  $\gamma$  – кут між радіусом-вектором точки на еліпсі в системі  $(\rho, \theta)$  і перпендикуляром до дотичної;

Часто [1] змінну вздовж контура отвору перерізує силу задають формулою

$$Q_k = \frac{pr_0}{2} [1 - 2\varepsilon(1-\varepsilon)\cos 2\gamma] \quad (3)$$

Строго кажучи, якщо отвір в оболонці утворено перерізом сфери радіусом  $R$  еліптичним циліндром з півсями  $a$  і  $b$ , то отримаємо неплоский еліпсоподібний контур. Це може привести до іншого розподілу перерізує сили та появи інших силових компонентів на контурі отвору. Крім того за значної еліптичності отвору довжину дуги його контуру необхідно обчислювати чисельно. Проте обмежимося аналізом напруженого стану для ряду невеликих значень параметра еліптичності  $0,01 < a/b < 2$ .

В результаті виконаних розрахунків [2, 4] напруженого стану тонкої оболонки ( $R/h = 400$ ) з отвором ( $r_0/h = 30$ ) виявлено ряд механічних ефектів. Найцікавішим є поява стиску на внутрішній поверхні біля широкої частини ( $a/b = 1,5; 2,0$ ) отвору. Причому причиною стиску є значна еліптичність незалежно від розподілів (1-3) і наявності ( $Q_k = 0$ ) перерізує сили. Тобто зі збільшенням еліптичності процес деформування

біля отвору змінюється від усебічного розтягу й згину, характерного для оболонки з круговим отвором, до переважно розтягу біля вузької частини отвору і вигину біля широкої.

Саме наявність перерізуючої сили (1-3) спричиняє переміщення максимальних напружень зі збільшенням еліптичності з зовнішньої на внутрішню поверхню оболонки біля вузької частини отвору. Крім того розподіл (2) викликає переміщення найбільших у всій оболонці напружень від широкої частини до вузької, чого не спостерігається за постійної перерізуючої сили (1).

Таким чином, можна відзначити, що зі збільшенням еліптичності отвору процес деформування в сферичній оболонці змінюється, асоціюючись з перетворенням оболонки з круговим отвором у конструкцію з прорізом. Проте зі збільшенням товщини оболонки вказані ефекти проявляються в меншій мірі.

#### Література

1. Теория тонких оболочек, ослабленных отверстиями / Гузь А.Н., Чернышенко И.С., Чехов В.Н. и др. – К.: Наук. думка, 1980.– 636 с. – (Методы расчета оболочек: В 5-ти т.; Т.1).
2. Maksimyyuk V.A., Mulyar V.P. Nonaxisymmetric deformation of open spherical shells with a curvilinear hole // *Int. Appl. Mech.* – 2008. – 44, N 5. – P. 555–561.
3. Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий. – К: Наук. думка, 1968. – 888 с.
4. Maksimyyuk V.A., Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S. Variational finite-difference methods in linear and nonlinear problems of the deformation of metallic and composite shells (review) // *Int. Appl. Mech.* – 2012. – 48, N 6. – P. 613 – 687.

## TORSION, BENDING AND TENSION OF AN ELASTIC-PLASTIC ROD

**K. Panin**

*Oles Honchar Dnipro National University*

The problem of torsion, bending and tension of a prismatic rod with cross section of arbitrary shape is considered. It is accepted that material of a rod is elastic-plastic and hardening.

It is assumed that the lateral surface of the rod is free from external forces, and forces are applied to its ends that are statically equivalent to torque, bending moments and axial force as a functions of time. Volume forces are not taken into account.

It is accepted that under the influence of the indicated force factors, an axial deformation, uniform over the entire length, arises in the rod, consisting of deformation of the axis of the rod, bending strain, and deformation associated with torsion of the rod.

To solve the problem, the semi-inverse method is used, when the deformation of the axis of the rod, curvatures and the relative twist angle are given, and the parameters of the stress-strain state of the rod and the magnitude of the force parameters are determined already in the solution process.

An algorithm for solving a given problem is proposed, when differential-nonlinear relations of the plasticity theory taking into account micro-strains (Novozhilov, Kadashevich, Chernyakov) are used as the physical equations.

This differential non-linear variant of the plasticity theory is to be used in investigation of inelastic deformation of polycrystalline metals. In the theories of such a type no uniform plastic strains caused both by a granular structure of a polycrystalline and non-uniform distribution of damages is taken into account in an approximate way by presenting the tensor of plastic strain as a sum of unit plastic strains each of which has a correspondent yield surface and a correspondent system of internal forces.

Considering the fact that obtaining an analytical solution to such a problem causes significant mathematical difficulties, a transition has been made to the equivalent variational problem in order to obtain a numerical solution on its basis.

To solve the problem, a step method was used that reduces the solution of the original problem to a sequence of solutions for each step of time. Further at each step, using an iterative method similar to the method of variable elastic parameters, the nonlinear problem are reduced to a sequence of quasi-linear ones with defining relations, which are determined by the known velocity field at the previous iteration step. The finite element method is used at each iterative step. To calculate the stiffness matrices of finite elements, effective algorithms are proposed that allow decreasing the number of multiple integrals to be calculated in the defining relations of the theory of plasticity, taking into account micro-strains up to the dimensionality of the loading trajectory.

Calculations were carried out for rods of four various cross-sections under different external loading schemes.

The influence of the loading history on the configuration of plastic zones in the cross-section of the rods is investigated. It is shown that in some cases such influence can be significant. The obtained solutions are compared in the framework of the theory of plasticity, which takes into account micro-strains, with the results obtained by the deformation theory and the theory of flow with isotropic hardening.

In all calculations, the corresponding values of the power parameters such as torque moment, bending moments and axial force are also obtained.

## **ЕВОЛЮЦІЯ РУХУ ДИНАМІЧНО СИМЕТРИЧНОГО ТВЕРДОГО ТІЛА З В'ЯЗКОЮ РІДИНОЮ ПІД ДІЄЮ ПОСТІЙНОГО МОМЕНТУ**

**Д.Д. Лещенко, Т.О. Козаченко**

*Одеська державна академія будівництва та архітектури*

Задачі динаміки твердих тіл, які мають порожнини з рідиною, привертають велику увагу. Інтерес до цих задач зріс у зв'язку з розвитком космічної техніки. Штучний супутник або космічний корабель в його русі відносно центра мас знаходяться під впливом моментів сил різної фізичної природи. Ці рухи можуть бути пов'язані з наявністю рідини в порожнинах, розташованих в тілі (наприклад рідкого палива або окиснювача в баках ракет). Аналогічні задачі мають місце також в теорії руху літака і корабля, а також в інших технічних питаннях. Ці задачі мають і принципове теоретичне значення. Необхідність дослідження задач динаміки твердого тіла з порожниною, яка містить в'язку рідину, пов'язана з дослідженням задач орієнтації та стабілізації космічних апаратів. Задачі динаміки твердого тіла з порожнинами, що містять в'язку рідину, є більш складними, ніж у випадку з ідеальною рідиною. Розв'язування задач динаміки твердого тіла з в'язкою рідиною в порожнині можна розділити на дві частини:

гідродинамічну та динамічну, що дозволяє спростити початкову задачу. Моменти сил в'язкої рідини в порожнині, які діють на тверде тіло, часто є відносно малими та можуть розглядатися як збурення. Природно застосовувати методи малого параметра для аналізу динаміки твердого тіла під дією прикладених моментів. В нашій роботі застосовується метод асимптотичного усереднення Крилова-Боголюбова.

При визначенні фактичної орієнтації штучного супутника Землі була відмічена мала зміна модуля вектора кінетичного моменту супутника на ділянці польоту з вимкненою системою орієнтації. Ця зміна була пояснена присутністю малого моменту збурення, який є постійним в зв'язаній з супутником системі координат.

В цій роботі розглядається рух відносно центра мас динамічно симетричного твердого тіла з порожниною, заповненою рідиною великої в'язкості, під дією постійного моменту в зв'язаних з тілом осях. Отримано систему рівнянь в стандартній формі. Одержані чисельні розв'язки задачі описують еволюцію руху твердого тіла під дією малих внутрішніх та зовнішніх моментів сил.

Ці результати дають можливість аналізувати рухи штучних супутників під дією малих збурюючих моментів. Асимптотичний підхід дозволяє одержати деякі якісні результати та описати еволюцію рухів, використовуючи спрощені усереднені рівняння. Одержані результати дають можливість виявити динамічні ефекти, зумовлені рідиною в порожнині і моментом, постійним в зв'язаних з тілом осях.

## **ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ВИБОРУ РОЗРАХУНКОВОЇ СХЕМИ НА РЕЗУЛЬТАТИ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНОГО АНАЛІЗУ ПОВЕДІНКИ, РОЗТЯГНУТОЇ ПРЯМОКУТНОЇ ПЛАСТИНКИ З ОТВОРОМ**

**О. А. Дзюба, В. В. Гудзь**

*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара*

Сучасні прикладні пакети скінчено-елементного аналізу надають широкі можливості для використання всього спектру засобів цього ефективного підходу. Це, зокрема, використання різної кількості, розмірів та типів скінчених елементів, згущення сітки в околі високих градієнтів зміни напружено-деформованого стану, а також вибору крайових умов, зокрема, умов взаємодії з іншими підконструкціями, врахування зовнішніх впливів та ін.

В поданій роботі приведені результати числового експерименту дослідження особливостей впливу вибору крайових умов та кількості скінчених елементів на результати розрахунку розтягнутої в своїй площині прямокутної пластини з довільно розташованим прямокутним отвором.

Проведено скінченно-елементний порівняльний аналіз розрахунку такої затиснутої по одній із кромek пластинки з довільно розташованим прямокутним отвором (люком), як фрагменту панелі міжступеневого відсіку ракети-носія. При цьому на протилежній кромці (при вільних бокових) цієї пластинки були прикладені:

- а) рівномірно розподілені напруження від навіщоючої маси вище розташованих конструктивних елементів;
- б) рівномірні по довжині кромки переміщення від жорсткого з'єднувального шпангоута вище розташованого відсіку.

Розрахунки для цих двох варіантів крайових умов, за відповідного узгодження величин рівномірного напруження для задачі а) та рівномірного переміщення для

задачі б), були проведені за різним по ширині пластинки розташуванням прямокутного отвору та кількості скінчених елементів.

Продемонстровано відмінність отримуваних значень та розподілу напружень в пластині для зазначених вище різних крайових умов однієї і тієї ж задачі за різної кількості скінчених елементів та різного розташування прямокутного отвору.

Наведені результати демонструють, що навіть за використання ефективних засобів розрахунку можливе отримання різних, в тому числі і помилкових, результатів.

Матеріали дослідження подані у вигляді картин розподілу напружень для різних варіантів розрахунку.

## **ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ МІНІМІЗАЦІЇ ФУНКЦІОНАЛУ В ЗАДАЧАХ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ЯДЕР СПАДКОВОСТІ В ЛІНІЙНІЙ ТЕОРІЇ В'ЯЗКОПРУЖНОСТІ**

**В.С. Ушакова<sup>1</sup>, О.В. Ушаков<sup>2</sup>**

*<sup>1</sup>Інститут механіки С.П. Тимошенка НАН України,*

*<sup>2</sup>Інститут спеціальної техніки та судових експертиз Служби безпеки  
України*

Більшість існуючих методів розв'язання задач лінійної в'язкопружності (метод перетворення Лапласа, операторні методи) базуються на використанні різних аналітичних виразів ядер повзучості та релаксації. Ці ядра повинні задовольняти ряду вимог, пов'язаних із забезпеченням необхідної точності розрахунків і з можливістю екстраполяції експериментальних даних. Важливою вимогою є реалізація простого та ефективного методу математичної обробки вихідних експериментальних даних при визначенні параметрів ядер.

Існує велика кількість аналітичних виразів для ядер повзучості та релаксації. Детальний аналіз структури ядер та способів визначення їх параметрів наведено у [1,2]. Найбільш перспективним, що допускає велику гнучкість при описі в'язкопружних властивостей реальних матеріалів, є дробово-експоненціальне ядро.

Слід відзначити, що дробово-експоненційна функція досить добре вивчена, вона табульована, встановлено її зв'язок з функцією Міттаг-Леффлера та іншими спеціальними функціями, а також для неї обґрунтована алгебра операторів Абея. Основні труднощі залишаються при визначенні параметрів дробово-експоненційних ядер, оскільки ряд, що входить до аналітичного виразу ядра, є слабозбіжним.

В роботі розглянуто метод визначення параметрів ядер спадковості, що ґрунтується на мінімізації функціоналу, що побудований на підставі мінімізації квадратичного відхилення розрахункових значень ядра від дискретних.

Процеси довготривалого деформування лінійних в'язкопружних матеріалів за умови одновісного розтягу задаються рівняннями спадкової теорії Больцмана-Вольтерра в формі [1,2]

$$\begin{cases} \varepsilon(t) = \frac{1}{E}(\sigma(t) + \lambda \int_0^t K(t-\tau)\sigma(\tau)d\tau) \\ \sigma(t) = E(\varepsilon(t) + \lambda \int_0^t R(t-\tau)\varepsilon(\tau)d\tau), \end{cases} \quad (1)$$

Де  $\varepsilon(t)$ ,  $\varepsilon(\tau)$  – повна деформація, що включає пружну компоненту  $\varepsilon^e$  і деформацію повзучості  $\varepsilon^c(t)$  в моменти часу  $t$ , і  $\tau$ ;  $\sigma(t)$ ,  $\sigma(\tau)$  – напруження, що діють в моменти часу  $t$  і  $\tau$ ;  $K(t-\tau)$  – ядро повзучості;

$R(t-\tau)$  – ядро релаксації;  $E$  – модуль пружності;  $\lambda$  – реологічний параметр ( $\lambda > 0$ );  $t$  – час спостереження;  $\tau$  – час, що передує моменту спостереження.

В роботі в якості ядра використовується дробово-експоненціальне ядро, яке має вигляд

$$K(t-\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n (t-\tau)^{\alpha+(1+\alpha)n}}{\Gamma[(1+\alpha)(1+n)]} \quad (2)$$

Де  $\alpha, \beta$  – параметри ядра, що визначаються з експериментів на повзучість ( $1 > \alpha > 0, \beta > 0$ );  $\Gamma[\cdot]$  – гама-функція.

Значення параметрів  $\alpha, \beta$  і  $\lambda$  знаходимо з умови найкращого узгодження

значень функції повзучості  $J_k(t) = \frac{\varepsilon(t, \sigma_k)}{\sigma_k}$ ,  $k = \overline{1, m}$ , яку називають податливістю матеріалу, з експериментальними даними для деякого фіксованого рівня напружень  $\sigma_k$ .

В якості критерію найкращого узгодження використовуємо умову мінімізації квадратичного відхилення розрахункових значень функції  $J(t)$  від експериментальних

$J_{exp}(t_j)$ . Задача зводиться до знаходження мінімуму функціоналу

$$F(\alpha, \beta, \lambda) = \sum_{i=1}^N \left\{ J_{exp}(t_j) - \frac{1}{E} \left[ 1 + \lambda \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n (t-\tau)^{\alpha+(1+\alpha)n}}{\Gamma[(1+\alpha)(1+n)]} \right] \right\}^2, \quad (3)$$

де значення деформацій  $\varepsilon(t_i, \sigma_k)$  заміряються в дослідах на повзучість при  $\sigma_k = const$ . В (4.4) прийнято, що  $J_{exp}(t_i) = J_k(t_i)$ , причому  $i$  задає число ділянок розбиття експериментальної кривої повзучості і відповідної їй кривої податливості.

## СТІЙКІСТЬ МЕЖІ ПОДІЛУ СЕРЕДОВИЩ КУСКОВО-ОДНОРІДНОЇ ПІВПЛОЩИНИ ПРИ СТИСКУ ВЗДОВЖ МІЖФАЗНОЇ ПРИПОВЕРХНЕВОЇ ТРІЩИНИ

О.Л. Кіпніс

*Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ*

В рамках тривимірної лінеаризованої теорії стійкості деформівних тіл [1] досліджено задачу плоскої деформації про стиск напівобмеженого тіла вздовж тріщини, яка розташована на прямолінійній межі поділу двох компонентів зазначеного тіла: напівобмеженої основи та менш жорсткого по відношенню до неї тонкого покриття.



Відповідну крайову задачу, сформульовану в термінах потенціальних гармонічних функцій із застосуванням інтегральних подань Фур'є зведено до задачі на власні значення для системи інтегральних рівнянь Фредгольма першого роду (і деякої додаткової умови), яка досліджується чисельно з використанням методу Бубнова – Гальоркіна. Зазначена система інтегральних рівнянь одержана в загальному випадку, коли обидва матеріали (основи і покриття) є стисливими або нестисливими високоеластичними матеріалами, для пружних потенціалів яких виконується умова рівності коренів відповідних характеристичних рівнянь.

Вивчено залежності значень критичного укорочення вздовж лінії поділу середовищ та критичного навантаження від відносної (віднесеної до довжини тріщини) товщини шару покриття та від фізико-механічних характеристик матеріалів.

Результати обчислень, які отримані для пружних матеріалів з потенціалом гармонічного типу і з потенціалом Бартенєва – Хазановича, показують, що при суттєвому збільшенні відносної товщини покриття значення критичних параметрів у випадку задачі про півплощину з міжфазною тріщиною між основою та покриттям асимптотично прямують до верхньої оцінки значень критичних параметрів, які отримуються в задачі про стиск кусково-однорідної площини вздовж однієї тріщини [2].

Сукупний аналіз одержаних результатів дозволяє зробити висновок про те, що при стиску кусково-однорідного напівобмеженого матеріалу з покриттям вздовж міжфазної приповерхневої тріщини у випадку, коли жорсткість матеріалу шару покриття є меншою за жорсткість матеріалу основи, реалізується механізм втрати стійкості аналогічний до того, що має місце, коли напівобмежене тіло є однорідним [3], і який пов'язаний з локальною втратою стійкості матеріалу біля тріщини та не пов'язаний з внутрішньою чи поверхневою втратою стійкості конструкційного матеріалу.

1. *Гузь А.Н., Дышель М.Ш., Назаренко В.М.* Разрушение и устойчивость материалов с трещинами. – Киев: Наук. думка, 1992. – 456 с. (Неклассические проблемы механики разрушения в 4-х т., 5-и кн. Под общ. ред. А.Н. Гузя; Т.4, кн. 1).
2. *Guz A.N., Guz I.A.* The stability of the interface between two bodies compressed along interface cracks. 2. Exact solution for the case of equal roots // *Int. Appl. Mech.* – 2000. – **36**, N 5. – P. 615–622.
3. *Nazarenko V.M.* Two-dimensional problem of the fracture of materials in compression along surface cracks // *Sov. Appl. Mech.* – 1986. – **22**, N 10. – P. 970–978.

## ON A NOVEL ANALYTICAL METHOD IN KINEMATICS OF PLANAR MECHANISMS OF II CLASS BY ARTOBOLEVSKY

S.V.Kykot<sup>1</sup>, K.G.Khoroshev<sup>1</sup>, K.O.Duchenko<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, Kyiv, Ukraine;*

<sup>2</sup>*Technical University of Munich, Munich, Germany*

A novel analytical method for solving kinematical problems of planar mechanisms of the II class by Artobolevsky [1] is proposed. The approach is based on the decomposition of the mechanism of the II class into the mechanism of the I class and structural groups of the II class, which allows to apply a modular approach to the kinematics of the entire mechanism. The kinematic analysis of the I-class mechanism is a trivial mechanical problem, therefore,

the problem of the kinematics of the entire mechanism is reduced to determining the kinematic characteristics of the points and links of the structural groups that are part of it [1].

The following sequential analyzes can be considered: analysis of positions, velocities and accelerations of structural groups. In work [2], based on the Chase vector equation [3], an analytical approach to the positional analysis of structural groups of the II class according to Artobolevsky is proposed. The analysis of velocities and accelerations with the use of vector algebra methods was carried out in work [4]. Combining the results of works [2, 4], a unified analytical approach is developed for the kinematical analysis of the II class structural groups, and therefore, the II class mechanisms by Artobolevsky, which is based solely on the use of vector algebra tools. The main advantage of this approach is its simplified algorithmization and the absence of specification and determination of the angles of rotation of links, as it is customary when using well-known projection schemes for solving vector contour equations. It allows to ease the program code for computer modeling significantly. In terms of the simplicity of implementation, this approach can be compared with graphical methods of constructing diagrams of positions, velocities and accelerations.

As a demonstration of the proposed approach, complete kinematic analyzes of five-link mechanisms, which have two structural groups of the considered class, were carried out, with determination of radius-vectors, velocities and accelerations of all characteristic points of the mechanisms, as well as angular velocities and accelerations of the mechanism links. The following mechanisms were considered [5]: the sliding contact linkage multiplier (two TRT groups), the Kleiber sliding contact linkage for drawing ellipses (RTT and RRT groups), the sliding contact linkage with stops (RRR and RTR groups).

The obtained analytical relations of the kinematic characteristics of the points of the mechanism and the links of the structural groups are the basis for the following kinetostatic analysis of the mechanism.

1. Artobolevski I. Théorie Des Mécanismes Et Des Machines.– Moscou: Éditions Mir, 1977.– 651 p.
2. Khoroshev K., Duchenko K., Kykot, S. The direct vector approach to the position analysis of Assur dyads // Mechanism and Machine Theory.– 2024.– V. 195.– 105608
3. Chace M.A. Vector analysis of linkages // Journal of Engineering for Industry.– 1963.– V. 85, N. 3.– P. 289–297
4. Khoroshev K.G., Duchenko K.O., Kykot, S.V. The vector algebra approach to the kinematic analysis of the structural groups of the 2nd class by Artobolevsky // Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Physical and Mathematical Sciences.– 2023.– N. 2.– P. 160–163
5. Artobolevski I. Les Mécanismes Dans La Technique Moderne. Tome 2. Partie 1. Mécanismes À Leviers.– Moscou: Éditions Mir, 1976.– 720 p.

## **ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО – ДЕФОРМІВНОГО СТАНУ ДВОШАРОВОГО ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНОГО ТІЛА В УМОВАХ ПЛОСКОЇ ДЕФОРМАЦІЇ**

**Є.О. Коваленко, С.О. Чернецький**

*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара*

Розглядається задача визначення полів переміщень, напружень і деформацій двошарової пружно-пластичної смуги кінцевих розмірів під дією абсолютно жорсткого

штампу прямокутної. Проведено розрахунки для різних умов контакту між шарами полоси: зчеплення або ковзання з можливим розшаруванням без урахування сил тертя при різних величинах осадки штампу  $\Delta$ .

Використовуючи метод варіаційних нерівностей [1] задача визначення напружено-деформованого стану контакту багатошарових тіл з гладкими шарами, що зчеплені або між ними можливе проковзування та розшарування є еквівалентною задачі мінімізації функціоналу Лагранжа виду:

$$I(v) = \sum_{k=1}^2 \int_{\Omega_k} W_k(\bar{x}, \varepsilon_{ij}(\bar{x})) d\Omega_k,$$

де  $W_k(\bar{x}, \varepsilon_{ij}(\bar{x}))$  – функція густини енергії деформації в точці  $\bar{x}$  шару  $\Omega_k$  на множині можливих переміщень  $\bar{v}(\bar{x})$ .

Розрахунок проведено у пакеті ANSYS Mechanical APDL [2] використовуючи метод скінченних елементів. Розглядалися два варіанта пакету: з більш м'який шар розташовано зверху та навпаки. Графіки  $s$ - $\varepsilon$  наведено на рис. 1.

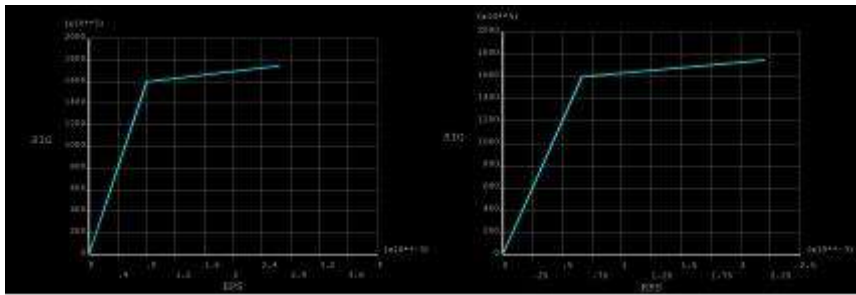


Рис.1 Графік залежності  $s$ - $\varepsilon$  для матеріалу верхнього, більш м'якого (зліва) і нижнього, більш жорсткого (справа) шарів полоси

Модуль пружності матеріалу шарів  $E_1 = 2.4 \cdot 10^5 \text{ МПа}$  та  $E_2 = 2.0 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , границя плинності дорівнює 160 МПа для обох матеріалів, дотичний модуль  $E_{t1} = 8.0 \cdot 10^3 \text{ МПа}$ ,  $E_{t2} = 9.6 \cdot 10^3 \text{ МПа}$  (на рис. початковий порядок шарів). Для розрахунків використовувалась деформаційна теорія пластичності та умова плинності Мізеса [3].

На рис. 2 - 4 приведено деякі результати розрахунків, які показують вплив умов контакту шарів та механічних характеристик на напружений стан пакету.

Умови контакту між шарами вносять значні зміни у НДС, характер і величину зони полоси у якій виникають пластичні деформації. За умови ковзання з можливим відставанням між шарами тіла інтенсивність напружень зростає у площі під штампом у межах 15%. Розташування більш жорсткого шару під штампом збільшує як інтенсивність напружень, так і величину пластичної зони. Важливо відмітити що зменшення величини осадки штампу не призводить до відповідного зменшення пластичної зони.

Зменшенні осадки штампу з 5 мм до 2.5 мм зона пластичності зменшується лише на 10%. У порівнянні з  $\Delta = 5 \text{ мм}$  максимальне додатне вертикальне переміщення при осадці у 4 мм зменшується з +3мм до +2.3мм (-23%) що корелює зі зменшенням штампу на 20%. При осадці у 2.5мм максимальне додатне вертикальне переміщення становить 1.3мм (-56%), а осадка зменшилась на 50%.

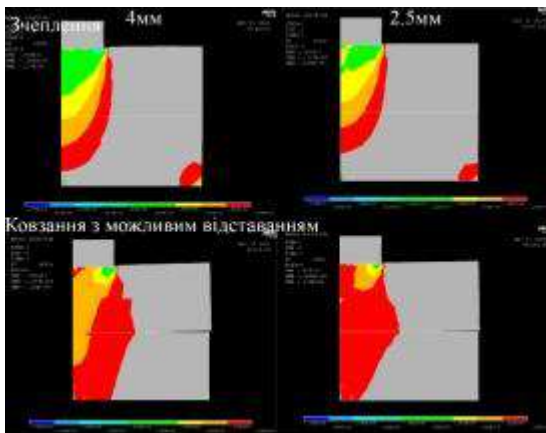


Рис.2 Зони пластичності для зчеплення і ковзання з можливим відставанням. Осадка штампу 4 і 2.5мм

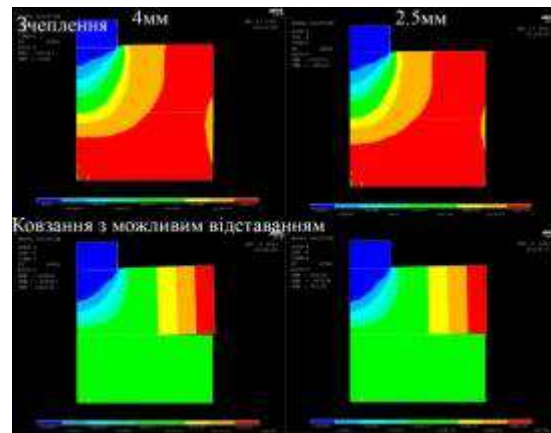


Рис.3 Вертикальні переміщення для зчеплення і ковзання з можливим відставанням. Обернене тіло. Переміщення штампу 4 і 2.5мм

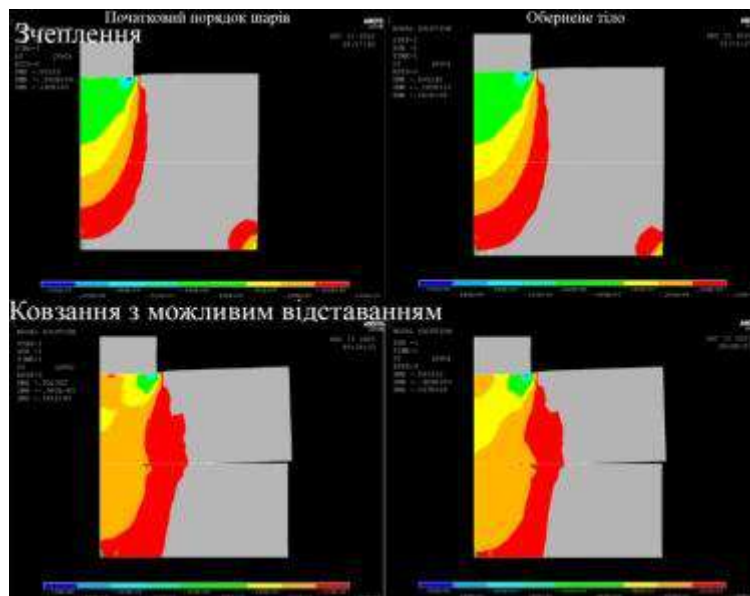


Рис.4 Порівняння зон пластичності для умов зчеплення і ковзання з можливим відставанням для різного порядку шарів. Переміщення штампу 5мм.

#### Список літератури

1. Чернецький С.О., Швайко М.Ю. Варіаційні принципи і математичні методи вирішення граничних задач для кусково-однорідних нелінійних середовищ //Мат. методи та фіз.-мех. поля. –1988. – Вип. 27.-С. 64-67.
2. ANSYS Mechanical APDL Verification Manual. Release 15.0. November 2013
3. Писаренко Г.С., Можаровський М.С. Рівняння та крайові задачі теорії пластичності і повзучості / К.: Наукова думка, 1989. – 493 с.

## **МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ ЧАСТКОВО ПРОЗОРИХ ТІЛ З ПОРОЖНИНАМИ ЗА ТЕПЛОВОГО ОПРОМІНЕННЯ**

**О.Р. Гачкевич, О.Б. Гуменчук, А. Козярська, Р.Ф. Терлецький**

*Інститут прикладних проблем механіки і математики  
ім. Я.С. Підстригача НАН України; Політехніка Опольська (Польща)*

Запропоновано модель радіаційної термомеханіки для опису та оптимізації зумовлених тепловим опроміненням теплових і механічних процесів за наявності відбивачів енергії випромінювання (як охолоджуваних, так і неохолоджуваних), конструктивних порожнин в розглядуваних частково прозорих для такого випромінювання тілах за різних властивостей середовища в цих порожнинах та способів врахування радіаційних властивостей матеріалу тіла, випромінювачів і відбивачів (спектральними чи інтегральними характеристиками). Вплив випромінювання на теплові та механічні процеси враховано через тепловиділення внаслідок поглинання матеріалом енергії теплового випромінювання та її перерозподіл в системі тіло-оточуюче середовище за рахунок наявних відбивачів променевої енергії (та їх нагрівання). При цьому враховано спектральні розподіли променевої енергії випромінювачів, а також спектральні радіаційні властивості матеріалів.

Сформульовано задачі радіаційної термомеханіки для частково прозорих тіл канонічної форми (шар, порожнисті циліндр та куля) за однорідного зовнішнього теплового опромінення. Побудовано основу на методах безпосереднього інтегрування та сіток методу розв'язування цих задач, в якій використано ітераційний процес знаходження потоків тепла на поверхнях тіла та відбивачів променевої енергії.

Виявлено нові дані про термомеханічну поведінку розглядуваних тіл за теплового опромінення в залежності від радіаційних властивостей конкретних матеріалів випромінювачів і відбивачів, а також властивостей середовища в наявних порожнинах. Розроблено теоретичні основи побудови раціональних режимів знегажування конкретних типів електровакуумних приладів, зокрема їх скляних оболонок, які ґрунтуються на використанні технологічного променевого нагрівання промисловими джерелами.

## **ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ МЕТОДИКИ ПЕРЕТВОРЕННЯ ГРАФІЧНИХ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДАНИХ У ТАБЛИЧНІ**

**П.Ю. Кобзар, А.Ю. Кобзар**

*Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України*

Важливою задачею механіки при побудові моделей різних фізичних процесів є визначення констант та коефіцієнтів в рівняннях моделей на основі базових

експериментів. Проблема полягає в тому, що більшість експериментальних даних запозичуються з літературних джерел, де вони часто представлені у графічному вигляді. Особливо актуальна проблема точності відтворення експериментальних даних при довготривалих процесах, наприклад при руйнуванні в умовах багатоциклової втоми. Відомо, що відхилення точності на 3-10% по напруженням може давати похибку по довговічності у 2-3 рази. Метою роботи є створення програмного застосунку, що перетворює графічні експериментальні дані, які представлені в різноманітних системах координат та системах одиниць, у числовий формат.

Розглядається двостадійна модель розповсюдження тріщин втоми в тонких ізотропних пластинах при одновісному асиметричному багатоцикловому розтягу-стиску система визначальних рівнянь якої має вид [1].

$$\begin{cases} n = n_* + \left(\frac{\pi}{4}\right)^{q-2} \frac{\left[\cos\left[\frac{\pi\sigma_m}{2\sigma_B}\right]\right]^{2\eta}}{(1+q^{-1})D(\sigma_Y)^{q-2}} \int_{\ell_0}^{\ell(n)} \left[\sigma_a f\left(\frac{h}{w}, \frac{\ell(n)}{w}\right)\right]^2 \ell(n)^{-1} d\ell, \\ n_* = \left[(1+q)D\left[\frac{4\sigma_Y}{\pi}\right]^q\right]^{-1} \end{cases} \quad (1)$$

Система рівнянь моделі (1) містить три групи матеріальних констант, що підлягають визначенню із системи відповідних базових експериментів [2]. Перша група матеріальних констант містить межу короткочасної міцності  $\sigma_B$ , яка визначається за результатами стандартних випробувань зразків матеріалу на одновісний розтяг. Друга група матеріальних констант містить коефіцієнти  $q$  та  $D$ , що характеризують опір втоми матеріалу за умов одновісного симетричного розтягу-стиску.

Задача визначення коефіцієнтів  $q$  та  $D$  зводиться до мінімізації функціоналу

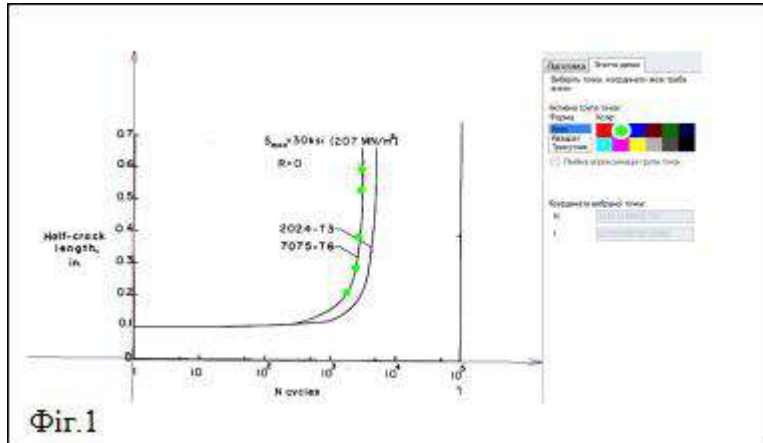
$$\Phi(q, D) = \sum_{j=1}^S \left\{ n_{R_j}(\sigma_{n_j}) - \frac{1}{(1+q)D(\sigma_{a_j})^q} \right\}^2, \quad (2)$$

де  $\sigma_{a_j}$ ,  $n_{R_j}$  – набір дискретних значень амплітуд циклічних напружень та відповідних їм чисел циклів до руйнування.

Третя група матеріальних констант містить показник степені  $\eta$ , що характеризує чутливість матеріалу до асиметрії циклу напружень. Значення  $\eta$  розраховуються за результатами обробки експериментальних даних на втому за умов асиметричних циклів навантаження для декількох комбінацій статичних  $\sigma_m$  та амплітуд циклічних  $\sigma_a$  напружень. Задача визначення показника степені  $\eta$  в (1) зводиться до мінімізації функціоналу

$$\Phi(\eta) = \sum_{j=1}^k \left\{ \left[ \frac{\sigma_{a_j}}{\sigma_{n_j}(n_{R_j})} \right] - \left[ \cos\left(\frac{\pi\sigma_{m_j}}{2\sigma_B}\right) \right]^\eta \right\}^2, \quad (3)$$

де  $\sigma_{a_j}$ ,  $\sigma_{m_j}$ ,  $\sigma_{n_j}$ ,  $n_{R_j}$  – набір дискретних значень амплітуд циклічних напружень, середніх напружень, меж втоми за умов симетричного циклу напружень та відповідних їм чисел циклів до руйнування. У якості  $\sigma_{a_j}$  та  $\sigma_{m_j}$  можуть бути обрані значення  $\sigma_{a_j} = \sigma_{m_j}$ , що відповідають віднульовому циклу напружень.



Для вирішення задачі перетворення графічних експериментальних даних у табличну форму було розроблено програму VertexScanner (Сканер Вершин) (Фіг.1). VertexScanner може знімати експериментальні дані з зображення графіків, що представлені в логарифмічній та лінійній шкалах. Програма шляхом встановлення

реперних точок на графіку за допомогою курсора позначає розташування ортогонального базису та вписує їх координати по осі абсцис та ординат. Ортогональний базис визначається через пошук вектора як сума квадратів векторів, що множиться на нульовий вектор по  $X$  та по  $Y$ , відповідно. В результаті визначається масштаб згідно кількості пікселів зображення, яким відповідає фізична величина, що є на графіку (наприклад мм чи будь-які інші розмірні величини). Таким чином, після побудови базису можна відмічати експериментальні точки на самому графіку. По відміченим даним на початку координат додається відстань в пікселях, що множиться на масштаб графіку.

Таким чином, VertexScanner є зручним інструментом для визначення коефіцієнтів кривої втоми, коефіцієнтів та констант матеріалів у визначальних рівняннях моделі розповсюдження тріщин, а також при оцінюванні адекватності моделі.

Для оцінки демонстрації роботи програми був вибраний набір експериментальних даних [3], що має також і табличне представлення. Порівняння результатів показує високу точність у роботі програми.

1. Golub V.P., Plashchynska A.V. Numerical modeling of fatigue crack in thin isotropic plates considering the damage accumulation history// Springer Nature Switzerland, Advances in Mechanics: Current Research Results of the NAS of Ukraine. – 2023. - P. 119-132.
2. Grover H.J., Hylar W.S., Kuhn P. Landers C.B. Hawell F.N. Axial-load fatigue properties of 24S-T and 75S-T aluminum alloys as determined in several laboratories // NACA TN 2928.- 1953.- 64 p
3. Hudson C.M. Effect of stress ratio on fatigue-crack growth in 7075-T6 and 2024-T3 aluminium alloy specimens”// NASA TN D-5390. – 1969. – 34 p.

## ПРО СТІЙКІСТЬ БІМАТЕРІАЛЬНОГО ТІЛА З МІЖФАЗНИМ ДЕФЕКТОМ

І. Гергель

*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара*

Внаслідок технологічного процесу в шаруватому композитному матеріалі можуть виникати дефекти – тріщини, розшарування – на границі поділу матеріалів. Елементи конструкції з таких композитних матеріалів можуть знаходитися під дією стискаючого навантаження вздовж границь поділу, а наявність міжфазних тріщин може призвести до руйнування шляхом розкриття тріщин.

Розглядається плоска задача втрати стійкості пружного призматичного тіла, що складається із двох ортотропних шарів. Композит має центральний дефект на границі поділу матеріалів та затиснений між двома абсолютно жорсткими гладкими плитами. Таким чином, біматеріальне тіло знаходиться під дією зовнішнього стискаючого навантаження, паралельного вільним поверхням, яке призводить до однорідної деформації. Стискаюче навантаження збільшується і досягає деякого критичного значення, при якому матеріал біля міжфазної тріщини втрачає стійкість, що призводить до раптового розкриття тріщини.

Задача втрати стійкості розглядається в точній постановці в рамках тривимірної лінеаризованої теорії стійкості деформівних тіл. За втрату стійкості композитного тіла з міжфазною тріщиною приймається розкриття міжфазної тріщини.

За допомогою інтегральних перетворень Фур'є проблема втрати стійкості шаруватого композита з міжфазною тріщиною зводиться до знаходження нетривіального розв'язку системи однорідних сингулярних інтегральних рівнянь типу Коші II роду з додатковими умовами.

Отримана задача на власні значення чисельним аналізом зводиться до системи  $2n$  однорідних алгебраїчних рівнянь з  $2n$  невідомими значеннями функцій нескінченно малих переміщень.

Критичне навантаження, тобто навантаження, при якому міжфазна тріщина раптово розкривається, визначається з умови, що визначник отриманої системи однорідних алгебраїчних рівнянь дорівнює нулю.

Досліджується вплив геометричних параметрів і властивостей матеріалів компонентів біматеріального тіла на значення критичного навантаження.

## ДОСЛІДЖЕННЯ РУХОМОЇ МІЖФАЗНОЇ ЕЛЕКТРОІЗОЛЬОВАНОЇ ТРІЩИНИ В П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОМУ БІМАТЕРІАЛЬНОМУ ПРОСТОРИ

О. Комаров

*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара*

Розглянуто задачу про усталений рух електроізольованої тріщини між двома п'єзоелектричними матеріалами, проаналізовано випадки виникнення різних видів



особливостей при вершині в залежності від швидкості руху й напрямків поляризації матеріалів.

Довжина тріщини вважається скінченною (модель Іоффе), рух є усталеним і відбувається під дією зосередженого навантаження, що рухається разом з тріщиною і прикладене до берегів тріщини в ортогональній фронті тріщини площині. Напрямок попередньої поляризації обох матеріалів також перпендикулярний до фронті тріщини. Вихідною системою рівнянь є рівняння руху для п'єзоелектричного середовища, визначальні співвідношення, що зв'язують механічні напруження і електричну індукцію з деформаціями й електричною напруженістю, залежності між деформаціями та переміщеннями і між електричною індукцією та електричним потенціалом.

Швидкість руху є докритичною, тобто такою, що не перевищує мінімальну з двох швидкостей поверхневих хвиль Релея або Гуляєва-Блюстейна. У цьому випадку рівняння руху являють собою систему рівнянь у частинних похідних еліптичного типу, для розв'язку якої можна використовувати підхід узагальнених комплексних потенціалів, запропонований та розвинений в роботах Ліхницького, Ешелбі та Строха. Побудовано матрично-векторні представлення для напружень і електричної індукції, для стрибків переміщень і електричного потенціалу через вектор-функції, голоморфні у всій комплексній площині, за винятком області тріщин. Задовольняючи з використанням цих представлень умови на краях тріщини, сформульовано систему задач лінійного спряження з відповідними умовами на берегах тріщини для якої отримано аналітичні розв'язки, використовуючи які отримано представлення для компонентів електро-напружено-деформівного стану на інтерфейсі.

Показано, що в залежності від кута попередньої поляризації складових матеріалів, існує певне, менше за критичне, значення швидкості руху, при якому має місце перехід від ступеневої особливості в розв'язку (з дійсним, не рівним 0,5 показником) до осцилюючої особливості, більш характерної для міжфазних тріщин. Тобто, для отримання розв'язку на всьому проміжку зростання швидкості необхідно застосовувати дві моделі: модель відкритої тріщини та модель тріщини з зоною контакту біля вершини.

В якості параметрів руйнування були обрані коефіцієнти при особливостях для функцій напружень і електричної індукції і швидкість вивільнення енергії, вирази для яких отримані в замкненій формі. Чисельна реалізація алгоритму була проведена на прикладі біматеріального простору, що складається з двох п'єзоелектричних керамік: PZT-4 і PZT-5. Результати обчислень показують, що при прямуванні значення швидкості руху до величини, при якій відбувається зміна характеру особливості, коефіцієнти при особливостях прямують до нескінченності, натомість значення швидкості вивільнення енергії залишається скінченим і, взагалі, перехід від відкритої моделі тріщини до моделі з зоною контакту не порушує монотонне її зростання до необмежено великих значень при швидкостях наближених до критичної.

## МАТЕМАТИЧНІ ПРОБЛЕМИ ТЕРМОМЕХАНІКИ МАЛОВУГЛЕЦЕВИХ НИЗЬКОЛЕГОВАНИХ СТАЛЕВИХ ТІЛ ПРИ НАГРІВІ ЗА ВРАХУВАННЯ СТРУКТУРНИХ ЗАЛИШКОВИХ ДЕФОРМАЦІЙ

О.Р. Гачкевич, Т.В. Козакевич, Т. Волчаньські

*Інститут прикладних проблем механіки та математики НАН України (м. Львів,  
Україна); Політехніка Опольська, Освітньо-навчальне об'єднання в Глушині  
(Польща)*

Актуальною є розробка математичних моделей термомеханіки, які дозволяють дослідити тепловий та напружений стани у сталевих виробах, зокрема, у пластинчастих елементах конструкцій, у процесі технологічного високотемпературного нагріву з метою отримання раціональних режимів термообробок, а також покращення їх експлуатаційних властивостей за врахування структурних залишкових деформацій.

Зміна структури сталей відбувається при різних операціях термічної обробки і робить свій внесок у зміну властивостей сталей. Як правило, розглядають такі основні фази при теплових впливах (нагріві – охолодженні): аустеніт, мартенсит, бейніт, ферито-перліт. Перехід однієї фази до іншої визначається різницею їхньої вільної енергії, а критичні точки є точками рівності вільних енергій співіснуючих фаз. Саме поліморфні перетворення в залізі визначаються перебудовою решіток об'ємно – центрованої кубічної ґратки при нагріванні в гранецентровані кубічні ґратки, і навпаки при охолодженні.

Через моделювання та визначення просторового неоднорідного фазового складу при охолодженні та зумовлених ним залишкових напружень у сталевих тілах при локальному високотемпературному нагріві, ми можемо проводити їх оптимізацію з метою отримання певних механічних властивостей тіл і рівня залишкових напружень.

Визначення залишкового напруженого стану розглядуваних сталевих пластин проводимо на основі розв'язування відповідної задачі термомеханіки, сформульованої відносно переміщень. Тут вихідною є залишкова деформація, яка зумовлена різним відсотковим вмістом фазових складових (при різних їх густинах), що виникають при структурному перетворенні, викликаному термічною обробкою. Відповідно до принципу адитивності деформація, викликана різним відсотковим змістом наявних

фазових складових (при їх питомих об'ємах)  $\varepsilon_a = \eta_M \xi_M + \eta_B \xi_B + \eta_{FP} \xi_{FP}$ , де  $\xi_M = 0,01 \cdot M$  (відсотковий вміст мартенситу),  $\xi_B = 0,01 \cdot B$  (– бейніту),  $\xi_{FP} = 0,01 \cdot FP$  (– феррито-перліту). Ця деформація відповідає, при врахуванні відомих експериментальних даних [1], зміні питомого об'єму вихідного ферито-перліту  $V_{FP} \equiv 1 / \rho_{FP} = 0,1274 \cdot 10^{-3}$ , м<sup>3</sup>/кг, де  $\rho_{FP}$  – густина ферито-перліту) при аустенізації та наступній зміні питомого об'єму утвореного аустеніту на відсоткові об'ємні частини: мартенситу ( $V_M \equiv 1 / \rho_M$ , де  $\rho_M$  – густина мартенситу), бейніту ( $V_B \equiv 1 / \rho_B = 0,1277 \cdot 10^{-3}$ , м<sup>3</sup>/кг, де  $\rho_B$  – густина бейніту) і ферито-перліту ( $V_{FP} = V_{FP}$  вихідного).

З використанням відомих матеріалознавчих аспектів опису структурних змін при високотемпературному нагріві і наступному монотонному охолодженні сталевих тіл сформульовано варіант комплексної задачі термомеханіки маловуглецевих низьколегованих сталевих тонких пластин при нагріві рухомими розподіленими

джерелами тепла за врахування фазових змін, яка складається з чотирьох відповідних підзадач:

1. *О. Гачкевич, Т. Козакевич, Т. Волчанські, В. Кукарєко*. Вибрані матеріалознавчо-математичні аспекти при визначенні залишкових структурних та напружених станів сталевих пластин при нагріві та охолодженні// Manufacturing processes. Actual Problems – 2021 Vol. 1: Basic science applications in manufacturing processes. Studia i monografie z. 493 (ISBN 978-83-66033-23-8, pod red. nauk.: O. Hachkevych, A. Stanik-Besler, T. Wolczański). Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Opole, 2021. Глава 6. – С. 97-122.

### **ДИНАМІЧНА ВЗАЄМОДІЯ ПРУЖНОЇ ОСНОВИ І ТРИШАРОВОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ ЕЛІПТИЧНОГО ПЕРЕРІЗУ З РЕБРИСТИМ НАПОВНЮВАЧЕМ**

**А.В. Лисенко, Є.А. Сторожук**

*Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України*

Тришарові оболонки знаходять широке застосування в різних галузях сучасної техніки, промислового і цивільного будівництва.

В даній роботі розглядається тришарова циліндрична оболонка еліптичного поперечного перерізу з дискретним поздовжньо-поперечним ребристим наповнювачем, яка взаємодіє з пружною основою Вінклера [1] і знаходиться під дією нестационарного поверхневого навантаження. Розрахункова схема вихідної конструкції представлена на рис. 1.

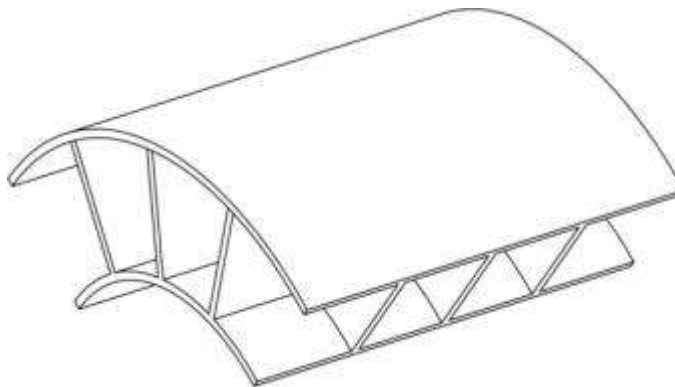


Рис. 1 – Тришарова циліндрична оболонка з ребристим наповнювачем

Віднесемо дану конструкцію до криволінійної ортогональної системи координат  $\alpha_1, \alpha_2, z$ , де координатні лінії  $\alpha_1, \alpha_2$  збігаються з лініями головних кривизн серединних поверхонь оболонок (обшивок), а координатна лінія  $z$  напрямлена по нормалі до цих поверхонь.

Вирази для коефіцієнтів першої квадратичної форми і кривизн координатних поверхонь вихідних оболонок мають такий вигляд:

$$A_1 = 1; A_2 = (a_k^2 \cos^2 \alpha_2 + b_k^2 \sin^2 \alpha_2)^{1/2};$$

$$k_1 = 0; k_2 = a_k b_k (a_k^2 \cos^2 \alpha_2 + b_k^2 \sin^2 \alpha_2)^{-3/2}; k = 1, 2. \quad (1)$$

Тут  $a_k, b_k$  – півосі еліпсів, які характеризують поперечні перерізи відповідних циліндричних оболонок.

Рівняння нестационарних коливань тришарової циліндричної оболонки еліптичного поперечного перерізу з поздовжньо-поперечним ребристим наповнювачем, яка знаходиться на пружній основі, одержимо з варіаційного рівняння принципу Гамільтона – Остроградського [1].

Після стандартних перетворень в варіаційному рівнянні з врахуванням виразів для потенціальної і кінетичної енергій обшивок і ребер згідно теорії типу С.П. Тимошенка [1, 2] отримуємо дві групи рівнянь:

– для внутрішньої ( $k = 1$ ) і зовнішньої ( $k = 2$ ) обшивок

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{11}^k}{\partial s_1} + \frac{\partial S^k}{\partial s_2} &= \rho_k h_k \frac{\partial^2 u_1^k}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial S^k}{\partial s_1} + \frac{\partial T_{22}^k}{\partial s_2} + k_2 T_{23}^k &= \rho_k h_k \frac{\partial^2 u_2^k}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial T_{13}^k}{\partial s_1} + \frac{\partial T_{23}^k}{\partial s_2} - k_2 T_{22}^k - C^k u_3^k + P_3^k(s_1, s_2, t) &= \rho_k h_k \frac{\partial^2 u_3^k}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial M_{11}^k}{\partial s_1} + \frac{\partial H^k}{\partial s_2} - T_{13}^k &= \rho_k \frac{h_k^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi_1^k}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial H^k}{\partial s_1} + \frac{\partial M_{22}^k}{\partial s_2} - T_{23}^k &= \rho_k \frac{h_k^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi_2^k}{\partial t^2}; \quad k = 1, 2; \end{aligned} \quad (2)$$

– для і-го поздовжнього ребра

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{11i}}{\partial s_1} + [S]_i &= \rho_i F_i \frac{\partial^2 u_{1i}}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial T_{12i}}{\partial s_1} + [T_{22}]_i &= \rho_i F_i \frac{\partial^2 u_{2i}}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial T_{13i}}{\partial s_1} + [T_{23}]_i &= \rho_i F_i \frac{\partial^2 u_{3i}}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial M_{11i}}{\partial s_1} - T_{13i} + [H]_i &= \rho_i I_{1i} \frac{\partial^2 \varphi_{1i}}{\partial t^2}; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial M_{12i}}{\partial s_1} + [M_{22}]_i = \rho_i I_{cri} \frac{\partial^2 \varphi_{2i}}{\partial t^2}; \quad i = \overline{1, I};$$

– для j-го поперечного ребра

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{21j}}{\partial s_2} + [T_{11}]_j &= \rho_j F_j \frac{\partial^2 u_{1j}}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial T_{22j}}{\partial s_2} + k_{2j} T_{23j} + [S]_j &= \rho_j F_j \frac{\partial^2 u_{2j}}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial T_{23j}}{\partial s_2} - k_{2j} T_{22j} + [T_{13}]_j &= \rho_j F_j \frac{\partial^2 u_{3j}}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial M_{21j}}{\partial s_2} + [M_{11}]_j &= \rho_j I_{crj} \frac{\partial^2 \varphi_{1j}}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial M_{22j}}{\partial s_2} - T_{23j} + [H]_j &= \rho_j I_{2j} \frac{\partial^2 \varphi_{2j}}{\partial t^2}; \quad j = \overline{1, J}, \end{aligned} \quad (4)$$

де  $C^k$  – коефіцієнт постелі, який характеризує роботу пружної основи на розтяг-стиск.

Числовий алгоритм розв'язання даної задачі базується на використанні інтегро-інтерполяційного методу побудови різницевих співвідношень за просторовими координатами і явної різницевої схеми за часовою координатою.

Як числовий приклад, розглядалася задача динамічної поведінки тришарової циліндричної оболонки еліптичного перерізу з дискретним поздовжньо-поперечним ребристим наповнювачем на пружній основі за дії імпульсного навантаження. Отримані результати дозволяють детально проводити аналіз динамічних процесів у вихідній конструкції на досліджуваному часовому інтервалі.

### Список використаних джерел

1. Головки К.Г., Луговой П.З., Мейш В.Ф. Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках / под ред. акад. НАН Украины А.Н. Гузя. – К.: Изд. – полиграф. центр «Киевский ун-т», 2012. – 541 с.
2. Павлюк А.В. Динаміка тришарової циліндричної оболонки еліптичного перерізу з поздовжньо-поперечним ребристим дискретним наповнювачем // Фізика і хімія твердого тіла. – 2017. – Т.18, № 2. – С. 243 – 248.

## ОСОБЛИВОСТІ РОЗРАХУНКУ ДЕФОРМУВАННЯ ДОВГОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ СУПЕРКОЛОВОГО ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ

Ю.Ю.Абросов, В.А.Максимюк

*Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ*

**Вступ.** Циліндричні оболонки неколового поперечного перерізу широко застосовуються. Наприклад, в будівництві еліптичні порожнисті профілі поєднують в собі переваги круглих і прямокутних профілів [1]. Перспективними є оболонки так званого супереліптичного перерізу [2], який виглядає прямокутником з заокругленими краями.

Розрахунок напружено-деформованого стану (НДС) таких оболонок чисельними сітковими методами ускладнюється через так зване явище мембранного замикання (locking) [3]. Явище проявляється у сповільненій, але стійкій, збіжності класичних чисельних методів внаслідок значних згинів за невеликих розтягів. Щодо оболонок колового перерізу, то в розрахунках за внутрішнього тиску мембранне замикання зазвичай не спостерігається. Проте якщо переріз матиме форму суперкола (supercircle), то мембранне замикання може проявитися.

**Матеріали і методи.** Розглядається тонка довга замкнута циліндрична оболонка, поперечним перерізом якої є суперколо:

$$|x|^n + |y|^n = R^n, \quad n > 2. \quad (1)$$

Зі збільшенням  $n$  в (1) суперколо буде наближатись до квадрата з заокругленими краями, де очікуються великі згини і може виникнути мембранне замикання.

Серединну поверхню оболонки віднесемо [3] до криволінійної системи координат  $(s, z, \gamma)$ , в якій координата  $s$  є довжиною дуги суперкола, що відраховується від точки  $(x=0, y=R)$  за годинниковою стрілкою.

Нехай під дією сталого і рівномірного внутрішнього тиску  $p$  в ізотропній однорідній пружній тонкій оболонці постійної товщини  $h$  виникають малі переміщення в

поперечному перерізі, а вздовж вісі  $Z$  переміщення відсутнє. Тоді компоненти НДС залежатимуть тільки від координати  $S$ .

Чисельний метод побудовано на основі варіаційних принципів з використанням змішаного функціонала, який є сумою енергії деформації оболонки та додаткової умови для реалізації геометричної частини гіпотез Кірхгофа-Лява методом множників Лагранжа. Для знаходження стаціонарних значень функціонала використано варіаційно-різницевий метод [3].

**Результати.** Розраховано НДС оболонки з такими геометричними та механічними параметрами:  $h=0,01$  м;  $R=1$  м;  $n=4$ ;  $E=210$  ГПа;  $\nu=0,3$ ;  $p=10$  кПа. Внаслідок симетрії задачі відносно площин  $X=0$  та  $Y=X$  розглядалась восьма частина області суперкола, тобто  $s \in [0, s_k]$ , де  $s_k=0,8772$  м становить  $1/8$  периметра суперкола, який обчислено алгоритмом [4] чисельної дискретизації кривої. Тим же алгоритмом ця дуга розбивалась на  $K$  вузлових точок з рівномірним кроком. Практичну збіжність з точністю до трьох значущих цифр у максимальних значеннях компонент НДС досягнуто при  $K=5121$ .

В табл.1 для характерних точок суперкола  $\tilde{s} = s/s_k$  наведено угини ( $\tilde{w} = w/h$ ), віднесені до тиску  $p$  безрозмірні напруження на зовнішній ( $\sigma_s^+$ ), внутрішній ( $\sigma_s^-$ ) та в серединній ( $\sigma_s^0$ ) поверхнях оболонки.

Таблиця 1. Переміщення та напруження в характерних точках суперкола

$\tilde{s}$	$\tilde{w}$	$\sigma_s^+$	$\sigma_s^0$	$\sigma_s^-$
0	0,689	5792	100	-5592
0,5	0,289	592	102	-387
1	-0,173	-6614	118	6852

В крайніх наведених характерних точках моменти є великими і мають протилежні знаки. В «діаметральній» точці суперкола ( $\tilde{s} = 0$ ) оболонка згинається подібно пластинці. Тут безрозмірне мембранне напруження в серединній поверхні  $\sigma_s^0(0) = 100$  і збігається з точним значенням  $R/h=100$ . В «діагональній» точці ( $\tilde{s} = 1$ ) оболонка розгинається, а мембранне напруження  $\sigma_s^0(s_k) = 118$  стає дещо більшим, оскільки «діагональ» суперкола більша від «діаметра». В середній точці ( $\tilde{s} = 0,5$ ) момент найменший і на порядок менший від максимального.

Відзначимо, що в наведеній праці [2] вивчаються динамічні явища в супереліптичній оболонці, про можливе явище замикання не згадується, а розрахунок НДС в статиці відсутній. Очевидно, на досліджуваних інтервалах часу явище не «встигає» проявитися.

**Висновки.** Внутрішній тиск в циліндричній оболонці суперколового перерізу викликає значні і різного знаку моменти та згини за невеликих розтягів, що може стати причиною обчислювального явища мембранного замикання. Дана задача може доповнити ряд так званих патологічних тестів.

## Література

1. Chan T.M., Gardner L., Law K.H. Structural design of elliptical hollow sections: a review // Proc. Inst. Civil. Engrs.: Struct. Build. – 2010.– **163**, N 6.– P. 391–402.
2. Akgün G., Kurtaran H. Geometrically nonlinear transient analysis of laminated composite super-elliptic shell structures with generalized differential quadrature method // Int. J. Non-Linear Mech. – 2018. – **105**.–P. 221–241.
3. Abrosov Yu. Yu., Maksimyuk V.A., Chernyshenko I.S. Influence of Cross-Sectional Ellipticity on the Deformation of a Long Cylindrical Shell // Int. Appl. Mech. – 2016. – **52**, N 4. – P. 529–534.
4. Chernyshenko I.S., Maksimyuk V.A. On the stress-strain state of toroidal shells of elliptical cross section formed from nonlinear elastic orthotropic materials // Int. Appl. Mech.–2000. – **36**, N 1. – P. 90–97.

## ОБЕРНЕНІ КОНТАКТНІ ЗАДАЧІ ДЛЯ ПРУЖНОЇ ПІВПЛОЩИНИ

В.І.Кузьменко, А.О.Молчанов

*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара*

Безпосереднє вимірювання нормальних і дотичних контактних напружень пов'язане із значними експериментальними труднощами, тому розглядається альтернативний підхід, що полягає у вимірюванні напружень поза контактною поверхнею з подальшим теоретичним розрахунком контактних напружень. Задача відновлення контактних напружень за результатами вимірювань поза площадкою контакту є прикладом оберненої контактної задачі. У більш загальному вигляді проблема формулюється так: визначити поверхневе навантаження, при якому напруження, що з'являються всередині тіла, мають задані властивості. Ці властивості задаються у вигляді певних обмежень: рівнянь та нерівностей і у загальному випадку така обернена задача не має розв'язків. Тому задачу розв'язують в послабленому формулюванні: визначити поверхневе навантаження  $q^*(x)$ ,  $x \in \Gamma_q$  при якому напруження, що з'являються всередині тіла, мають найменші відхилення від заданих властивостей

$$J(q^*) = \inf_{q \in W} J(q), \quad (1)$$

де  $W$  – множина допустимих значень  $q$ ,  $J$  – функціонал, що виражає відхилення напружень від заданих значень. Задача (1) у більшості випадків є некоректною за Адамаром, оскільки малим змінам напруженості всередині області відповідають скінченні зміни поверхневого навантаження.

Для дослідження некоректної задачі (1) застосовується метод регуляризації Тихонова, у відповідності з яким замість (1) розглядається задача

$$\inf_{q \in W} [J(q) + \alpha \omega(q)] \quad (2)$$

Функціонал  $\omega(q)$  називається стабілізатором й повинен забезпечити коректність задачі (2). Числовий параметр  $\alpha > 0$  називається параметром регуляризації й вибирається для конкретних задач на основі обчислювального експерименту.

Розглянемо задачу, визначення на відрізку  $[-c, c]$  нормального навантаження  $q(x_1)$  із заданим головним вектором  $2Q_0$  таким чином, щоб в області  $\{-c \leq x_1 \leq c, 0 \leq x_2 \leq 2c\}$  виник стан всебічного стиску. У відповідності із цим маємо умову:

$$\int_{-c}^0 q(\xi) d\xi = 2Q_0 \quad (3)$$

Також зусилля  $q(x_1)$  повинні бути стискаючими (могли бути реалізовані накладенням штампю):

$$q(x_1) \geq 0, \quad \forall x_1 \in [-c, c]. \quad (4)$$

Поставлена задача при  $\nu \neq 0.5$  не має розв'язку, бо при такому значенні коефіцієнта Пуассона у випадку плоскої деформації стан всебічного стиску не може досягатися ні в одній точці. Тому практичного сенсу набуває задача визначення навантаження, при якому напружений стан був найбільш близьким до стану всебічного стиску. У якості критерію наближення до стану всебічного стиску використаємо інтенсивність напружень:

$$\sigma_u = 2^{-\frac{1}{2}} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + 6\sigma_{12}^2]^{\frac{1}{2}}, \quad (5)$$

так як  $\sigma_u = 0$  в стані всебічного стиску. Якщо  $q(x_1)$  – розподіл нормальних зусиль на відрізку  $[c, d]$  границі півплощини, то компоненти тензора напружень в точці  $(x_1, x_2)$  визначається співвідношеннями:

$$\begin{aligned} \sigma_{11}(x_1, x_2) &= -\frac{2}{\pi} \int_c^d \frac{x_2^3}{[x_2^2 + (x_1 - \xi)^2]^2} q(\xi) d\xi \\ \sigma_{22}(x_1, x_2) &= -\frac{2}{\pi} \int_c^d \frac{x_2(x_1 - \xi)^2}{[x_2^2 + (x_1 - \xi)^2]^2} q(\xi) d\xi \\ \sigma_{12}(x_1, x_2) &= -\frac{2}{\pi} \int_c^d \frac{x_2^2(x_1 - \xi)}{[x_2^2 + (x_1 - \xi)^2]^2} q(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (6)$$

Тут  $\sigma_{11}, \sigma_{22}$  – напруження вздовж осей  $x_1$  та  $x_2$ ,  $\sigma_{12}$  – зсувне напруження (напруження в напрямі  $x_1$ , зумовлене зсувом в напрямі  $x_2$ ).

У відповідності із зазначеним загальним підходом отримуємо наступну варіаційну задачу: визначити функцію  $q(x_1)$  на відрізку  $[-c, c]$  таким чином, щоб функціонал

$$\int_0^{2c} \int_{-c}^c \sigma_u^2 dx_1 dx_2 + \alpha \int_{-c}^c \{q^2(\xi) + [q'(\xi)]^2\} d\xi \quad (7)$$

набував найменшого значення з виконанням умов (3) й (4).

Для дискретизації задачі відрізок  $[-c, c]$  розбивається на  $2N$  проміжків рівної довжини, область  $\{-c \leq x_1 \leq c, 0 \leq x_2 \leq 2c\}$  розбивається сіткою  $2M \times 2M$



квадратних комірок. Умова (3) виключається за допомогою методу штрафних функцій з використанням штрафних добавок виду

$$\frac{1}{\varepsilon} \left( \sum_{r=1}^{2N} q(x_{1r}) \Delta x_1 - 2Q_0 \right)^2 \quad (8)$$

Обмеження (4) у вигляді нерівностей задовольняються при застосуванні метода локальних варіацій. Отриманий розподіл зусиль  $q(x_1)$  без застосування стабілізатора та отриманий розв'язок регуляризованої задачі показують, що регуляризація позбавляє розв'язок від осциляцій, характерних для нестійких задач.

## АНАЛІТИЧНИЙ ТА ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ МІКРОТРИЩИНИ ВЗДОВЖ ЖОРСТКО ЗАКРІПЛЕНОГО КРАЮ ТОНКОЇ НАКЛАДКИ

О.М. Клецьков<sup>1</sup>, В.В. Лобода<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Дніпровський державний аграрно-економічний університет  
<sup>2</sup>Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

Розглянемо плоску задачу для мікротріщини  $|x| \leq b$ , яка розташована вздовж жорстко закріпленого краю  $y=0$  ізотропного, лінійно пружного, нескінченного шару (тонкої накладки) товщини  $h$ . Тріщина вважається відкритою з рівномірним внутрішнім тиском  $P_0$  на її поверхню.

Застосовуючи до рівнянь Ляме інтегральні перетворення Фур'є отримуємо наступну систему сингулярних інтегральних рівнянь другого роду з ядрами типу Коші

$$\frac{1}{\pi} \int_{-b}^b \frac{f_1(t)}{t-x} dt + \gamma f_2(x) + \int_{-b}^b [M_{11}(x,t) f_1(t) + M_{12}(x,t) f_2(t)] dt = 0 \quad (1)$$

$$-\gamma f_1(x) + \frac{1}{\pi} \int_{-b}^b \frac{f_2(t)}{t-x} dt + \int_{-b}^b [M_{21}(x,t) f_1(t) + M_{22}(x,t) f_2(t)] dt = + \frac{P_0}{\mu \beta} \quad (2)$$

з додатковими умовами

$$\int_{-b}^b f_1(t) dt = 0, \quad \int_{-b}^b f_2(t) dt = 0, \quad (3)$$

де  $f_1(x) = \frac{\partial u(x,0)}{\partial x}$ ,  $f_2(x) = \frac{\partial v(x,0)}{\partial x}$  на  $-b \leq x \leq b$  - невідомі функції,

$\beta = \frac{1+\kappa}{\kappa}$ ,  $\gamma = \frac{\kappa-1}{\kappa+1}$ ,  $\kappa$  - константа Мусхелішвілі.

Розв'язок системи (1)-(3) знайдено за допомогою квадратурної формули Гауса-Чебишева з використанням процедури колокації по вузлах многочлена Чебишева

другого роду. Чисельна ілюстрація одержаного розв'язку проведена для мікротріщини довжиною 2 мкм при товщинах накладки в діапазоні 0,6 мкм до 10 мкм. Крім того вважалось, що  $\nu = 0,3$ ,  $E = 2,6 \cdot 10^{-2} \text{ н / мкм}^2$ ,  $P_0 = 10^{-10} \text{ н/мкм}^2$ . Слід зазначити, що для товщини накладки більшої 5 мкм результати розкриття тріщини фактично не відрізняються від відповідних результатів для півплощини, а для товщини меншої 0,6 мкм розкриття тріщини стають близькими до можливої границі використання лінійної теорії пружності. На основі одержаних результатів проведений аналіз необхідності врахування взаємодії берегів тріщини із-за поверхневого ефекту [1].

Для випадку тонкої накладки скінченної довжини, що контактує з пружною основою скінчених розмірів аналіз проведено за допомогою методу скінчених елементів. Отримані розподіли напружень, розкриття тріщини та швидкості звільнення енергії для різних механічних характеристик складових біматеріалу, їх різних геометричних характеристик і різних навантажень. Для випадку, коли жорсткість основи набагато більша жорсткості накладки, а її довжина набагато більша довжини тріщини проведено порівняння аналітичних і чисельних результатів і отримане їх хороше узгодження. Аналітичним та чисельним методами проаналізовано також зміна форми розкриття тріщини зі зміною довжини накладки та її товщини, а також варіації швидкості звільнення енергії в залежності від зміни товщини накладки. Виявлено суттєвий ріст останнього фактору при зменшенні її товщини.

1. Jianlin Liu, Runni Wu, and Re Xia. Surface effects at the nanoscale based on Gurtin's theory: a review. *J Mech Behav Mater* 2014; 23(5-6): 141–151

## IDENTIFICATION OF MOMENTS OF INERTIA OF A RIGID BODY

N.V. Zhogoleva, V.F. Shcherbak

*Institute of Applied Mathematics and Mechanics NAS of Ukraine, Slavyansk, Ukraine*

**The problem of inertial characteristics identification.** The problem of experimentally determining the inertia tensor of a body of arbitrary shape is a technically complex task. At the same time, these quantities are included in the laws of motion of mechanical objects and in many situations may change during the movement. All this makes relevant methods for determining inertial parameters based on the results of measuring output signals in real time.

This report examines the model problem of determining the main moments of inertia of a rigid body with a fixed point from information about its angular velocity. The solution is carried out using the synthesis of invariant relations in extended phase space. The method of invariant relations was developed in analytical mechanics [1] and consists of obtaining additional equations connecting the components of a mathematical model. Its modification in control theory makes it possible to form finite relations for determining unknowns in inverse control problems [2].

We will consider a model of a free rigid body rotating around its center of mass. It is required to determine the main central moments of inertia  $I_1, I_2, I_3$  based on the results of measuring the angular velocity vector  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ . Let us introduce dimensionless parameters

$$a_1 = \frac{I_2 - I_3}{I_1}, \quad a_2 = \frac{I_3 - I_1}{I_2}, \quad a_3 = \frac{I_1 - I_2}{I_3}.$$

Then Euler's equations, written in the main axes, take the form

$$\dot{\omega}_1 = a_1 \omega_2 \omega_3, \quad \dot{\omega}_2 = a_2 \omega_3 \omega_1, \quad \dot{\omega}_3 = a_3 \omega_1 \omega_2. \quad (1)$$

**Problem.** Find asymptotically accurate estimates of the parameter vector  $a=(a_1, a_2, a_3)$  of system (1) based on the results of measuring the angular velocity vector

Let us supplement system (1) with an auxiliary system of differential equations

$$\dot{A}_i = u_i(A_1, A_2, A_3, \omega_1, \omega_2, \omega_3), \quad i = 1, 2, 3. \quad (2)$$

The analytical form of the right-hand sides (2) will be chosen for the purposes of solving the identification problem, then the values of the functions  $A_1(t), A_2(t), A_3(t)$  will be found as a result of solving the corresponding Cauchy problem.

**Synthesis of invariant relations.** Let us express the deviations  $A_1(t), A_2(t), A_3(t)$  from the values of the unknowns  $a_1, a_2, a_3$  in the form of some functions

$$a_i - A_i = \Phi_i(\omega_1, \omega_2, \omega_3), \quad i = 1, 2, 3. \quad (3)$$

The last equalities cannot be satisfied in the entire variable space  $a, \omega$ . Let's introduce variables for the residual  $\delta_i, i=1,2,3$  and as a result we obtain equalities connecting  $a_1, a_2, a_3$ ,

functions not yet defined  $A_i(t)$ , and  $\delta_i$

$$a_i - A_i = \Phi_i(\omega_1, \omega_2, \omega_3) + \delta_i, \quad i = 1, 2, 3. \quad (4)$$

Differentiating (4), we obtain differential equations for deviations  $\delta_i$

$$\dot{\delta}_i = u_i - \Phi'_{i\omega_1}(A_1 - \Phi_1 - \delta_1)\omega_2\omega_3 - \Phi'_{i\omega_2}(A_2 - \Phi_2 - \delta_2)\omega_1\omega_3 - \Phi'_{i\omega_3}(A_3 - \Phi_3 - \delta_3)\omega_1\omega_2,$$

Let us choose controls  $u_i$  in such a way that the differential equations for deviations become homogeneous and thus allow a trivial solution  $\delta_i(t) \equiv 0, i=1,2,3$ . Let the right sides of (2) be equal

$$u_i = \Phi'_{i\omega_1}(A_1 - \Phi_1)\omega_2\omega_3 + \Phi'_{i\omega_2}(A_2 - \Phi_2)\omega_1\omega_3 + \Phi'_{i\omega_3}(A_3 - \Phi_3)\omega_1\omega_2. \quad (5)$$

Then the equations for residuals  $\delta_i$  take the form

$$\dot{\delta}_i = \Phi'_{i\omega_1}\omega_2\omega_3\delta_1 + \Phi'_{i\omega_2}\omega_1\omega_3\delta_2 + \Phi'_{i\omega_3}\omega_1\omega_2\delta_3, \quad i=1,2,3. \quad (6)$$

**Asymptotic estimation.** When choosing certain functions  $\Phi_i, i=1,2,3$  and initial conditions  $A_1(0), A_2(0), A_3(0)$  in the Cauchy problem for system (2), the two terms on the right-hand sides of relations (4) will be completely defined. This means that in formulas (4), in addition to the unknown unknowns  $a_1, a_2, a_3$ , only the terms  $\delta_i(t), i=1,2,3$  will remain uncertain.

In order for relations (4) to be used to estimate the parameters  $a_1, a_2, a_3$  it is necessary that the trivial solution of the system of differential equations (6) have the property of global asymptotic stability. To do this, we choose free functions  $\Phi_i, i=1,2,3$  in the form

$$\Phi_i(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = -\frac{1}{2}s(a_{i1}\omega_1^2 + a_{i2}\omega_2^2 + a_{i3}\omega_3^2), \quad i=1,2,3, \quad (7)$$

where  $s = \text{sign}(\omega_1\omega_2\omega_3)$ , constant values  $a_{ij}$  are components of a certain matrix  $A = (a_{ij}), i, j = 1, 2, 3$ , in which all roots  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  its characteristic equation have negative real parts. For such functions, the system of differential equations (6) takes the form

$$\dot{\delta}_i = |\omega_1\omega_2\omega_3|(a_{i1}\delta_1 + a_{i2}\delta_2 + a_{i3}\delta_3), \quad i = 1, 2, 3. \quad (8)$$

В итоге получаем, что невязка  $\delta_i(t), i=1,2,3$  в соотношениях (4) с ростом  $t$  асимптотически стремится к нулю.

**Non-linear identifier.** The result is a parameter identifier design consisting of an auxiliary system of differential equations and formulas for the connection between known and unknown quantities. Let's write down its final form. As a matrix  $A$ , we take a diagonal matrix:  $A = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ , where  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  are negative real numbers. Then, the auxiliary system of differential equations (6) takes the form

$$\dot{A}_1 = -s\lambda_1\omega_1 \left( A_1 + \frac{1}{2}s\lambda_i\omega_i^2 \right) \omega_2\omega_3, \quad (1,2,3) \quad (9)$$

By arbitrarily choosing the initial conditions  $A_1(0), A_2(0), A_3(0)$  and solving the corresponding Cauchy problem for system (9), we substitute the resulting solution into the formulas

$$\hat{a}_i(t) = A_i(t) - \frac{1}{2}s\lambda_i\omega_i^2(t), \quad i = 1,2,3. \quad (10)$$

The estimates  $\hat{a}_i(t)$  differ from the desired parameters  $a_i$  by the amount of residual  $\delta_i(t)$ , which, as shown earlier, asymptotically tends to zero as  $t$  increases. Thus, formulas (10) form the asymptotic estimates  $a_1, a_2, a_3$ .

**Acknowledgments.** This work was partially supported by a grant from the Simons Foundation (Award 1160640, Presidential Discretionary-Ukraine Support Grants, N.V. Zhogoleva, V.F. Shcherbak).

1. П.В. Харламов *Об инвариантных соотношениях системы дифференциальных уравнений* // Механика твердого тела. – 1974. – Вып. 6. – С. 15-24.
2. Н.В. Жоголева В.Ф.Щербак *Синтез дополнительных соотношений в обратных задачах управления* // Труды ИПММ НАН Украины. – 2015. – Т. 29. – С. 69-76.

## ПРО ОСОБЛИВОСТІ ДЕФОРМУВАННЯ СФЕРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З ЕЛІПТИЧНИМ ОТВОРОМ

В.А. Максимюк, Є.А. Сторожук, І.С. Чернишенко

*Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України*

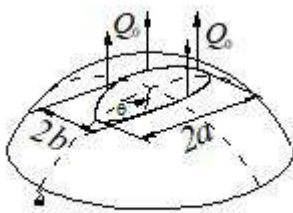


Рис. 1

Розглянемо задачу про концентрацію напружень біля центрального еліптичного отвору в тонкій сферичній оболонці (рис. 1) під дією внутрішнього тиску  $P$  та перерізуючої сили  $Q_k$  на контурі отвору. Контур еліптичного отвору, строго кажучи неплоский, утворено перетином сферичного сегмента радіусом  $R$  з еліптичним циліндром з півосями  $a$  і  $b$ . За спряжену візьмемо півгеодезичну  $(\rho, \theta)$  систему координат з початком у центрі отвору. Неспряжену косокутну систему координат  $(\xi_1, \xi_2)$ , у якій координатні лінії  $\xi_1 = \text{const}$  збігаються з внутрішнім (еліпсом) і зовнішнім (колом) контурами серединної поверхні оболонки, а лінії  $\xi_2 = \text{const}$  є меридіанами сфери, уведемо перетвореннями

$$\rho = s_1 + \xi_1(s_2 - s_1); \quad \theta = \xi_2,$$

де  $s_1 = R \arcsin r_1/R$ ;  $r_1 = ab/\sqrt{a^2 \sin^2 \xi_2 + b^2 \cos^2 \xi_2}$ ;  $s_2 = s_k = \text{const}$ .

Змінна перерізуєча сила обчислювалася за формулою [1]:

$$Q_k = \frac{pr_0}{2} \left( 1 - \frac{5}{4} \varepsilon^2 - 2\varepsilon(1-\varepsilon) \cos 2\gamma \right),$$

де  $r_0 = (a+b)/2$ ;  $\varepsilon = (a-b)/(a+b)$ ;  $b \operatorname{tg} \gamma = a \operatorname{tg} \theta$ .

Аналіз результатів розрахунків [1, 2] дозволяє відзначити ряд особливостей зміни напруженого стану, що викликані збільшенням еліптичності отвору. Так для тонкої оболонки ( $R/h = 400$ ;  $r_0/h = 30$ ;  $s_k/h = 180$ ;  $E = 67$  ГПа;  $\nu = 0,3$ ) встановлено:

- 1) біля вузької ( $\theta = 0^\circ$ ) частини отвору максимальні напруження переміщуються з зовнішньої на внутрішню поверхню оболонки;
- 2) біля широкої ( $\theta = 90^\circ$ ) частини отвору максимальні напруження мають місце на зовнішній поверхні оболонки і зростають;
- 3) на внутрішній поверхні біля широкої частини ( $a/b = 1,5; 2,0$ ) отвору має місце стиск;
- 4) найбільші у всій оболонці напруження переміщуються від широкої ( $a/b = 1,01$ ;  $\theta = 90^\circ$ ) частини до вузької ( $a/b = 2,0$ ;  $\theta = 0^\circ$ ).

Остання особливість має місце навіть за дуже малої еліптичності і виглядає дещо незвично з позицій закономірностей НДС у пластинці й обумовлена, очевидно, саме наявністю змінної перерізуєчої сили. Загалом, зі збільшенням еліптичності процес деформування біля отвору змінюється від усебічного розтягу й згину, характерного для оболонки з круговим отвором, до переважно розтягу біля вузької частини отвору і вигину біля широкої.

#### Література

1. Maksimiyuk V.A., Mulyar V.P. Nonaxisymmetric deformation of open spherical shells with a curvilinear hole // Int. Appl. Mech. – 2008. – 44, N 5. – P. 555–561.
2. Maksimiyuk V.A., Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S. Variational finite-difference methods in linear and nonlinear problems of the deformation of metallic and composite shells (review) // Int. Appl. Mech. – 2012. – 48, N 6. – P. 613 – 687.

## ДИСКРЕТНА РЕАЛІЗАЦІЯ ГІПОТЕЗ КІРХГОФА–ЛЯВА В РОЗРАХУНКАХ НЕПРУЖНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ЕЛІПТИЧНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З КРУГОВИМ ОТВОРОМ

**О.В. Піголь, В.А. Максимюк, Є.А. Сторожук, І.С. Чернишенко**

*Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України*

Розглядається тонка циліндрична оболонка з еліптичним поперечним перерізом і сталою товщиною  $h$ , яка ослаблена круговим отвором радіусу  $r_0$  і віднесена до криволінійної ортогональної системи координат  $(x, \varphi, \gamma)$ , де  $x, \gamma$  – довжини твірної та нормалі до серединної поверхні оболонки,  $\varphi$  – кут між нормаллю до серединної поверхні та вертикальною віссю (рис. 1). Вважаємо, що оболонка виготовлена з

ізотропного однорідного матеріалу та знаходиться під дією поверхневих і крайових сил.

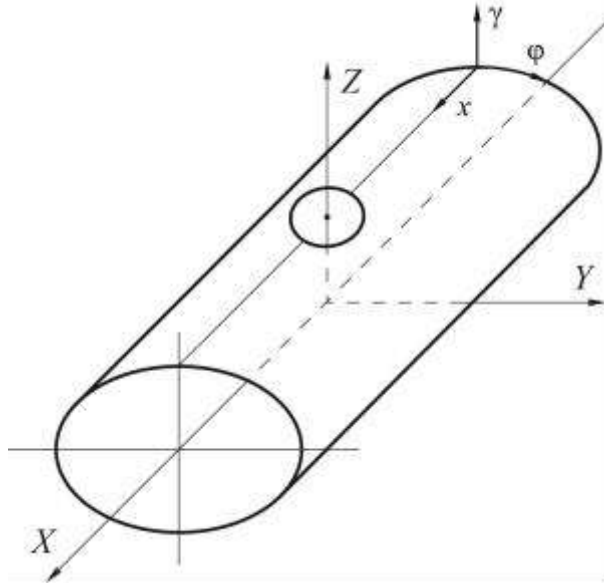


Рис. 1 – Еліптична циліндрична оболонка з круговим отвором

Геометрію серединної поверхні оболонки задамо в глобальній декартовій системі координат  $(X, Y, Z)$ , вісь якої паралельна твірній, а вісь  $OZ$  проходить через центр отвору.

Геометричні співвідношення подамо у векторній формі згідно з теорією непологих оболонок, в якій мають місце гіпотези Кірхгофа–Лява [1]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \bar{e}_1 \cdot \frac{\partial \bar{u}}{A_1 \partial x}; & \varepsilon_{22} &= \bar{e}_2 \cdot \frac{\partial \bar{u}}{A_2 \partial \varphi}; & \varepsilon_{12} &= \bar{e}_2 \cdot \frac{\partial \bar{u}}{A_1 \partial x} + \bar{e}_1 \cdot \frac{\partial \bar{u}}{A_2 \partial \varphi}; \\ \mu_{11} &= \bar{e}_1 \cdot \frac{\partial \bar{\vartheta}}{A_1 \partial x}; & \mu_{22} &= \bar{e}_2 \cdot \frac{\partial \bar{\vartheta}}{A_2 \partial \varphi}; & 2\mu_{12} &= \bar{e}_2 \cdot \frac{\partial \bar{\vartheta}}{A_1 \partial x} + \bar{e}_1 \cdot \frac{\partial \bar{\vartheta}}{A_2 \partial \varphi}, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $\bar{u} = u\bar{e}_1 + v\bar{e}_2 + w\bar{n} = u_1\bar{i}_1 + u_2\bar{i}_2 + u_3\bar{i}_3$  – вектор переміщень точок серединної поверхні оболонки;  $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{n}$  – орти системи координат  $(x, \varphi, \gamma)$ ;  $\bar{i}_1, \bar{i}_2, \bar{i}_3$  – орти глобальної декартової системи координат  $(X, Y, Z)$ ;  $\bar{\vartheta} = \vartheta_x \bar{e}_1 + \vartheta_\varphi \bar{e}_2 = \vartheta_1 \bar{i}_1 + \vartheta_2 \bar{i}_2 + \vartheta_3 \bar{i}_3$  – вектор кутів повороту нормалі, які визначаються згідно з гіпотезами Кірхгофа–Лява за формулами:

$$\vartheta_x = -\bar{n} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{A_1 \partial x}; \quad \vartheta_\varphi = -\bar{n} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{A_2 \partial \varphi}. \quad (2)$$

Приймаючи, що навантаження оболонки просте, скористаємося фізичними співвідношеннями теорії малих пружно-пластичних деформацій [1].

Систему розв'язувальних рівнянь отримаємо з принципу можливих переміщень з використанням методу додаткових напружень і методу скінченних елементів (МСЕ).

На кожній ітерації методу додаткових напружень лінійну задачу розв'язуємо за допомогою варіанта МСЕ, розробленого з урахуванням особливостей деформування тонких оболонок неканонічної форми, ослаблених криволінійними отворами. Запропонована модифікація МСЕ має ряд особливостей.

1. Для компонентів деформації оболонки використовуються співвідношення у векторній формі (1).

2. При побудові скінченного елемента (СЕ) оболонки апроксимується вектор

переміщень  $\vec{u}$ , тобто проєкції цього вектора на осі глобальної декартової системи координат  $(X, Y, Z)$ :

$$u_k = \sum_{i=1}^4 u_k^{(i)} L_i(\xi_1, \xi_2) \quad (k=1, 2, 3), \quad (3)$$

а не його компоненти  $(u, v, w)$  в системі координат  $(x, \varphi, \gamma)$ .

У співвідношеннях (3) позначено:  $i$  – локальний номер вузла СЕ;  $L_i(\xi_1, \xi_2)$  – білінійні функції форми локальних координат  $\xi_1, \xi_2$ .

3. В класичному МСЕ для тонких оболонок кути повороту нормалі визначаються за формулами (2), що вимагає неперервності похідних першого порядку від апроксимуючих функцій для вектора переміщень. У випадку еліптичної циліндричної оболонки з криволінійним отвором зазначені вище умови неперервності задовольнити дуже складно. Тому в даній роботі вектор кутів повороту нормалі  $\vec{\vartheta}$  не обчислюється за формулами (2), а апроксимується біквдратичними поліномами серендипового типу  $K_i(\xi_1, \xi_2)$  з виконанням гіпотез Кірхгофа – Лява тільки у вузлах СЕ [2]:

$$\vartheta_k = \sum_{i=1}^8 \vartheta_k^{(i)} K_i(\xi_1, \xi_2) \quad (k=1, 2, 3). \quad (4)$$

Таким чином, у співвідношеннях розробленого варіанту МСЕ відсутні похідні від апроксимуючих функцій вище першого порядку, що значно спрощує процес дискретизації задач.

Ефективність розробленої методики перевірялася шляхом розв'язання тестової задачі для замкнутої довгої циліндричної оболонки овального поперечного перерізу за дії рівномірного внутрішнього тиску і порівняння отриманих результатів з даними точного розв'язку [3].

### Список використаних джерел

1. Guz A.N., Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S. Nonlinear Two-Dimensional Static Problems for Thin Shells with Reinforced Curvilinear Holes // Int. Appl. Mech. – 2009. – 45, N 12. – P. 1269–1300.
2. Areias P.M.A., Song J.-H., Belytschko T. A finite-strain quadrilateral shell element based on discrete Kirchhoff-Love constraints // Int. J. Numer. Meth. Eng. – 2005. – 64. – P. 1166–1206.
3. Storozhuk E.A., Yatsura, A.V. Exact Solutions of Boundary-Value Problems for Noncircular Cylindrical Shells // Int. Appl. Mech. – 2016. – 52, N 4. – P. 386–397.

## ЗАСТОСУВАННЯ МОДИФІКОВАНОГО МЕТАЕВРИСТИЧНОГО МЕТОДУ ГЕПАРДА ЗНАХОДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ ФОТОЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ

А. Ю. Нуштаєва, А.С. Шевельова

*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара*

Фотоелектрична система — електрична система, яка поглинає сонячну енергію за допомогою окремих сонячних елементів, принцип роботи яких ґрунтується на явищі внутрішнього фотоелефекту в напівпровідниках. Сонячні фотоелектричні системи стають все більш популярними завдяки своїм екологічним, економічним та технічним характеристикам. Коли сонячне світло потрапляє на сонячні елементи, фотони світла поглинаються напівпровідниковим матеріалом, вивільняючи електрони та генеруючи електричний струм. Потім цю електроенергію можна використовувати для різних застосувань, від живлення будинків і підприємств до зарядки електромобілів і забезпечення електроенергією віддалених місць.

Для моделювання, керування та контролю системами фотоелектричної енергії, основним завданням є точне та надійне визначення невідомих параметрів, використовуючи надійний алгоритм оптимізації. Досліджуються однодіодна, дводіодна та фотоелектрична модель модулів. Ці моделі повинні включати параметри, які можуть змінюватися зі змінами середовища, несправностями та старінням. Тому розробка алгоритму оптимізації, здатного точно оцінювати властивості фотоелектричних моделей за допомогою вимірювань струму й напруги фотоелектричної комірки та модуля, є актуальною задачею.

Для розв'язання задачі використано метаевристичний алгоритм – модифікований оптимізатор гепарда [1]. Алгоритм спирається на кілька стратегій полювання, які використовують гепарди. Кожна змінна розв'язку вважається можливим розташуванням групи гепардів. Режими пошуку, сидіти-і-чекати, та режим атаки були математично змодельовані як основні стратегії алгоритму оптимізатору гепарда. Побудова розв'язку складається з кількох етапів, які починаються з визначення розміру популяції та обмежень, після цього створюється початкова популяція, яка представлена як зграя гепардів. Після побудови початкового розв'язку система починає працювати шляхом переміщення гепардів. Процес створення розв'язків триватиме, доки не буде знайдено найкращий можливий або не буде досягнуто умови зупинки. Оптимізатор гепардів є динамічним алгоритмом, тому що він уникає локальних розв'язків завдяки можливості змінювати розташування в ієрархії [2].

Було розроблено програмне забезпечення на мові C# для реалізації алгоритмів модифікованого оптимізатору гепарда. Отримані результати представлено у вигляді порівняльних таблиць. Показано ефективність алгоритму для оптимізації роботи та планування енергосистем, включаючи розміщення розподілених генерацій з відновлюваних джерел, економічне розподіл навантаження живлення.

### Бібліографічні посилання

1. Akbari M.A., Zare M., Azizipanah-abarghooee R., Mirjalili S., Deriche M. The cheetah optimizer: a nature-inspired metaheuristic algorithm for large-scale optimization problems. *Scientific Reports* 12, article number: 10953, 2022. <https://doi.org/10.1038/s41598-022-14338-z>



2. Memon Z.A., Akbari M.A., Zare M. An Improved Cheetah Optimizer for Accurate and Reliable Estimation of Unknown Parameters in Photovoltaic Cell and Module Models. *Applied Sciences* 13(18), 2023, 9997. <https://doi.org/10.3390/app13189997>

**Доповіді секції: Іноваційні технології в машинобудуванні, металургії, геотехнічній механіці, будівництві та освіті (18-19 квітня 2024)**

**ЗМІСТ**

1(93) М.А. Пишний, Н.А. Гук, О.М. Гулеша МОДЕЛЬ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ СИСТЕМИ КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ	99
2(63) В.І. Руженцев, В. Ю. Клим ІДЕНТИФІКАЦІЯ АЛГОРИТМІВ ШИФРУВАННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ	101
3(107) А.П. Дзюба, П.А. Дзюба МАТЕРІАЛИ ТА ТЕХНОЛОГІЯ ПІДГОТОВКИ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ШИРОКОМАСШТАБНИХ ВИПРОБУВАНЬ СТІЙКОСТІ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК З ОТВОРАМИ	103
4(2) П.О.Стеблянко МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРМОПЛАСТИЧНОЇ ПОВЕДІНКИ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ В ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД ФУНКЦІОНАЛЬНОГО СТАНУ СТРУКТУРИ МАТЕРІАЛА	106
5(83) Г. І. Нестеренко, С. І.Бібік, М. І. Музикін АНАЛІЗ РОЗВИТКУ ВАНТАЖНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ НА АВТОМОБІЛЬНОМУ ТРАНСПОРТІ	107
6(79) O.R. Nakhkevich, O.B. Humenchuk, A. Kozyarska, R.F. Terletskyi MODELING AND OPTIMIZATION OF THE THERMOSTRESSED STATE OF SEMITRANSSPARENT SOLIDS WITH CAVITIES SUBJECTED TO THERMAL RADIATION	108
7(69) Yu.M. Kononov MODELING OF ROTATION IN A RESISTIVE MEDIUM OF AN ELASTIC SOLID BODY WITH CAVITIES CONTAINING LIQUID, IN THE FORM OF A SYSTEM OF TWO AND THREE ELASTICALLY COUPLED RIGID BODIES WITH LIQUID	109
8(55) M.O.Babeshko, V.G.Savchenko NUMERICAL ANALYSIS OF THE EFFECT OF LOOSENING OF ISOTROPIC MATERIAL IN AXISYMMETRIC SPATIAL AND SHELL ELEMENTS OF STRUCTURES	109
9(66) A.V. Sokhatskyi TURBULENCE MODELS IN NUMERICAL METHODS FOR DETERMINATION OF AERODYNAMIC CHARACTERISTICS OF VEHICLES	109
10(74) Yu.M. Kononov, O.V. Nesmelova, Ya.I. Svyatenko ON THE STABILITY OF ROTATION ON THE SUSPENSION OF A LAGRANGE GYROSCOPE WITH AN IDEAL FLUID	110

11(84) Ю.С.Тарасенко, Г.Є.Ященко СИСТЕМИ ГЕОТЕХНОЛОГІЇ ЯК ІНСТРУМЕНТАР ТРАНСПОРТНОЇ ТЕХНОСФЕРИ	110
12(56) N.V. Zhogoleva, V.F. Shcherbak IDENTIFICATION OF MOMENTS OF INERTIA OF A RIGID BODY	113
13(61) Y.P.Glukhov MODELING OF DYNAMIC PROCESSES IN A LAYERED BASE WITH INITIAL STRESSES	113
14(62) A.Y.Glukhov , Y.P.Glukhov PROPAGATION OF ELASTIC TORSIONAL WAVES ALONG LAYERS OF AN INCOMPRESSIBLE COMPOSITE MATERIAL WITH INITIAL STRESSES	114
15(39) В.А. Максимюк, Н.В. Максимюк ПРО ОБЧИСЛЕННЯ ТОЧКИ РОСИ В ТАБЛИЦЯХ EXCEL	114
16(73) О.М Давидчик, А.П Коваленко, В.А. Коваленко ДОСЛІДЖЕННЯ ФАКТОРІВ ДОРОЖНІХ УМОВ	116
17(94) Р.О. Харченко, О.М. Гулеша МІКРОПРОЦЕСОРНИЙ ПРИСТРІЙ КОНТРОЛЮ ДОСТУПУ ДО ПРИМІЩЕННЯ НА МІКРОКОНТРОЛЕРІ ARDUINO	117
18(95) О.В. Живодьор, О.М. Гулеша МІКРОПРОЦЕСОРНИЙ ПРИСТРІЙ ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ ТА ВІДОБРАЖЕННЮ ЧАСУ У ПРИМІЩЕННІ	119
19(86) Ю.С.Тарасенко, П.О.Стеблянко, Н.І.Максимчук СТРУКТУРУВАННЯ АСПЕКТІВ ПІЗНАННЯ	120
20(96) М.С. Савельєв, О.М. Гулеша МІКРОПРОЦЕСОРНИЙ ЗЧИТУВАЛЬНИЙ ПРИСТРІЙ TXT ФАЙЛІВ НА БАЗІ ARDUINO NANO	123
21(108) І. А. Сафронова, А. П. Дзюба АЛГОРИТМ ПРИСКОРЕННЯ ЗБІЖНОСТІ ІТЕРАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ЕКСТАПОЛЯЦІЙНИХ ПОЛІНОМІВ	124



## МОДЕЛЬ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ СИСТЕМИ КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ

М.А. Пишний<sup>1</sup>, Н.А. Гук<sup>1</sup>, О.М. Гулєша<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Національний університет імені Олеся Гончара

<sup>2</sup>Дніпровський державний технічний університет

У недавньому минулому, для обробки відповідей на тест студентами виділялася велика кількість часу. Сьогодні в навчальному процесі широко використовуються різні електронні системи навчання і тестування, спектр і кількість яких збільшується з року в рік. Йде автоматизація всієї ручної праці і тести не обходять стороною. Важливим є питання надійності зберігання, конфіденційності відомостей і часу що витрачається на обробку даних, а також важлива гнучкість системи в термінах її відповідності характеристикам і потребам окремих учнів. Для досягнення згаданої гнучкості, як правило, використовується «модель учня», тобто модель інтелектуальної системи контролю знань, яка зберігає інформацію про хід навчального процесу, стан знань і навичок учня. Для вирішення таких завдань розробляється і використовується спеціальне програмне забезпечення.

*Модель інтелектуальної системи контролю знань* умовно можна розділити на дві частини: керуючу систему і об'єкти управління. Керуюча система містить методи вибору з бази даних питання по заданій темі  $T$  із заданим рівнем складності  $K$ , а також метод розрахунку оцінки за виконання тесту  $O_{st}$  з урахуванням похибки тестування  $\xi$  (наприклад, ймовірності вгадування правильної відповіді на завдання). До об'єктів управління слід віднести наступні компоненти:

1) компонента «База даних» включає набори питань і завдань, їх рівні складності і тематичну приналежність, призначених для перевірки знань студента та/або дані для формування завдань. Контрольні завдання можуть також генеруватися автоматично;

2) компонента «База знань» містить методи і/або моделі процесу адаптивного контролю, а також сукупність знань предметної області;

3) компонента «Адаптивний контроль знань» виконує наступні функції: аналіз проходження тесту студентом (перевірка правильності його відповідей і виконуваних дій); управління процесом контролю знань на основі обраного методу; визначення результатів контролю, яке зазвичай зводиться до виставлення оцінки студенту.

4) «модель учня» – це компонента, що відповідає за отримання відповідей студента на поставлені питання.

*Контроль знань* здійснюється наступним чином. У систему управління подаються відомості про первинні параметри вектора  $\vec{v}$  питання однозначно заданого у вигляді  $\langle V, K, T \rangle$ .

«Модель учня» видає результат за виконання запропонованого завдання  $V$  із заданим рівнем складності  $K$  по темі  $T$ . Відомості про правильність виконання завдання  $R_{zad}$  розміщуються в компоненту «Адаптивний контроль знань», яка, у свою чергу, на основі аналізу відповіді студента  $R_{zad}$  і використовуваного алгоритму проведення контролю, враховуючи зовнішні ресурси системи  $R_1$  (наприклад, систему оцінювання знань студента) і внутрішні ресурси студента  $R_2$  (наприклад, час контролю), визначає оцінку за виконання поточного завдання  $O_{zad}$ . «БЗ», отримавши від компоненти «Адаптивний контроль знань» дані про оцінку поточного завдання, повертає на вхід системи вектор  $\vec{v}$  відповідний параметрам наступного питання. Певний параметр  $K$  передається на вхід системи.  $O_{st}$  виставляється компонентою «БЗ», враховуючи цілі контролю знань  $Z$  (наприклад, вхідний контроль, підсумковий контроль) і закладені в

БЗ методи для завершення тесту. Після отримання керуючою системою загальної оцінки за виконання тесту і похибки тестування  $\xi$  обчислюється скоригована оцінка за тест  $O_{st}$ .

*Організація підсистеми оцінювання знань* є однією з найбільш складних задач при синтезі інтелектуальної системи тестування знань учнів в реальному масштабі часу. При оцінюванні знань необхідно врахувати індивідуальні здібності учнів, правильність виконання кожного із завдань, враховуючи кількість припустимих кожним учнем помилок, а також ймовірність вгадування правильної відповіді учнем. З урахуванням введених параметрів, які впливають на результат проходження тесту, динаміка зміни результату виконання тесту при виконанні кожного із завдань може бути описана за допомогою формули:

$$f(N, r_i, z_i, c_i, B) = 1,$$

де  $N$  – кількість тестових завдань, які виконуються учнем;  $r_i$  – коефіцієнт оцінювання завдань різних форм. Безперервна величина, змінюється в діапазоні  $[0, 1]$ ;  $z_i$  – рівень складності  $i$ -го завдання;  $c_i$  – ймовірність вгадування правильної відповіді на  $i$ -е завдання;  $B$  – бальність системи.

При оцінюванні знань застосовуються різні системи оцінювання (5-бальна, 100-бальна, буквена). Для отримання результату в заданій системі оцінювання знань, введемо спеціальний параметр  $B$  – бальність системи. Завдання полягає в тому, щоб вказати відповідні формули для введених вище величин коефіцієнта оцінювання знань при виконанні завдань різних форм  $r_i$  та ймовірності вгадування правильної відповіді  $c_i$ .

*Визначення коефіцієнтів оцінювання завдань різних форм.* Для того, щоб об'єктивно оцінити знання при тестуванні з використанням тестових завдань різних форм пропонується використовувати для кожної з форм завдань свою методику розрахунку оцінки. Пропонується використання безперервної шкали оцінювання на інтервалі  $[0, 1]$ . Визначимо коефіцієнт оцінювання знань для відповідей на тестові завдання різних форм окремо.

*Одноальтернативні тестові завдання.* Для оцінювання одноальтернативного тестового завдання досить застосування відомої дихотомічної шкали оцінювання, в якій 1 відповідає вірній відповіді, 0 – невірній. Отже, в цьому випадку коефіцієнт  $r_i$  приймає одне із значень 0 або 1. Використання вибіркового відповідей пов'язане з можливістю неадекватної оцінки знань учня у разі випадкового введення вірної відповіді.

*Закрите тестове завдання.* Для відповіді на тестові завдання закритого типу розглянемо відповідь на одноальтернативні тестові завдання. Одноальтернативні тестові завдання представляють собою завдання, в яких  $q$  варіантів відповіді, один з яких правильний. Ймовірність вгадування правильної відповіді  $c_i$  в даному випадку визначається за формулою:

$$c_i = 1/q.$$

## ІДЕНТИФІКАЦІЯ АЛГОРИТМІВ ШИФРУВАННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ

В.І. Руженцев<sup>1</sup>, В. Ю. Клим<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Харківський національний університет радіоелектроніки*

<sup>2</sup> *Університет митної справи та фінансів*

За останні роки розвиток інформаційно-комунікаційних технологій суттєво розширив коло проблем в питаннях захисту інформації. Для симетричних криптосистем, як найбільш поширених в практичному застосуванні, оскільки вони історично стали першими алгоритмами шифрування і технічно відносно прості у реалізації, розробка нових та вдосконалення відомих методів криптоаналізу наразі має актуальний запит.

Потужність сучасних обчислювальних систем не тільки визначає високий рівень вимог, яким повинна відповідати криптосистема, але й відкриває нові можливості для їх тестування і перевірки на стійкість [1 – 4].

Таким чином, задачі криптоаналізу набули підвищеної складності і комплексності, для вирішення яких потрібен відповідний потужний інструментарій. Таким сучасним інструментом для криптоаналізу стали технології штучних нейронних мереж, яким притаманна велика варіація архітектур, алгоритмів навчання, параметрів налаштування [2, 5 – 6].

В класичних типах криптоаналітичних атак вихідними умовами задачі криптоаналізу є приналежність шифротекстів повідомлень до одного алгоритму шифрування. Тобто в загальній постановці криптоаналітичної задачі вже закладена обмеженість розпізнавання шифру за допомогою спеціалізованих механізмів в рамках тільки одного алгоритму. Огляд напрямків сучасних досліджень показав, що замало уваги приділено комплексним задачам, коли вихідними умовами є приналежність шифротекстів повідомлень до кількох алгоритмів шифрування. Тобто сценарій дій криптоаналітика для такого випадку, коли комплексну задачу можна розділити на окремі задачі (етапи), практично залишено відкритим питанням [6].

Таким чином, розробка методів відокремлення шифротексту повідомлень, які належать одному алгоритму шифрування, з вихідного набору шифротекстів, опрацьованих різними алгоритмами шифрування, становить актуальність теми роботи.

Об'єкт дослідження – криптоаналіз блокових алгоритмів шифрування.

Предмет дослідження – модель ідентифікації блокових алгоритмів шифрування за допомогою нейронних мереж.

Метою роботи є побудова моделі ідентифікації алгоритмів блокового шифрування за допомогою нейронних мереж для покращення ефективності їх криптоаналізу.

Для досягнення поставленої мети сформульовані наступні завдання для вирішення:

- виконати аналіз огляду найбільш поширених алгоритмів блокового шифрування та особливості використання блочних шифрів в режимах електронної шифрувальної книги;
- провести огляд сучасних методів криптоаналізу, які застосовують до блочних алгоритмів шифрування;
- обґрунтувати вибір нейронної мережі для моделі ідентифікації алгоритмів блокового шифрування;

- надати теоретичний опис та зміст складових моделі ідентифікації алгоритмів блокового шифрування з використанням нейронних мереж;
- скласти коректне формулювання моделі ідентифікації алгоритмів блокового шифрування за допомогою нейронних мереж;
- провести тестування побудованої моделі ідентифікації алгоритмів блокового шифрування за допомогою нейронних мереж та аналіз отриманих результатів.

В роботі розглянуто основні задачі криптоаналізу в загальному вигляді, надані стислі характеристики найбільш поширених блочних симетричних алгоритмів шифрування (AES, MARS, RC6, Serpent, TwoFish), висвітлені особливості використання блочних шифрів в режимах електронної шифрувальної книги ECB, вказані методи криптоаналізу для симетричних криптосистем, розглянуто принцип роботи та основні параметри нейронної мережі Кохонена, надані основні характеристики матриці подібності і її застосування в задачах класифікації. Теоретичні відомості, які складають основу моделі ідентифікації алгоритмів шифрування, містять необхідні визначення криптосистеми, блочного шифру та режиму шифрування, постановку задачі, головні співвідношення для застосування нейронної мережі Кохонена, формулювання моделі ідентифікації алгоритмів блокового шифрування за допомогою нейронних мереж. Виконано попереднє тестування побудованої моделі ідентифікації алгоритмів блокового шифрування за допомогою нейронних мереж на невеликій вибірці даних та проведений аналіз отриманих результатів.

Таким чином, в роботі сформульована математична постановка задачі ідентифікації алгоритмів блокового шифрування для більш загальної постановки криптоаналітичної задачі; запропонована обчислювальна модель ідентифікації алгоритмів блокового шифрування за допомогою нейронних мереж Кохонена вирішує комплексну задачу криптоаналізу на початковому етапі.

Практичне значення отриманих результатів полягає в можливості демонстрації застосування моделі ідентифікації алгоритмів шифрування за допомогою нейронних мереж для тестування криптосистем в більш загальній постановці.

## Література

1. ДСТУ 7624:2014 «Інформаційні технології. Криптографічний захист інформації. Алгоритм симетричного блокового перетворення». [http://online.budstandart.com/ua/catalog/docpage?id\\_doc=65314](http://online.budstandart.com/ua/catalog/docpage?id_doc=65314) (дата звернення: 23.09.2023).
2. Методичні рекомендації до виконання індивідуального завдання з навчальної дисципліни “Безпека програм та даних” для студентів спеціальностей 122 “Комп’ютерні науки”, 121 “Інженерія програмного забезпечення” денної форми навчання / уклад. Євсєєв С.П., Шматко О.В., Іващенко О.В. Харків: НТУ «ХПІ». 2017. 72 с.
3. Коркішко Т., Мельник А., Мельник В. Алгоритми та процесори симетричного блокового шифрування. Львів: Бак, 2003. 168 с. ISBN 966-7065-43-X.
4. Горбенко І. Д., Гулак Г. М. та інші. Аналіз властивостей алгоритмів блокового симетричного шифрування (за результатами міжнародного проекту NESIE) *Радиотехника: Всеукр. межвед. научн.-техн. сб.* Х.: ХНУРЭ, 2005. № 141. С. 7 – 24.
5. Ruzhentsev V., Levchenko R. Fediushyn O. Cryptanalysis of Simple Substitution-Permutation Cipher Using Artificial Neural Network. *IEEE International Conference on Problems of Infocommunications. Science and Technology (PIC S&T)*. Kharkiv, Ukraine. 2020. P. 631-634, doi: 10.1109/PICST51311.2020.9467945.
6. Souza, W. A. R. de, Carvalho, L. A. V and Xexeo, J. A. M., Identification of N Block Ciphers. *IEEE Latin America Transactions*, 2011. Vol. 9. P. 184-191.

## МАТЕРІАЛИ ТА ТЕХНОЛОГІЯ ПІДГОТОВКИ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ШИРОКОМАСШТАБНИХ ВИПРОБУВАНЬ СТІЙКОСТІ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК З ОТВОРАМИ

А. П. Дзюба, П. А. Дзюба

*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара*

Експериментальні дослідження займають важливе місце у вивченні найбільш проблемних аспектів поведінки багатьох елементів конструкцій. Серед таких проблем особливе місце займають дослідження стійкості оболонкових елементів конструкцій з пошкодженнями однорідності різної природи. Складність теоретичного дослідження проблеми обумовлюється тим, що ще задовго до досягнення навантаженням свого критичного значення можливий значний перерозподіл навантажень, викликаний взаємодією двох полів – основного напруженого стану, що поширюється по всій поверхні оболонки, і зони збурення напружень поблизу отвору, що виникає раніше, ніж настає загальна втрата несучої здатності оболонки. А це, в свою чергу, призводить до суттєвої нелінійності задачі у цілому, розв'язок якої пов'язаний зі значними математичними труднощами.

Однією з перших задач, з якою зустрічається експериментатор у своїх дослідженнях, є виготовлення моделей (зразків) для проведення випробувань. Основна проблема при цьому полягає у тому, що моделі повинні бути такими, щоб різниця значень досліджуваного параметра (в даному випадку критичних навантажень) для різних номінально однакових зразків була меншою різниці, пов'язаної зі зміною досліджуваного параметра. Цей аспект експериментального дослідження стійкості висуває, як першочергову, проблему виготовлення номінально однакових високоякісних оболонок.

Слід зазначити, що масове виготовлення таких високоякісних моделей із застосуванням сучасних технологій можливе, але пов'язане з досить високою вартістю навіть для випадку невеликої серії моделей.

Найбільш істотним, практично неконтрольованим фактором, особливо при осьовому стиску виготовлених із листових матеріалів циліндричних оболонок, є початкові геометричні недосконалості форми. Відома досить висока чутливість величини критичної сили втрати стійкості гладкої циліндричної оболонки до таких початкових геометричних недосконалостей форми, умов закріплення, різнотовщинності, нерівномірності навантаження та інших факторів, що мають місце вже при виготовленні, і які, як показують результати досліджень, часто й ініціюють втрату стійкості оболонки.

При цьому величина таких недосконалостей для моделі, виготовленої з листового матеріалу, у значній мірі визначається її відносною товщиною  $\delta/R$ , де  $\delta$ ,  $R$  – товщина стінки і радіус кривини оболонки, відповідно. Зменшення параметра  $\delta/R$  приводить до збільшення впливу початкових геометричних недосконалостей і, як результат, – до різкого падіння критичних напружень та фактичного нівелювання впливу зміни досліджуваного параметра на процес та кількісні параметри втрати стійкості.

Прагнення експериментатора зменшити чи виключити, по можливості, вплив таких початкових геометричних недосконалостей, приводить до необхідності проведення дослідження на моделях з можливо більшим значенням відносної товщини. Очевидно,

що при збільшенні відносної товщини  $\delta/R$  згинальна жорсткість оболонки зростає і, як наслідок, зменшується вплив відносного початкового прогину, як недосконалості геометричної форми, на докритичну поведінку та величину критичного навантаження оболонки. Одночасно з цим зростають критичні напруження і, як наслідок, починає проявлятися інший фактор – поява пластичних деформацій, що зменшує діапазон, а часто і виключає можливість проведення експерименту в пружній області. Початок прояву цього фактора для різних матеріалів визначається відношенням границі текучості до модуля пружності ( $\sigma_T/E$ ), як певного граничного значення відносної товщини, який дає можливість уникнути пластичних деформацій. Чим вище значення цього відношення, тим більшим є діапазон випробовування оболонки в пружній області.

З листових металів найбільше значення цей параметр має для широко застосовуваної в експериментальних дослідженнях тонкої нагартованої нержавіючої сталі марки X18N9n, для якої  $\sigma_T/E \approx 4,0-4,5 \cdot 10^{-3}$ , що дозволяє проводити в пружній області дослідження стійкості циліндричних оболонок при навантаженні їх осью стискаючою силою до максимальних значень  $\delta/R = 6,5 \div 7,0 \cdot 10^{-3}$ .

Для проведення широкомасштабних експериментальних досліджень стійкості циліндричних оболонок ефективним виявилось виготовлення моделей із креслярського паперу марки „В” ДСТ 597-73. Цей матеріал відрізняється досить високою стабільністю і однорідністю механічних характеристик (показників пружності та міцності), а також геометрії листа, хоча і має ортотропію механічних властивостей.

Основні механічні характеристики матеріалу, який використовувався для виготовлення досліджуваних моделей оболонок, визначалися з діаграм „ $\sigma$ - $\epsilon$ ”, побудованих за результатами окремих спеціально проведених експериментальних досліджень, виконаних як на плоских зразках, так і на оболонках за допомогою електромеханічної системи, що дозволяло проводити досить точні вимірювання. Механічні характеристики виявились наступними: модулі пружності  $E_x = 6,9 \text{ ГПа}$ ,  $E_y = 3,45 \text{ ГПа}$ ,  $G_{xy} = 1,92 \text{ ГПа}$ , коефіцієнти Пуассона  $\mu_x = 0,3$ ;  $\mu_y = 0,15$ , межі міцності  $\sigma_{x,b} = 45 \text{ МПа}$ ,  $\sigma_{y,b} = 30 \text{ МПа}$ . Тут, індекси  $x$  і  $y$  відповідають головним напрямкам ортотропії паперу. Товщина аркуша становила  $\delta = 0,00023 \text{ м}$ , а її вимірювання проводилося індикатором годинникового типу із ціною поділки шкали  $10^{-6} \text{ м}$ . Ця величина була практично постійною щонайменше в межах однієї партії паперу. Щільність паперу становила  $200 \text{ г/м}^2$ .

У цілому, як показали експериментальні дослідження механічних властивостей, матеріал зазначеної марки паперу („В” ДСТ 597-73) має відношення умовної межі текучості  $\sigma_T$  до модуля пружності  $E_x$  у поздовжньому напрямку  $\sigma_T/E_x \approx 3,6 \cdot 10^{-3}$ , що дає можливість проводити експериментальні дослідження в пружній області на моделях з порівняно великою відносною товщиною (до  $\delta/R \approx 6 \cdot 10^{-3}$ ), а значить за меншого впливу початкових геометричних недосконалостей.

Таким чином, виявляється, що, незважаючи на низькі, у порівнянні з металами, абсолютні значення пружних характеристик паперу, відношення границі текучості до модуля пружності у вибраного в цій роботі для проведення експериментальних досліджень матеріалу виявляється вищим, ніж у більшості інших матеріалів, включаючи і метали, та майже досягає цих показників для високоміцної (високолегованої нержавіючої) сталі. Це дозволяє мати досить широкі межі проведення експерименту в пружній стадії деформування.

Важливою властивістю паперового аркуша є також його висока технологічність, що обумовлює досить просте виготовлення високоякісних практично ідентичних зразків та підготовки їх до випробувань, а також ефективні методики навантаження та вимірювань, які вдається реалізувати без істотних матеріальних витрат.



Зазначені властивості вибраного матеріалу для виготовлення моделей оболонок дозволяють провести досить широкомасштабні комплексні експериментальні дослідження впливу параметрів пошкоджень на величину критичної сили втрати несучої здатності, які практично неможливо виконати на металевих оболонках.

Серед інших підходів до виготовлення і використання ідентичних моделей для випробувань є використання композитних матеріалів, зокрема, склопластикових циліндричних оболонок, які виготовляються із виконанням вимог масштабного моделювання натуральних конструкцій з двох шарів склотканини ТС 8/3-250, попередньо просоченої сполучником ЕФ-32-301, з укладенням основи склотканини під кутами  $0^\circ$  і  $90^\circ$ , вмістом наповнювача і сполучника відповідно 70% і 30% та отупінню полімеризації 98%. Такі склопластикові моделі оболонок мають надзвичайно корисну здатність до повторних випробувань, що дозволяє одержувати досить достовірну картину всього досліджуваного процесу.

Механічні характеристики та геометричні параметри таких склопластикових оболонок виявились наступними:  $E_x = 29 \text{ ГПа}$ ;  $E_y = 16 \text{ ГПа}$ ;  $G_{xy} = 9 \text{ ГПа}$ ;  $\mu_x = 0,21$ ;  $\mu_y = 0,11$ ;  $R = 0,1 \text{ м}$ ;  $L_p = 0,25 \text{ м}$ ;  $\delta = 0,0005 \text{ м}$ ;  $\delta/R \approx 5 \cdot 10^{-3}$ .

Виготовлені таким чином моделі оболонок мали досить високий рівень межі пружності матеріалу моделей, що при певних умовах, дозволяло проводити багаторазові (повторні) випробування однієї і тієї ж моделі для дослідження впливу змінюваних параметрів, зокрема, при збільшенні розмірів отворів чи їх кількості, зберігаючи при цьому досить високий рівень стабільності величини критичних зусиль втрати стійкості та практично ідентичну картину хвилеутворення без розшарування або руйнування матеріалу оболонки при повторних випробуваннях в пружній області одних і тих же моделей, що і покладено основним принципом методики дослідження.

Можливості такого багаторазового навантаження обґрунтовувалось додатково. Так, багаторазово проведені навантаження оболонок на низькому, а потім на більш високому рівнях навантаження і далі до втрати стійкості та розвантаження, показали, що розкид величини критичного навантаження при 25-кратному повторному навантаженні, п'ять із яких проводилися до втрати стійкості, становив лише 2,5 %, що і вказувало на досить високу вірогідність результатів експерименту.

Ця властивість була закладена в основу методики випробувань, а саме: дослідження впливу зміни розміру і форми (кругового, квадратного) отвору на величини критичної сили втрати стійкості моделей склопластикових оболонок, яка відбувалася в пружній області в процесі багаторазового повторного використання однієї і тієї ж моделі із заздалегідь відомою величиною базового критичного навантаження.

Результати системних експериментальних досліджень стійкості виготовлених із зазначених матеріалів циліндричних оболонок з отворами різної форми, розмірів, кількості і розташування дозволяють стверджувати про ефективність їх використання. Результати випробувань добре погоджуються (там, де можливі такі порівняння) з відомими даними для моделей оболонок, виготовлених з інших матеріалів.

## МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРМОПЛАСТИЧНОЇ ПОВЕДІНКИ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ В ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД ФУНКЦІОНАЛЬНОГО СТАНУ СТРУКТУРИ МАТЕРІАЛА

**П.О.Стеблянюк**

*Інститут механіки імені С.П.Тимошенка НАН України*

Останнім часом в машинобудуванні спостерігається тенденція до використання нових композиційних матеріалів, у тому числі і сплавів, для яких ефект пам'яті форми матеріалу є суттєвим. Наприклад, до таких матеріалів відносяться деякі сплави алюмінію, титану, нікелю, магнію, цинку, міді. Застосування в сучасних високоточних технологіях машинобудування, медицини елементів конструкцій, виготовлених з таких матеріалів, ставить високі вимоги при прогнозуванні їх міцності. Тому побудова узгодженої системи методів розрахунку нестационарного термо-пружно-пластичного напружено-деформованого стану таких елементів конструкцій і є актуальною проблемою [1-6].

Фундаментальна проблема, на вирішення якої спрямовано доповідь, полягає у всебічному дослідженні та гарантуванні міцності елементів машинобудівних конструкцій, що працюють в умовах значних електромагнітних, теплових та силових навантажень. Конкретна фундаментальна задача в рамках загальної проблеми, вирішення якої передбачається в проекті, пов'язана зі створенням узгодженої системи методів підвищеної точності для дослідження термоміцності елементів конструкцій, виготовлених з нових функціонально-неоднорідних композиційних матеріалів на основі урахування електромагнітних, теплових та мікромеханічних ефектів.

Пропонується створити узгоджену систему методів дослідження міцності елементів конструкцій із функціонально-неоднорідних композиційних матеріалів, складові яких можуть проявляти ефект пам'яті форми та бути чутливими до виду термонапруженого стану. Розв'язати питання ефективного застосування існуючих та створення нового методу розрахунку нестационарного напружено-деформованого стану функціонально-неоднорідних шаруватих тіл довільної геометричної форми, виготовлених з композиційних матеріалів (нові варіанти різницевого методу та методу кінцевих елементів). Дослідити взаємозв'язані електромагнітні, теплові, механічні процеси, які істотно впливають на конструкційні параметри і міцність з урахуванням тепловиділення в процесі деформування та з врахуванням можливих при цьому фазових змін. Розв'язати на їх основі практичні задачі. Виявити нові механічні ефекти, обумовлені урахуванням ефектів на мікромеханічному рівні. На основі цього вирішити питання раціонального застосування природних матеріалів українського виробництва.

1.Steblyanko P. A. Computational methods in stationary and non-stationary thermal-plasticity problems / P. A. Steblyanko, Yu. N. Shevchenko // Computational Methods in Stationary and Nonstationary Thermal-Plasticity Problems, ETS-EncyclopediaofThermalStresses: Springer Verlag. –2014. –№ 7. – P. 630–636

2. Petrov A. Development of the method with enhanced accuracy for solving problems from the theory of thermo-pseudoelastic-plasticity / A.Petrov, Yu.Chernyakov, P.Steblyanko, K.Demichev, V.Haydurov// Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. Vol. 4/7 (94). P. 25–33.

3.Steblyanko P. Phenomenological Model of Pseudo-Elastic-Plastic Material Under Nonstationary Combining Loading / P.Steblyanko, Y.Chernyakov, A.Petrov, V.Loboda // Structural Integrity, Vol. 8, Theoretical, Applied and Experimental Mechanics, SpringerVerlag, 2019.- P. 205-208.

4.Steblyanko P. Behaviour Modelling of Pseudo-Elastic-Plastic Material at Non-Stationary Loading / P.Steblyanko, K.Demichev, A.Petrov // *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, 43, No. 1: P. 107–128 (2021), DOI: 10.15407/mfint.43.01.0107.

5.Стеблянюк П., Петров О. Нелінійна модель поведінки псевдо-пружно-пластичних сплавів. Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. Збірник наукових праць ДНУ ім. О.Гончара. – Випуск 36.– Дніпропетровськ, 2023.– С. 127–141. <https://doi.org/10.15421/4223111>

6. Стеблянюк П.О., Дьомічев К.Е., Петров О.Д. Вигин пластини з функціонально-неоднорідного матеріалу при наявності великих деформацій Опір матеріалів і теорія споруд / *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2023. № 110.– С.447-456 DOI: 10.2347/2410-2547.2023.110.447-456 [http://opir.knuba.edu.ua/files/zbirnyk-110/33110\\_steblyanko\\_p.o.domichev\\_k.e.petrov\\_o.d.pdf](http://opir.knuba.edu.ua/files/zbirnyk-110/33110_steblyanko_p.o.domichev_k.e.petrov_o.d.pdf).

## АНАЛІЗ РОЗВИТКУ ВАНТАЖНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ НА АВТОМОБІЛЬНОМУ ТРАНСПОРТІ

Г. І.Нестеренко <sup>1</sup>, С. І.Бібік <sup>2</sup>, М. І.Музикін <sup>3</sup>

<sup>1</sup>*Український державний університет науки і технологій*

<sup>2</sup>*Державний університет інфраструктури та технологій*

<sup>3</sup>*Університет митної справи та фінансів*

Сучасний світ надзвичайно залежить від ефективного і надійного транспортування вантажів. У цьому контексті автомобільний транспорт займає визначне місце, забезпечуючи широкі можливості для вантажних перевезень. Швидкість, гнучкість та доступність роблять його незамінним інструментом для перевезення товарів та матеріалів на різних етапах поставок. Однак разом із зростанням обсягів вантажних перевезень на автомобільному транспорті з'являються й нові виклики і ризики, які потребують належної уваги та управління. Необхідно не лише забезпечити безперебійну та швидку доставку вантажів, але й зменшити ризики, які можуть вплинути на безпеку, надійність та ефективність цих перевезень.

Зростання торгівлі та глобалізація є ключовими тенденціями в сучасному світі, які мають значний вплив на розвиток вантажних автомобільних перевезень. Сприяючи взаємному обміну товарами та послугами між країнами, ці процеси стимулюють попит на перевезення великого обсягу товарів на довгі відстані.

Однією з головних причин зростання торгівлі є зниження тарифних бар'єрів та укладання міжнародних торгових угод. Це дозволяє компаніям легше входити на зовнішні ринки та здійснювати міжнародні операції. Зростання економічної активності в різних регіонах світу сприяє збільшенню обсягів товарообігу та потреби в ефективних транспортних рішеннях. Глобалізація також відіграє важливу роль у розвитку вантажних перевезень. Підприємства шукають нові ринки для збуту своїх товарів і встановлюють ланцюжки постачання на міжнародному рівні. Це призводить до зростання зовнішньої торгівлі та потреби в ефективних та швидких перевезеннях на великі відстані.

Зростання торгівлі та глобалізація є одним з ключових факторів, що сприяють розвитку вантажних автомобільних перевезень. За останні десятиліття світова торгівля

зазнала значного зростання, а глобалізація призвела до зростання міжнародних бізнес-операцій та змін в логістичних ланцюжках.

Однією з головних переваг автомобільних перевезень є їх гнучкість та доступність. Автомобільний транспорт дозволяє доставляти товари безпосередньо від пункту виробництва до пункту призначення, незалежно від наявності залізничних або морських маршрутів. Це особливо актуально для торгівлі між віддаленими регіонами та країнами, де автомобільний транспорт є найбільш ефективним способом доставки товарів.

Зростання міжнародної торгівлі також стимулює розвиток міжнародних дорожніх мереж та інфраструктури. Інвестиції у будівництво та підтримку автомагістралей, мостів та тунелів сприяють поліпшенню доступності та швидкості доставки вантажів. Зростання торгівлі та глобалізація ставлять перед вантажними автомобільними перевезеннями виклики та можливості. З іншого боку, зростання торгівлі та глобалізація відкривають нові можливості для розвитку вантажних автомобільних перевезень. Завдяки розвитку технологій та комунікацій, стає можливим впровадження інноваційних систем вантажних перевезень, таких як автоматизовані системи моніторингу, оптимізації маршрутів та управління парком автомобілів.

## **MODELING AND OPTIMIZATION OF THE THERMOSTRESSED STATE OF SEMITRANSSPARENT SOLIDS WITH CAVITIES SUBJECTED TO THERMAL RADIATION**

**O.R. Hachkevich<sup>1</sup>, O.B. Humenchuk<sup>1</sup>, A. Kozyarska<sup>1</sup>, R.F. Terletskyi<sup>2</sup>**

*<sup>1</sup>Institute of applied problems of mechanics and mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine; <sup>2</sup>Opole Polytechnic (Poland)*

The model of radiative thermomechanics for semitransparent solids with constructive cavities is developed. Various thermal and mechanical properties of a material in the cavity are considered. There are both cooled and non-cooled radiation reflectors around the irradiated solid. Different approaches to determination radiative characteristics of irradiated solid, radiation source and reflector are used, namely, spectral and intergral characteristics are applied. Effect of radiation on thermal and mechanical processes in the solid is taken into account by heat sources due to radiation absorption as well as radiative heat energy redistribution in the solid-reflectors system.

**MODELING OF ROTATION IN A RESISTIVE MEDIUM OF AN ELASTIC SOLID BODY WITH CAVITIES CONTAINING LIQUID, IN THE FORM OF A SYSTEM OF TWO AND THREE ELASTICALLY COUPLED RIGID BODIES WITH LIQUID**

**Yu.M. Kononov**

*Institute of Applied Mathematics and Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Slovyansk, Ukraine*

Based on the known equations of motion of the gyrostat system, P.V. Kharlamov and the function of the state S.L. Soboleva obtained the equation of the perturbed motion of three rigid bodies with an ideal fluid in the form of a countable system of ordinary differential equations. In the case of Lagrangian gyroscopes with arbitrary axisymmetric cavities, a transcendental characteristic equation is obtained. Taking into account the fundamental tone of fluid oscillations, conditions for the asymptotic stability of uniform rotations of two and three Lagrangian gyroscopes with fluid are obtained and analytically studied.

**NUMERICAL ANALYSIS OF THE EFFECT OF LOOSENING OF ISOTROPIC MATERIAL IN AXISYMMETRIC SPATIAL AND SHELL ELEMENTS OF STRUCTURES**

**M.O.Babeshko, V.G.Savchenko**

*The S.P.Timoshenko Institute of Mechanics of the NASU*

A method of solving thermoplasticity problems for spatial bodies and shells of revolution in the processes of non-axisymmetric non-isothermal loading, taking into account the stress mode and plastic loosening of isotropic material, has been developed. The constitutive equations contain two nonlinear dependencies, one of which connects the first invariants of the stress and strain tensors, and the other connects the second invariants of the corresponding deviators. Using the example of a thin shell, it is shown that the consideration of plastic loosening changed the calculation results by 20-40%.

**TURBULENCE MODELS IN NUMERICAL METHODS FOR DETERMINATION OF AERODYNAMIC CHARACTERISTICS OF VEHICLES**

**A. V. Sokhatskyi**

*Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine  
University of Customs and Finance*

Real vehicle movement occurs in a turbulent air environment. Modeling of turbulent movements of air masses is a fundamental problem of both theoretical physics and practical aerodynamics. The absence of a universal theory for describing turbulent flows creates problems with determining aerodynamic loads]. This issue is one of the key points in the

design of high-speed land vehicles, since at high speeds, overcoming air resistance alone can account for up to 90% of total energy consumption. Thus, fundamental research is needed in the aerodynamics of high-speed ground transportation.

We consider methods for modeling turbulent flows. They can be divided into three groups with a certain degree of conventionality: approaches based on the use of the Reynolds Averaged Navier-Stokes equations (Reynolds Averaged Navier-Stokes - RANS); two classical approaches - Direct Numerical Simulation (DNS) and Large Eddy Simulation (LES); hybrid approaches based on the joint use of RANS and LES approaches for different flow regions.

## **ON THE STABILITY OF ROTATION ON THE SUSPENSION OF A LAGRANGE GYROSCOPE WITH AN IDEAL FLUID**

**Yu.M. Kononov, O.V. Nesmelova, Ya.I. Svyatenko**

*Institute of Applied Mathematics and Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Slovyansk, Ukraine*

The problem of the stability of uniform rotations on the suspension of a Lagrangian gyroscope with an ideal fluid in a medium with resistance and in the absence of dissipation is considered. Taking into account the fundamental tone of vibrations of an ideal fluid, the conditions of asymptotic stability were obtained. Analytical studies of the effect of fluid, elasticity of hinges, mass and inertial characteristics of the suspension on stability conditions were carried out. The obtained conditions are compared with stability conditions in the absence of dissipation.

## **СИСТЕМИ ГЕОТЕХНОЛОГІЇ ЯК ІНСТРУМЕНТАР ТРАНСПОРТНОЇ ТЕХНОСФЕРИ**

**Ю.С.Тарасенко, Г.Є.Ященко**

*Університет митної справи та фінансів, Дніпро*

У роботі розглянуто можливість підвищення експлуатаційної надійності переміщення транспортних об'єктів (в умовах апріорної неоднозначності впливу навколишнього середовища на процес отримання, обробки, зберігання та передачі інформації) за задекларованими сегментами блискучих точок у вигляді радіолокаційних портретів (тобто діаграм розподілу ближнього розсіяного поля) з використанням штатних елементів кіберфізичних систем (КФС) [1]. Останні, як правило, включають інженерно-взаємодіючі мережі фізичних та обчислювальних компонентів, тобто через комп'ютерні мережі та вбудовані контролери забезпечується (автономно або за участю людини) управління фізичними процесами за допомогою

реалізації зворотних зв'язків [2, стор. 34]. У міських умовах експлуатації транспортних засобів функціональна автономність та мобільність таких сучасних КФС, з наявністю засобів вимірювання з програмним забезпеченням, дозволяє здійснювати гідний контроль довкілля за допомогою вимірювання (отримання або сприймання), зв'язку (в режимі прийому-передачі), керування (дистанційного), обробки (опрацювання зворотних зв'язків) і запам'ятовування та збереження інформації [3]. При цьому очевидно, що інтегральне використання оптико-радіолокаційної геотехнології (як всепогодної [4,5]) здатне оптимізувати транспортну логістику насамперед за допомогою точкових одиничних відбивних поверхонь, які (кутові та лінзові відбивачі) широко використовуються у радіозв'язку, метеорології й навігації. Так, основна властивість кута (наприклад, тригранного) – здатність направляти промінь після трьох перевідбиттів у зворотному напрямку до падаючого променя за збереження фронту хвилі плоским. Максимум зворотного відбиття збігається з напрямком, що утворюють рівні кути із гранями куточка. У разі відхилення осі кута від напрямку падіння хвилі на  $20^\circ$  зберігається приблизно половина максимального відбиття. Однак, оскільки в тригранному кутовому відбивачі здійснюється відбиття від трьох металевих поверхонь, кожна з яких змінює напрямок обертання поляризації на зворотний, то напрямок обертання у відбитому сигналі змінюється також на зворотний. Отже, радар із круговою поляризацією не виявить цілей, синтезованих із тригранних куточків, але зафіксує сигнали, відбиті двограними кутами. Для створення сильних відбивань кутові відбивачі об'єднують у групи. Лінзові же відбивачі, зокрема лінзи Люнеберга з відбивальним екраном, дозволяють одержати діаграму ЕВП (ефективна відбивна площа) у більш широких межах азимута й кута місця, ніж кожний з поодиноких кутових відбивачів. Звичайну лінзу виготовляють у вигляді суцільної діелектричної кулі, яка складається з шарів матеріалу, показники заломлення яких підібрані таким чином, щоб забезпечити на поверхні сфери, протилежної фронту падаючої хвилі, фокусування зондувального електромагнітного поля. Тоді, поміщаючи металевий відбивальний екран у фокус, можна забезпечити відбиття поля у вигляді, аналогічному падаючому полю, оскільки відбиті промені повторюють шлях падаючих. Як правило, змінюючи розміри відбивального екрана, можна змінювати ширину діаграми ЕВП відбивача. Так, для екрана розміром близько одного квадранта окружності ширина діаграми ЕВП складе приблизно  $\pm 45^\circ$ , і вона буде симетрична у вертикальній та горизонтальній площинах.

В умовах проживання на високоурбанізованих територіях сучасна транспортна техносфера, що переходить у фазу діджиталізації (від англ. «digitalization», де «digital» у перекладі – це «цифровий», та, разом із суфіксом «ization», тобто.- «ізація», означає «цифровізацію») з одного боку, як би спрощує безпосередню реалізацію супутнього групування (мультиплексування) цифрових інформаційних сигналів і підвищує (принаймні, не погіршує) завадостійкість їх транспортування, але, з іншого боку, потребує оптимізації як цифрових, так і інноваційних комунікаційних технологій. Причому в даному аспекті сьогодні можна стверджувати, що характерною особливістю такої сучасної техносфери Землі є поширення геоінформаційного технологічного інструментарію з інтелектуальними елементами транспортної системи. Насамперед, завдяки появі та сучасному розвитку робототехніки (її інформаційним пристроям та системам у вигляді оптико-електронних приймачів випромінювання, компактних телекамер, відеопроцесорів, датчиків відчуття, технічного зору як різновиду інформаційних систем мехатроніки тощо), оптоелектроніки та сучасних активних радіолокаційних станцій (РЛС) повітряного, наземного та космічного базування з надвисокою роздільною здатністю. Такі РЛС забезпечують отримання зображення об'єктів, що локуються, порівняні за детальністю з фотозображеннями. Однак, на

відміну від оптичних систем, радіолокатори з синтезованою апертурою антени (як системи радіобачення) дозволяють отримувати зображення об'єкта та проводити його моніторинг незалежно від метеоумов та природного освітлення на значному видаленні в широкій зоні огляду, причому найчастіше невидимих в оптичному діапазоні довжин хвиль [4,5].

Завдяки такому функціонуванню радіолокаційного моніторингу в сукупності з використанням нових інформаційних технологій (насамперед, геотехнологій) можливе отримання оперативної, детальної та повної інформації про певну ділянку місцевості та об'єкти з генеруванням тривимірною зображення з будь-яким дозволом для сучасної транспортної системи. На жаль, викладене вище є лише необхідною умовою успішної реалізації безпілотного транспорту, особливо електротранспорту, в умовах міської сфери експлуатації, де визначальним вагомим критерієм є дорожньо-транспортний травматизм. До теперішнього часу, завдяки розвитку нанотехнологій, рівню обчислювальної техніки з її програмним сервісом, сучасним комплексним технологіям з управління дорожнім рухом, завдання реалізації роботизованого інтелектуального міського громадського транспорту на базі безпілотних мобільних роботів можна вирішити. Підтвердженням цьому є реальні досягнення в галузі створення елементів (об'єктів, пристроїв, інструментарію тощо) штучного інтелекту як наукового напрямку, в рамках якого ставляться та вирішуються завдання моделювання та реалізації конкретних видів людської діяльності. У даному аспекті – це завдання реалізації безпілотного транспорту (насамперед міського електротранспорту з його стабільною техносферою експлуатації) та створення його надійної системи управління.

1. Тарасенко Ю.С., Клим В.Ю. Кіберфізичні системи ближньої взаємодії об'єктів критичної інфраструктури в умовах діджиталізації. Міжнародна науково-практична конференція «Економіко-правові та соціально-технічні напрями еволюції цифрового суспільства». Секц. «Інформаційні та транспортні технології: вектори розвитку та актуальні проблеми діджиталізації» 02 червня 2022 р., м. Дніпро.
2. Кіберфізичні системи та їх програмне забезпечення / Ван Чунжі, С. П. Яцишин, О. В. Лиса, А.-В. В. Мідик // Вимірювальна техніка та метрологія: міжвідомчий науково-технічний збірник. — Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2018. Том 79. № 1. С. 34–38.
3. Голембо В. А. Підходи до побудови концептуальних моделей кіберфізичних систем [Текст] / В. А. Голембо, О. Ю. Бочкарьов // Матер. Другого наук. семінару “Кіберфізичні системи: досягнення та виклики”, НУ «Львівська політехніка», Львів, 21-22 червня, 2016. – С.68 – 74.
4. Теоретические и физические основы радиолокации и специального мониторинга : учебник / А. Н. Фомин, В. Н. Тяпкин, Д. Д. Дмитриев [и др.] ; под общ. ред. И. Н. Ищука. - Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2016. - 292 с.
5. Тарасенко Ю.С. Фізичні основи радіолокації [Текст]: навч. посіб. Т 19 / Ю.С. Тарасенко. – Д.: «Пороги», 2011. – 487с.



**IDENTIFICATION OF MOMENTS OF INERTIA OF A RIGID BODY****N. V. Zhogoleva, V.F. Shcherbak***Institute of Applied Mathematics and Mechanics NAS of Ukraine, Slavyansk, Ukraine*

The problem of experimentally determining the inertia tensor of a body of arbitrary shape is a technically complex task. At the same time, these quantities are included in the laws of motion of mechanical objects and may change during the movement. The model problem of online determining the main moments of inertia of a rigid body with a fixed point from information about its angular velocity is considered. The solution is carried out using the synthesis of invariant relations in extended phase space and consists of obtaining additional equations connecting the components of a mathematical model.

**MODELING OF DYNAMIC PROCESSES IN A LAYERED BASE WITH INITIAL STRESSES****Y.P. Glukhov***S. P. Timoshenko Institute of Mechanics, National Academy of Sciences of Ukraine*

This work is devoted to the study of the influence of the protective coating, initial stresses, mechanical characteristics of materials, movement parameters of the surface load on the stress-deformed state of the elastic base. The relevance of the research results is related to the possibility of their use in the creation of qualitatively new materials, structures and building structures. A prestressed incompressible half-space with inhomogeneity in the form of a thin surface layer is considered. The concentrated force moves along the free surface of the protective layer at a constant speed at a certain angle to the surface of the half-space. The solution of the problem was obtained using the method of integral Fourier transformations. Analytical results are given in a general form for materials with an arbitrary elastic potential, for cases of unequal and equal roots of characteristic equations, for various conditions of combination of elements of a layered medium and for any speed of movement of the load. The material with the Bartenev-Khazanovich potential was considered for numerical analysis. The calculations were carried out within the framework of the theory of finite initial deformations. The impact of the moving load, initial stresses and mechanical parameters of the elements of the layered base on the main characteristics of its stress-strain state was studied.

## PROPAGATION OF ELASTIC TORSIONAL WAVES ALONG LAYERS OF AN INCOMPRESSIBLE COMPOSITE MATERIAL WITH INITIAL STRESSES

A.Y.Glukhov , Y.P.Glukhov

**S. P. Timoshenko Institute of Mechanics, National Academy of Sciences of Ukraine**

In this work, studies of the propagation of elastic torsional waves in a layered composite incompressible material with initial stresses during sliding of the layers were carried out. The research was carried out within the three-dimensional dynamic linearized theory of elasticity for bodies with initial stresses.

A layered composite material with initial stresses consists of two types of alternating layers. Materials and initial stress-strain states are the same for the considered type of layers. At the interfaces of the layers, only the stresses and displacements normal to the layers are continuous, and all the tangential stresses are zero. The initial stress state is considered as homogeneous.

The study of the regularities of the propagation of elastic torsion waves in layered composite materials with initial stresses is reduced to the construction of solutions to the equation of motion when the boundary conditions on the planes of separation of layers and conditions of Floquet periodicity are satisfied.

The propagation of torsional waves in the radial direction in a layered composite material with initial stresses is considered. Dispersion equations and their long-wave approximations were obtained for symmetric and antisymmetric waves propagating along layers of incompressible composite material. Analytical results are presented in a general form for materials with an elastic potential of arbitrary shape. The analysis of the equations shows that during the propagation of waves there is an interaction between the layers of the composite.

## ПРО ОБЧИСЛЕННЯ ТОЧКИ РОСИ В ТАБЛИЦЯХ EXCEL

В.А. Максимюк, Н.В. Максимюк

*Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України*

Точка роси є важливою характеристикою вологості повітря у будівництві, навігації, життєдіяльності та ін. Хоча поняття точки роси вивчається в школі, але простої явної формули, яка б виражала з належною точністю абсолютну температуру точки роси  $T_d$  через відносну вологість  $U$  та фактичну температуру  $T$ , не існує. Натомість користуються психрометричними таблицями [1]. Онлайн калькулятори дозволяють розраховувати точку роси, але тільки для одного заданого набору параметрів, що затрудняє її використання для широкого масиву даних в таблицях. Крім того в більшості з них закладено спрощені формули.

Основою для розрахунку точки роси є формула, яка визначає парціальний тиск  $E_w$  насиченої водяної пари над плоскою поверхнею води залежно від температури  $T$ . Всесвітня метеорологічна організація (ВМО) рекомендувала (1988) використовувати

так звану психрометричну формулу Гоффа (1957) [2]. Цю дещо громіздку формулу можна подати у вигляді:

$$\lg E_w = a \left( 1 - \frac{T_1}{T} \right) + f(T), \quad (1)$$

де  $E_w$  – тиск в ГПа,  $a = 10,79574$ ;  $T_1 = 273,16$  К ( $t_1 = 0,01^\circ\text{C}$ ) – потрійна точка води, а вигляд функції  $f(T)$  впливає з порівняння з оригіналом [1, 2].

Записуючи двічі формулу (1) для фактичної температури  $T$  і для температури точки роси  $T_d$ , логарифмуючи означенням відносної вологості  $U = e_w/E_w$ , отримаємо трансцендентне рівняння визначення точки роси для заданої фактичної температури  $T$  та відносної вологості  $U$  [3]:

$$\lg U = a \left( 1 - \frac{T_1}{T_d} \right) + f(T_d) - a \left( 1 - \frac{T_1}{T} \right) - f(T). \quad (2)$$

Розв'язати (2) відносно невідомої величини  $x = T_d$  можна чисельно методом простої ітерації

$$x_1 = T, \quad x_{n+1} = a T_1 \left/ a \frac{T_1}{T} - \lg U + f(x_n) - f(T) \right. . \quad (3)$$

Алгоритм (3) реалізовано в електронних таблицях Excel. Для цього розміщуються у клітинках:

A1 – значення фактичної температури  $t = T - 273,15$  за Цельсієм;

B1 – значення відносної вологості  $u = 100U$  в процентах;

C1 – формула =A1+273,15 для обчислення абсолютної температури  $T = t + 273,15$ ;

D1 – формула = IF (D1=0;C1;10,79574\*273,16/  
(10,79574\*273,16/C1-LOG10(B1/100)-5,028\*LOG10(D1/C1)+  
0,000150475\*(10^(8,2969\*(1-C1/273,16))-10^(8,2969\*(1-D1/273,16))))+  
0,00042873\*(10^(4,76955\*(1-273,16/D1))-10^(4,76955\*(1-273,16/C1))))))  
для розрахунку точки роси  $T_d = x$  за алгоритмом (6);

E1 – формула =D1-273,15 для обчислення точки роси  $t_d = T_d - 273,15$  за Цельсієм.

Крім того для зупинки ітераційного процесу за досягнення належної точності були встановлені в Excel такі параметри обчислення (Calculation Options): граничне число ітерацій – 5; відносна похибка – 0,001; опція обчислення – автоматично.

Відмітимо, пізніше ВМО [4, с. І. 4-33] запропонувала простішу емпіричну формулу Магнуса, а також спрощену явну формулу для точки роси, яку використовують більшість онлайн калькуляторів.

#### Література

1. Психометрические таблицы / Сост. Д. П. Беспалов, В. Н. Козлов, Л. Т. Матвеев. – Л: Гидрометеиздат, 1972. – 238 с.
2. Goff J.A. Saturation pressure of water on the new kelvin scale // Amer. Soc. Heat. Vent. Eng. Trans. – 1957. – 63. –Р. 347–354.
3. Максимюк В.А., Максимюк Н. В. Про алгоритм розрахунку точки роси на основі формули Гоффа // Збірник матеріалів Всеукраїнської заочної науково-практичної інтернет-конференції «Прикладна математика та комп'ютерні науки», м. Маріуполь, 28 лютого 2020 року. – Маріуполь: Донецький державний університет управління, 2020. – С. 13 – 16.
4. Руководство по метеорологическим приборам и методам наблюдений – ВМО-№ 8 – Женева, 2014. – 788 с.

## ДОСЛІДЖЕННЯ ФАКТОРІВ ДОРОЖНІХ УМОВ

О.М Давидчик, А.П Коваленко, В.А. Коваленко

*ВСП «Дніпровський фаховий коледж інженерії та педагогіки  
Українського державного університету науки і технологій»*

В роботі виконаний аналіз дорожнього покриття на дорозі Т0441 Кам'янське – Лобойківка НЗ1 – Петреківка – Царичанка НЗ1, яка згідно дорожньо-кліматичного районування України [4], відноситься до центральної дорожньо-кліматичної зони. Довжина маршруту – 54.3 км. Розглянуті сучасні методи оцінки ефективності використання палива Основним вимірником паливної економічності автомобіля в нашій країні і в більшості європейських країн є витрата палива в літрах на 100 км пройденого шляху. Дослідження витрати палива проводили на автомобілі MAN TGX 18.440, який являє собою сидельний магістральний тягач із колісною формулою 4x2. Приведена його технічна характеристика та характеристика діляниці дорожнього покриття Шляхом замірів нерівностей дорожнього покриття було визначено його стан а також за допомогою бортового комп'ютера автомобіля середня витрата палива. Випробування проводяться на рівній горизонтальній ділянці дороги з удосконаленим покриттям. Рух здійснюється на різних передачах, починаючи з максимально можливою швидкістю до мінімально стійкої. Проміжні значення швидкості повинні бути кратні десяти. Паливна характеристика усталеного руху використовується також для дослідження впливу на витрату палива різних факторів. Заміри витрати палива і часу руху виробляються в моменти перетину початку і кінця вимірювальної ділянки. Обсяг і умови проведення випробувань автомобілів на паливну економічність обумовлені в ГОСТ 20306-90 і в технічній документації на автотранспортний засіб (АТЗ) підприємства-виготовлювача. Умовно стан дорожнього покриття визначено за кількістю та глибиною ям, тріщини та пошкоджень на ділянці 10 м<sup>2</sup> для цього використовували стандартний коробок від сірників (розмір - 51x37,5x12,5 мм ДСТУ 1820: 2004 ). Якщо ділянка дороги має яму в яку вертикально стає коробок , або площа вибоїн перевищує 10 м<sup>2</sup>, при цьому приходиться знижувати швидкість руху до 10 –20 км/год. – поганий стан. Коробок стоїть під кутом, або площа вибоїн до 5 м<sup>2</sup>, при цьому приходиться знижувати швидкість руху до 20 –30 км/год – задовільний стан. Ями відсутні є незначні пошкодження дорожнього полотна (невеликі тріщини) швидкість руху практично незмінна (не враховано виконання маневрів)– добрий стан. За результатами дослідження на ділянках доріг був визначений стан, середня швидкість та витрата палива за бортовим комп'ютером. За отриманими даними виконаний математичний аналіз залежності витрат палива від стану дороги та залежності швидкості від стану дороги.

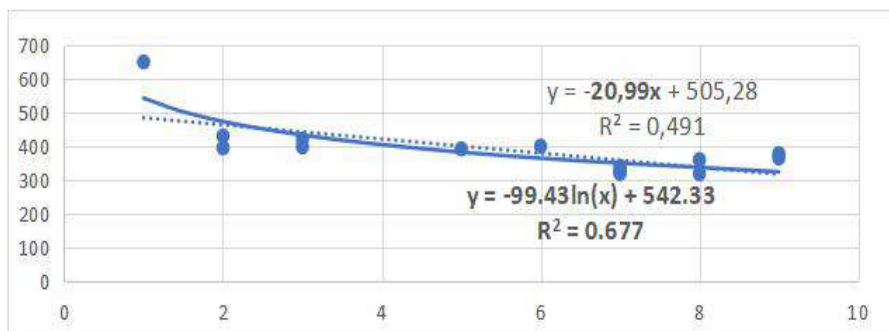


Рис. 1 Залежність витрат палива від стану доріг

Доцільно дослідити залежність витрат палива від стану дороги і швидкості. Отримано ( $x_2$  – стан дороги,  $x_1$  – швидкість,  $Y$  – витрати палива)  
 $R^2=0,70775$  і  $Y=-72,78x_1-2,85 \ln(x_2)+579,15$ .

За допомогою функціональної залежності можна спрогнозувати витрати палива в залежності від стану дороги та швидкості.

#### Список використаних джерел:

1. Говорущенко Н.Я. (2011) Системотехника автомобильного транспорта (расчетные методы исследования). Харьков: ХНАДУ.
2. ГОСТ 20306-90 Автотранспортные средства. Топливная экономичность. Методы испытаний. Motor vehicles. Fuel economy. Test methods». Вилучено з <http://surl.li/qiejy>
3. Вимірювачі і показники паливної економічності. норми витрати палива: веб-сайт. URL: [https://stud.com.ua/162617/tehnika/vimiryuvachi\\_pokazniki\\_palivnoyi\\_ekonomichnosti\\_normi\\_vitrati\\_paliva](https://stud.com.ua/162617/tehnika/vimiryuvachi_pokazniki_palivnoyi_ekonomichnosti_normi_vitrati_paliva)
4. Споруди транспорту; Автомобільні дороги [Текст]. - К. : Мінрегіонбуд України, 2016 . - (Державні будівельні норми України). Ч. 1, 2 : ДБН В.2.3-4:2015. - Проектування (ч. 1). - Будівництво (ч. 2). - На заміну ДБН В.2.3-4:2007; чинні від 2016-04-01. - [Б. м.] : [б.в.], 2016. - 104 с. - Бібліогр.: с. 100.
5. Технічні правила ремонту і утримання вулиць та доріг населених пунктів : Офіційний вісник України. 2021 р., № 12. 16 лютого. Вилучено з <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0365-12#Text>

## МІКРОПРОЦЕСОРНИЙ ПРИСТРІЙ КОНТРОЛЮ ДОСТУПУ ДО ПРИМІЩЕННЯ НА МІКРОКОНТРОЛЕРІ ARDUINO

Р.О. Харченко, О.М. Гулєша

*Дніпровський державний технічний університет*

У доповіді подано процес виготовлення, налагодження діючого макета пристрою контролю доступу до приміщення на мікроконтролерному управлінні. У першій частині роботи було визначено ідею та структуру власного пристрою розробки, було розглянуто актуальність проблеми виготовлення мікропроцесорного пристрою контролю доступу до приміщення на мікроконтролерному управлінні, проведено аналіз

існуючих приладів, варіанти ідентифікації об'єктів і їх початкові конфігурування та досліджувалися принципи роботи і ефективність існуючих пристрою контролю доступу до приміщення. У другій частині роботи було розроблено мікропроцесорний пристрій контролю доступу до приміщення за допомогою Arduino Uno. Проведена інтеграція комплексної системи на основі вибраних компонентів: побудовано архітектуру функціональної схеми пристрою; розроблено базовий прототип схеми на макетній платі; виконано програмну реалізацію проекту; тестування пристрою. Мікропроцесорний пристрій моделює основні функції контролю за різними датчиками та пристроями, що входять до периферії електронної системи. Макет електронного замку дозволяє змодельовувати основні функції та завдання контролю доступу в різні приміщення за допомогою введення кодової комбінації через матричну клавіатуру, або радіочастотної мітки, яка використовується як ключ – карта. Модуль реле та підключений до його контактів електромагніт симулюють відкритий або закритий стан дверей у приміщення. Для зручного підключення різних модулів до мікроконтролера Arduino використовується спеціальна макетна плата, на якій можна розташовувати елементи схеми та з'єднувати їх проводами з мікроконтролером. На основі цієї плати була створена схема, яка зображена на рисунку 1.

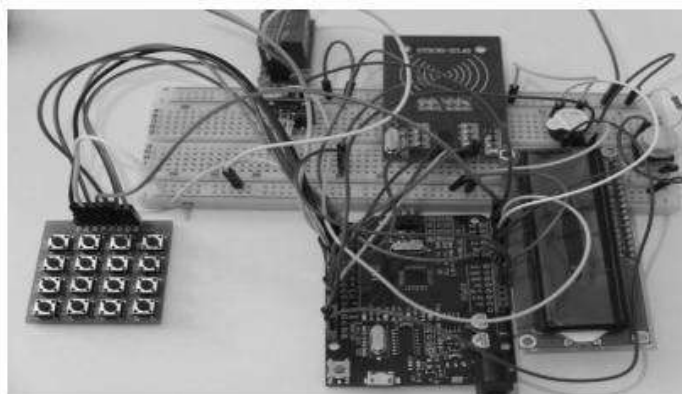


Рис. 1. Повна схема пристрою контролю доступу

Усі елементи на схемі правильно підключені до мікроконтролера відповідно до принципових схем, які були розроблені у спеціалізованих програмах моделювання, таких як Autodesk Circuits та Fritzing. Ці програми дозволяють моделювати схеми, перевіряти їх працездатність та визначати оптимальні способи з'єднання елементів. Під час практичної роботи і розробки моделі електронного пристрою контролю доступу виникли деякі проблеми, а також з'явилися нові ідеї щодо модернізації програмної частини. Серед змін, які були внесені:

1. **Заміна бібліотеки RFID:** Була здійснена заміна робочої бібліотеки RFID з Rfid.h на MFRC522. Нова бібліотека має більший функціонал, що полегшує роботу з RFID-мітками.
2. **Додавання функції squeaker ():** Була додана окрема функція squeaker (), яка дозволяє зручно налаштувати п'єзодинамік і спрощує його використання.
3. **Робота з дисплеєм LCD1602:** Використовуючи додаткові входи SDA і SCL на платі Arduino UNO R3, пристрій може працювати за протоколом I2C з дисплеєм LCD1602. Це дозволяє виводити інформацію на дисплей, використовуючи кирилицю завдяки бібліотеці LCD\_1602\_RUS.h.

## МІКРОПРОЦЕСОРНИЙ ПРИСТРІЙ ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ ТА ВІДОБРАЖЕННЮ ЧАСУ У ПРИМІЩЕННІ

О.В. Живодьор, О.М. Гулєша

*Дніпровський державний технічний університет*

У доповіді подано процес розробки частотоміра на основі мікроконтролера АТТіny2313. Використання мікроконтролерів у цифрових пристроях дозволяє значно зменшити їх габарити, споживану потужність та кількість часу на розробку та виготовлення. Також, при використанні мікроконтролера, збільшується швидкодія та розширюється функціонал цифрового пристрою. Вимірювання частоти сигналу є однією з основних операцій при роботі у дослідницькій лабораторії. Дуже важливо знати з певною точністю частоту, наприклад, опорного кварцового генератора, або радіопередавача. Сучасні мікроконтролери дозволяють з мінімальними затратами часу та матеріалів розробити достатньо точні прилади для вимірювання частоти.

В роботі було розглянуто будову та принцип дії електронних лічильників, а також основні принципи побудови стандартних лічильників та їх функції і основні параметри, що визначають роботу стандартного електронного лічильника. Описано види похибок вимірювання частоти. Розроблено структурну схему (рис. 1) пристрою для вимірювання частоти сигналу. Обґрунтовано вибір типу мікроконтролера для приладу вимірювання частоти. Розроблено алгоритм вимірювання частоти та описано керуюча програму.



Рис. 1. Структурна схема пристрою

Вхідний сигнал проходить через обмежувач амплітуди на широкосмуговий підсилювач. Потім посилений синусоїдний сигнал надходить на тригер Шмітта, з виходу якого вже прямокутний сигнал надходить на вхід тригера типу D. З виходу тригера типу D надходить прямокутний сигнал із коефіцієнтом заповнення 2 і частота вдвічі менша за вхідний сигнал надходить на вхід мікроконтролера, який підраховує кількість імпульсів, що надходять за одиницю часу, і виконує всі необхідні арифметичні перетворення. Мікроконтролер також має тактовий генератор, частота якого визначається кварцовим резонатором. Тактовий генератор формує керуючі імпульси з певними часовими характеристиками і забезпечує правильність вимірюваних показників. Результат вимірювання відображається на семисегментному шестирозрядному світлодіодному індикаторі методом динамічного відображення.

Проведено математичне моделювання роботи частотоміра в стимуляторі Protheus 8. Результати моделювання показують, що підрахунок імпульсів і відображення частоти вхідного сигналу відповідає його реальній частоті (рис. 2). Програму керування також можна оновити, щоб розширити робочий діапазон частот і роздільну здатність лічильника.

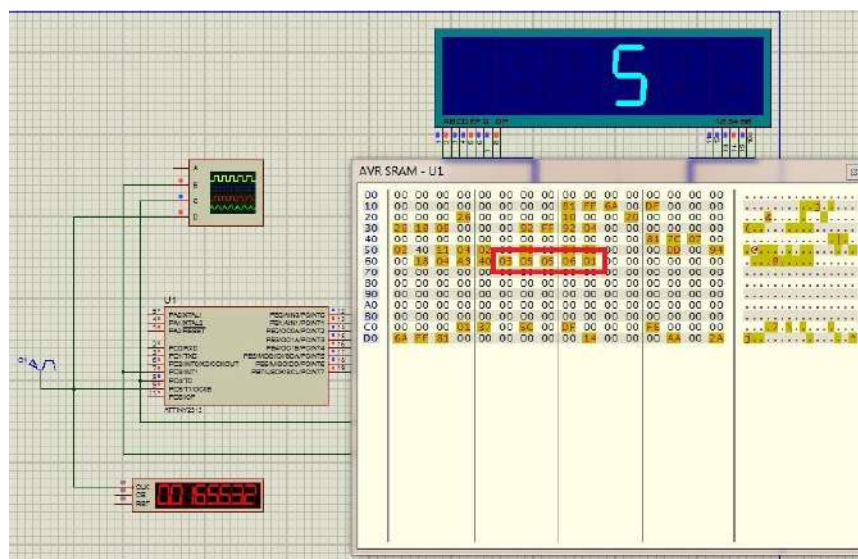


Рис. 2. Результати моделювання розробленого пристрою

## СТРУКТУРУВАННЯ АСПЕКТІВ ПІЗНАННЯ

Ю.С.Тарасенко<sup>1</sup>, П.А.Стеблянко<sup>2</sup>, Н.І.Максимчук<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Університет митної справи та фінансів,

<sup>2</sup>Інститут механіки імені С.П.Тимошенка НАН України

Зазвичай створення педагогом конспекту нового курсу лекцій сприймається ним як майбутня задача екзамену перед студентським соціумом. Причому традиційне озвучування (яке корелює з мотиваційною престижністю отримуваної освіти, рівнем початкової підготовки слухачів, попереднім засвоєнням раніше вичитаних дисциплін і складністю сприйняття студентством через надмірний об'єм, малої кількості часу, що відведено на вивчення, фізично-математичного перенавантаження викладання і т.д.) навіть вступного опису у вигляді узагальнюючої структурно-лінгвістичної схеми (СЛС) за матеріалом учбової дисципліни вимагає серйозної педагогічної майстерності і часу на підготовку відповідної презентації. При цьому, реалізація інформаційно-лінгвістичного складу такої СЛС повинно відповідати нормативним галузевим чи державним вимогам відповідного профілю підготовки, які, у свою чергу повинні корелювати з міжнародними ISO/IEC, наприклад [1,2].

Так, у якості прикладу, на рис.1 наведена пізнавально структурно-лінгвістична схема методології побудови системи захисту та безпеки об'єктів критичної інфраструктури (ОКІ), яка адаптована з [3,4]. Остання, «з позицій стандартів України, які мають аналоги у межах ISO щодо оцінювання супутніх ризиків згідно фізичної та інформаційної безпеки», дозволяє забезпечувати «скоординовані дії з керівництва та управління організацією в області ризику», оцінювання ризику безпеки сукупності об'єктів критичної інфраструктури (СОКІ) та доступу до неї з позицій зниження результативності ризиків. При цьому, із врахуванням вибору критеріїв ризику та «ступеню реалізації запланованих робіт і досягнення запланованих результатів» (тобто результативності [5, п.3.7.11]) розглянути підсистеми: стандартів України [6 - 9] загального оцінювання ризику, які є аналоги у межах ISO; методів загального оцінювання ризику згідно IEC/ISO 31010 2013 (Додаток В) [7]; оцінювання втрат



безпеки згідно ДСТУ ISO/IEC 27000:2019 (конфіденційності, цілісності, доступності, спостережності, автентичності, надійності [10] та стійкості рубежів захисту [2]); фільтрації даних ризиків, згідно ДСТУ ISO/IEC 27001:2013 та підтримки прийняття рішень (ПсППР) доступу до СОКІ [11, Ст.1, п.1, поз.9].

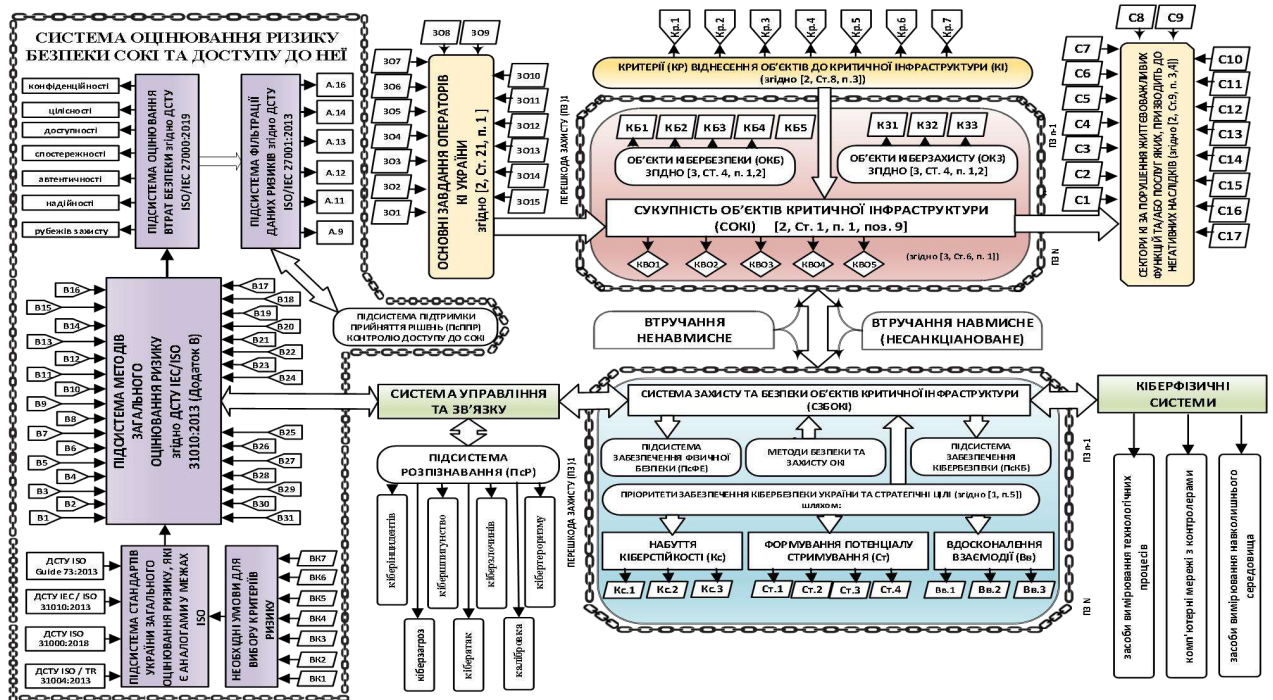


Рис. 1 - Структурно-лінгвістична схема (СЛС) методології побудови Системи захисту та безпеки об'єктів критичної інфраструктури (ОКІ) з позицій зниження результативності ризиків

Варто відмітити, що таке структурне представлення об'єкту пізнання у вигляді ОКІ сприяє не тільки росту значимості і актуальності учбової дисципліни, яка вивчається серед студентства, але і значно мобілізує увагу слухачів на основоположні її пізнавальні аспекти та інформаційну життєдіяльність соціуму.

У подальшому, створена та наведена на рис. 2 СЛС «Безпеки іносфери (інформаційного простору) з акцентом на захист інформаційної життєдіяльності соціуму» дозволяє студенту оцінити увесь необхідний об'єм пізнання за спеціальними дисциплінами, їх повноту побудови і логічність викладення. Більше того, з'являється можливість конструктивного аналізу запозиченого матеріалу при створенні такої СЛС та використовуваних понять, згідно нормативних документів. У першу чергу це стосується таких понятійних тонкощів, як: безпека чи захист при їх різноманітних рівнях забезпечення; технічні, програмні, програмно-технічні чи апаратні засоби; концепція – принципи – політика безпеки, наприклад, інформації до різних елементів її захисту (фрагментарні та/або комплексні підходи і т.д).

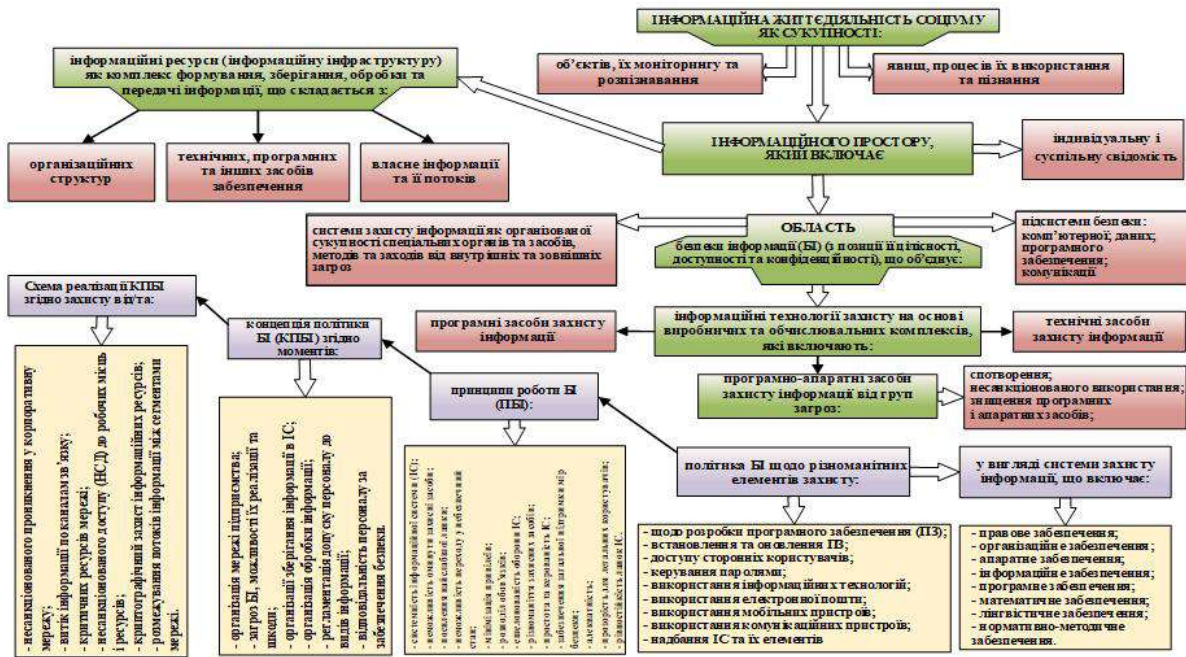


Рис. 2 - СІС безпеки іносфери (інформаційного простору) з акцентом на захист інформаційної життєдіяльності соціуму

Очевидно, що завжди серед студентської аудиторії знайдеться такий допитливо-пізнавальний, який, у залежності від свого рівня вихованості, у тій чи іншій формі, буде вимагати від лектора відповіді на питання «що є першим – курка чи яйце?». Якщо ж цього і не станеться, то викладач повинен сам потривожити «мурашник» і визначити в якому напрямку викладати покладений на нього лекційний матеріал, - з програмно-технічним (якщо такий існує), чи програмно-апаратним акцентом викладання конкретно запропонованої дисципліни.

Таким чином, настільки коротке викладення у вигляді презентацій рис.1 і 2, як представлення вступного лекційного матеріалу, дозволяє забезпечувати, з одної сторони, спадковість з раніше викладеними спеціальними дисциплінами, а з іншої сторони, неперервність пізнавального процесу з обраної спеціальності. Очевидною є і наступна суть викладення матеріалу з позицій методики пізнання предмету вивчення та його значимості на рівні не менше ніж нормативних державних і міжнародних стандартів. Для студентства це все, безсумнівно, підвищує престижність лекцій, їх значимість і, у результаті, сприяє оптимізації по засвоєнню майбутньої спеціальності з позицій її успішної професійної реалізації.

1. ДСТУ ISO/IEC 27000:2019 (ISO/IEC 27000:2018, IDT) Інформаційні технології. Методи захисту. Системи керування інформаційною безпекою. Огляд і словник термінів. Київ ДП «УкрНДНЦ». Наказ від 16.10.2019 № 312.
2. ISO/IEC 27001:2013 Информационные технологии — Методы обеспечения безопасности — Системы менеджмента информационной безопасности — Требования /Information technology — Security techniques — Information security management systems —Requirements/ Вторая редакция. 2013-10-01.
3. Тарасенко Ю.С. Ризик-орієнтовані процеси забезпечення безпеки об'єктів критичної інфраструктури // Ю.С.Тарасенко, Ю.В.Савченко // Системи та технології №1 (65), 2023. с.67-76
4. Yu.S. Tarasenko, V.Iu. Klym. Safety of critical infrastructure objects from the positions of risk effectiveness reduction. // System technologies. Pp. 158-168. Vol. 4 No. 141 (2022).

5. ДСТУ ISO 9000:2015 (ISO 9000:2015, IDT) Системи управління якістю. Основні положення та словник термінів. Київ ДП «УкрНДНЦ», 2016. 51 с.
6. ДСТУ ISO Guide 73:2013. Керування ризиком. Словник термінів (ISO Guide 73:2009, IDT). [Чинний від 2014–07–01]. Вид. офіц. Київ: Мінекономрозвитку України, 2014. 17 с.
7. ДСТУ ІЕС/ISO 31010:2013 Керування ризиком. Методи загального оцінювання ризику (ІЕС/ISO 31010:2009, IDT). [Чинний від 2014–07–01]. Вид. офіц. Київ: Мінекономрозвитку України, 2015. 80 с.
8. ДСТУ ISO 31000:2018 Менеджмент ризиків. Принципи та настанови (ISO 31000:2018 Risk Management – Principles and guidelines on implementation, IDT). [Чинний від 2019–01–01]. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.iso.org/obp/ui/#iso:std:iso:31000:ed-2:v1:en>
9. ДСТУ ISO/TR 31004:2013 Управління ризиками – Керівництво з впровадження ISO 31000 (Risk management – Guidance for the implementation of ISO 31000, IDT). [Чинний від 2019–01–01]. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.iso.org/standard/56610.html?browse=tc6>
10. ДСТУ ISO/ІЕС 27000:2019 (ISO/ІЕС 27000:2018, IDT) Інформаційні технології. Методи захисту. Системи керування інформаційною безпекою. Огляд і словник термінів. Київ ДП «УкрНДНЦ». Наказ від 16.10.2019 № 312.
11. Закон України Про критичну інфраструктуру № 1882 - ІХ від 16.11.2021р. // Голос України. . – № 236 (14.12.2021).

## МІКРОПРОЦЕСОРНИЙ ЗЧИТУВАЛЬНИЙ ПРИСТРІЙ TXT ФАЙЛІВ НА БАЗІ ARDUINO NANO

М.С. Савельєв, О.М. Гулєша

*Дніпровський державний технічний університет*

У доповіді подано процес розробки мікропроцесорного зчитувального пристрою txt файлів на базі Arduino Nano. Запропоновано прототип пристрою, якій призначено для зчитування текстових файлів, які записано на карту пам'яті MicroSd у форматі txt та вивід інформації з цих файлів на OLED дисплей (рис. 1 – 2).

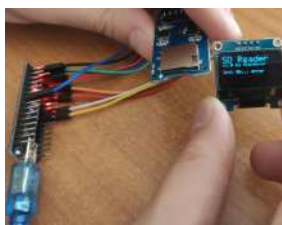


Рис. 1 Робота мікропроцесорного пристрою зчитування txt файлів на базі Arduino Nano, без карти пам'яті



Рис. 2 Зчитування txt файлу мікропроцесорним пристроєм з карти пам'яті

Роботу було поділено на дві частини – перша частина стосується аналітичного огляду електронних книжок, їх типів та принципів роботи. Вивчення принципів роботи різних типів електронних книжок дозволило зрозуміти, як вони функціонують, і який набір команд слід застосувати. Друга частина роботи була присвячена підбору відповідного універсального об'єкта мережевої структури Arduino, тобто інтеграції Arduino, зчитувального пристрою карт пам'яті MicroSd, та OLED дисплею, який виводить текстову інформацію на екран.

Вивчений матеріал дозволив розробити функціональну схему мікропроцесорного зчитувального пристрою txt файлів, яка є основою для розробки проекту. Інструментом, що встановлює зв'язок між головним пристроєм і підлеглими пристроями, виступило ПЗ Arduino IDE для ОС Windows, яке працює на базі мови виского рівня програмування C та C++. Можливості і якісна настройка ПЗ Arduino IDE забезпечило правильну і налагоджену роботу мікропроцесорного зчитувального пристрою txt файлів.

У загальному і цілому, дана система доступна з фінансової точки зору для пересічного громадянина й легко може бути реалізована на практиці. Індекс рентабельності розробленого пристрою  $PI=1,70$ , що більше за одиницю, а це свідчить про доцільність проекту. Практична цінність отриманих у роботі висновків та пропозицій полягає у тому, що впровадження даної розробки, дозволяє зчитувати текстові файлів форматі txt, та виводи інформацію з цих файлів на OLED дисплей.

Даний пристрій можна вдосконалити в майбутньому додавши більший за діагоналлю дисплей, кнопки керування пристроєм, та зчитування більшої кількості форматів текстових файлів.

## АЛГОРИТМ ПРИСКОРЕННЯ ЗБІЖНОСТІ ІТЕРАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ЕКСТАПОЛЯЦІЙНИХ ПОЛІНОМОВ

І. А. Сафронова, А. П. Дзюба

*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара*

Незважаючи на потужні можливості сучасної обчислювальної техніки, проблема зменшення обчислювальних витрат в задачах числового аналізу складних систем залишається однією з важливих проблем. Приймаючи до уваги, що навіть одноразове вирішення багатьох задач, зокрема в механіці деформівного твердого тіла, може потребувати значного обсягу обчислювального часу, коректна реалізація відповідних ітераційних алгоритмів може виявитися досить проблематичною.

Для зменшення кількості кроків (прискорення збіжності) методів послідовних наближень, які характерні для багатьох алгоритмів вирішення відповідних нелінійних задач у різних галузях, зокрема в задачах розрахунку складних механічних систем, в поданій роботі пропонується методика імітаційного прогнозування параметрів ітераційних процесів шляхом використання екстраполяційних поліномів Лагранжа  $n$ -го порядку.

Суть підходу полягає в тому, що при заданих вихідних параметрах окремого кроку послідовних наближень проводиться  $n$  повноцінних розрахунків прямої задачі поточного ітераційного процесу, а параметри  $(n+1)$ -го кроку прогнозуються у вигляді поліномів Лагранжа з використанням даних цих попередніх наближень.

Це дозволяє зберегти один «зайвий» розрахунок на цьому фрагменті ітераційного процесу.

Подальша методологія підходу може мати наступні продовження:

а) Повне повторення дій попереднього кроку з використанням даних отриманого прогнозу та  $(n-1)$  прямих розрахунків поточного ітераційного процесу і подальша екстраполяція параметрів наступної ітерації;

б) Використання даних попереднього прогнозу, виконання  $m$  ( $m < n$ ) прямих розрахунків та залучення  $n-(m+1)$  даних попередньої ітерації для екстраполяції значень наступного кроку.

Це надає можливість на кожному етапі послідовних наближень уникнути  $k \geq 1$  повних (прямих) розрахунків досліджуваної системи.

Крім того, як показали результати системних числових експериментів, прогнозні значення параметрів обчислювального процесу виявляються навіть «кращими» значень відповідного регулярного ітераційного процесу, що, у цілому, в  $1,5 \div 2$  рази дозволяє прискорити ітераційний процес.

Найбільш ефективним у співвідношенні «кількість ітерацій – кількість прямих розрахунків» виявився метод квадратичної апроксимації, як аналог відомого оптимізаційного алгоритму Пауелла. У цьому випадку ( $n=2$ ) використовується поданий вище варіант а) алгоритму.

Методологія апробована шляхом розв'язування широкого кола задач механіки геометрично нелінійних оболонкових елементів конструкцій та оптимізації їх параметрів.

***В другій частині конференції (вересень 2024 р.) також буде проведено  
Симпозіум «Механіка суцільного середовища і міцності конструкцій», присвячений  
105-ій річниці від дня народження академіка  
В.І. Моссаковського***

***МАТЕРІАЛИ ПРИЙМАЮТЬСЯ ДО 10 09 2024***