

Міністерство освіти і науки України  
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара  
Міністерство освіти і науки України  
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

Кваліфікаційна наукова  
праця на правах рукопису

**ЮРКОВ РОМАН СЕРГІЙОВИЧ**

УДК 517.9, 536.4

**ДИСЕРТАЦІЯ**

**МОДЕЛЮВАННЯ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ПОТОКІВ В ТЕПЛОВИХ  
АКУМУЛЯТОРАХ З ФАЗОВИМ ПЕРЕХОДОМ  
«ТВЕРДЕ ТІЛО – РІДИНА»**

11 Математика та статистика  
113 Прикладна математика

Подається на здобуття ступеня доктора філософії. Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів та текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

\_\_\_\_\_ Р. С. Юрков

Науковий керівник:  
**Книш Людмила Іванівна**  
доктор технічних наук, професор

Дніпро - 2024

## АНОТАЦІЯ

**Юрков Р.С.** Моделювання енергетичних потоків в теплових акумуляторах з фазовим переходом “тверде тіло – рідина”. – Кваліфікаційна наукова робота на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика. – Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, Дніпро, 2024.

Дисертаційна робота присвячена дослідженню взаємопов’язаних процесів фазового переходу та конвективного теплообміну в фазоперехідному тепловому акумуляторі “тверде тіло – рідина”, який побудований по типу “труба в трубі”.

*Метою* роботи є розробка та узагальнення методів математичного і комп’ютерного моделювання процесів тепломасопереносу в системах акумулювання теплової енергії з фазовим переходом “тверде тіло – рідина”; пошуку методів підвищення теплової ефективності фазоперехідних теплових акумуляторів; доведення перспектив використання фазоперехідних теплових акумуляторів у складі сонячних термодинамічних станцій; визначенню найбільш енергоефективних геометричних, теплофізичних та гідродинамічних параметрів фазоперехідних теплових акумуляторів типу “труба в трубі”.

Нерівномірне надходження сонячної енергії протягом дня, місяця, року, а також невизначений характер споживання перетвореної енергії робить необхідним включення в склад сонячних термодинамічних станцій теплових акумуляторів, серед яких перспективними вважаються теплові фазоперехідні акумулятори, що спроектовані по типу “труба в трубі”. Теплоакumuлюючий матеріал (ТАМ) знаходиться в трубчатому каналі, в середині якого міститься трубчатий канал з теплоносієм. На режимі зарядки ТАМ знаходиться у твердому стані, а на вхід у канал поступає теплоносій із температурою, яка перевищує температуру плавлення ТАМу. Теплоносій передає своє тепло

конвекцією ТАМу, гріє його та плавить й, тим самим, акумулює це тепло в ТАМі. На режимі розрядки акумульоване тепло передається теплоносію в зворотному порядку. Тепловий акумулятор проектується на рівень температур, який співпадає із температурою плавлення ТАМу, а ця температура повинна відповідати температурному режиму термодинамічних станцій, що забезпечує їх безперебійне функціонування.

Проведений аналіз сучасних методів теплової акумуляції в сонячних термодинамічних станціях дозволив виявити суттєві переваги та перспективи, які має використання фазоперехідних теплових акумуляторів “тверде тіло – рідина” в таких станціях. Тому дослідження процесів енергообміну в фазоперехідних теплових акумуляторах та визначення на основі цих досліджень найбільш раціональних геометричних, динамічних та енергетичних показників таких пристроїв є *актуальною науковою* задачею, яка була розв’язана в ході виконання дисертації.

*Об’єктом* дослідження є взаємопов’язані процеси фазового переходу на конвективного теплообміну, що мають місце в теплових акумуляторах “тверде тіло – рідина” сонячних термодинамічних станцій.

*Предметом* дослідження є моделі, що описують процеси енергообміну в фазоперехідних теплових акумуляторах, методи та алгоритми для розв’язання та аналізу запропонованих моделей.

Під час дослідження були поставлені та розв’язані наступні *наукові задачі*:

- розроблена та верифікована спряжена 3D математична модель енергообміну в фазоперехідному тепловому акумуляторі типу “труба в трубі”, яка складається із нестационарної задачі Стефана для шару ТАМу та квазістационарної нелінійної задачі про конвективний теплообмін в потоці теплоносія;

- обґрунтовано вибір методу уявленої теплоємності для врахування теплоти фазового переходу при моделюванні задачі Стефана;
- розроблено метод врахування вільної конвекції в розплаві ТАМу та визначено вплив вільної конвекції на теплообмін в шарі ТАМу;
- розроблений комп'ютерний алгоритм та створена програма розрахунку для визначення температурних полів в шарі ТАМу та в потоці теплоносія;
- проведений параметричний аналіз та розроблені методи управління потоком теплоносія, що сприяють покращенню теплообміну в шарі ТАМу;
- проведена термодинамічна оптимізація теплового акумулятора типу “труба в трубі” великої довжини.

Основу дослідження складає 3D спряжена математична модель, яка описує процес фазового переходу “тверде тіло – рідина” в шарі ТАМу та конвективний теплообмін теплоносія в одиничному елементі фазоперехідного теплового акумулятора типу “труба в трубі”. Модель складається із нестационарного рівняння енергії для ТАМу, яке відповідає задачі Стефана, та квазістационарного рівняння енергії для теплоносія, яке будувалась на основі класичної системи рівнянь Нав'є-Стокса в рамках припущення тонкого шару. Розглядався як ламінарний, так і турбулентний режим руху теплоносія.

Перехід від класичної задачі Стефана із розривом параметрів на границі фазового переходу до неперервної задачі теплопровідності для багатошарового тіла проводився на основі методу уявленої теплоємності. На границі “ТАМ – теплоносій” ставились умови спряженості – граничні умови четвертого роду або умови ідеального теплового контакту. Через ці умови проводилась стиковка нестационарної задачі про фазовий перехід та квазістационарної задачі про конвективний теплообмін між теплоносієм та ТАМом, що дозволило визначити температуру теплоносія в часі в залежності від розподілу температур у ТАМі.

Розроблена математична модель була розв'язана методом контрольних об'ємів із розщепленням по фізичним процесам та координатам. Температурна залежність теплофізичних властивостей теплоносія визначалась шляхом апроксимації експериментальних даних для класичної термічної олії Syltherm800, а в якості ТАМу для проведення числових експериментів обирався нітрат натрію  $\text{NaNO}_3$ .

На основі створеного числового алгоритму та відповідного власного програмного коду проведені числові експерименти по визначенню типового розподілу температур в ТАМі і теплоносії в радіальному та повздовжньому напрямках. Окремо під час моделювання досліджувалось питання про вплив вільної конвекції, яка розвивається в розплаву ТАМу, на енергетичні показники теплового акумулятора. Врахування впливу вільної конвекції проводилось шляхом введення в умови спряженості відповідного коефіцієнта тепловіддачі, значення якого змінювалось в залежності від товщини шару розплаву.

Виявлено, що при турбулентному режимі течії теплоносія вільна конвекція в розплаві майже не впливає на швидкість руху границі розподілу фаз завдяки високій інтенсивності конвективного переносу в теплоносії. При ламінарному режимі течії теплоносія спостерігається значний вплив вільної конвекції на рух границі розподілу фаз, що пояснюється низькою тепловіддачею між теплоносієм та ТАМом при ламінарному режимі.

Числові експерименти показали, що існує значна нерівномірність розподілу температур в ТАМі, яка особливо відчувається при збільшенні швидкості теплоносія. Це призводить до необхідності збільшення об'єму ТАМу для отримання стабільних температур на виході, що збільшує геометричні розміри теплового акумулятора та знижує його енергетичні показники. У роботі запропоновані методи вирівнювання температурних показників в ТАМі за рахунок варіацій швидкості теплоносія. Знайдено, що гальмування потоку

теплоносія по довжині або у часі в початковій зоні при ламінарному режимі течії призводить до повного вирівнювання температурного розподілу в ТАМі. Доказано, що більш доречним і технічно менш складним є гальмування потоку в часі.

Проведено гідродинамічний аналіз течії теплоносія в каналі теплового акумулятора та знайдено співвідношення між гідродинамічними та теплофізичними параметрами теплоносія. На основі цього співвідношення розроблена методика термодинамічної оптимізації параметрів теплового акумулятора, яка проводилась із використанням принципів нерівноважної термодинаміки та ентропійного аналізу. Отримані значення чисел Рейнольдса для теплоносія, які відповідають максимальним значенням теплової ефективності при мінімальних гідравлічних втратах.

Верифікація результатів комп'ютерного моделювання проводилась в три етапи. На першому етапі числові результати порівнювались із експериментальними даними, отриманими німецькими дослідниками. Знайдено задовільно узгодження між числовими та експериментальними даними, при якому відносне середнє відхилення значень незначно перевищує 4%, що відповідає вимогам інженерної похибки та рівню температур, які характерні для теплового акумулятора.

Другий та третій етап верифікації проводились шляхом порівняння числових та аналітичних результатів для тестових задач. В якості тестової задачі для ТАМу обрано одновимірну задачу Стефана в класичній постановці, яка має аналітичний розв'язок. В якості тестової задачі для теплоносія обрано одновимірну задачу Гретца-Нуссельта про конвективний теплообмін теплоносія, що рухається в круглому каналі при ламінарному режимі та постійній температурі стінки каналу. Порівняння аналітичних та числових розв'язків показало майже повний збіг результатів, що свідчить про

адекватність запропонованого математичного підходу та збіжність розробленого числового алгоритму.

В роботі розв’язані всі поставлені задачі, при чому деякі отримані під час розв’язання висновки та положення мають наукову новизну.

### **Наукова новизна роботи**

**1. Вперше** розроблена 3D математична модель спряженої задачі Стефана, створений відповідний числовий алгоритм та **власний програмний продукт** для визначення особливостей теплообміну в тепловому акумуляторі з фазовим переходом “тверде тіло – рідина” типу “труба в трубі”.

**2. Вперше** розроблено метод врахування вільної конвекції в розплаві теплоакumuлюючого матеріалу для теплового акумулятора типу “труба в трубі”, визначено вплив режиму течії теплоносія на інтенсивність вільної конвекції в розплаві.

**3. Вперше** запропоновані методи вирівнювання розподілу температур у теплоакumuлюючому матеріалі, що базуються на варіаціях швидкості теплоносія в просторі та часі.

**4. Вперше**, базуючись на принципах нерівноважної термодинаміки, проведений ентропійний аналіз та визначені оптимальні значення чисел Рейнольдса, які забезпечують максимальну теплову ефективність фазоперехідного теплового акумулятора при мінімальних гідродинамічних втратах теплоносія.

### **Практичне значення отриманих результатів**

**1.** На основі розробленого числового алгоритму, що базується на методі контрольних об’ємів, був створений власний програмний код, який має узагальнений характер і, в разі незначної корекції, може застосовуватися для фазоперехідних теплових акумуляторів типу “труба в трубі” різного температурного режиму та призначення. Крім того, створений програмний код

має гнучку та прозору структуру, що дозволяє без змін структури підлаштовувати його під будь-який тип ТАМу і теплоносія та будь-які умови функціонування системи.

2. Результати проведеного дослідження можуть бути використані під час проектування та функціонування сучасних сонячних термодинамічних установок різного температурного рівня та призначення, в яких в якості технологічного обладнання використовується фазоперехідний тепловий акумулятор “тверде тіло – рідина”.

3. Теоретичні та практичні положення роботи стали складовою частиною навчальних дисциплін “Моделі і методи прикладної математики”, “Методи ідентифікації параметрів математичних моделей”, які викладаються для здобувачів вищої освіти рівня PhD спеціальності 113 Прикладна математика у Дніпровському національному університеті імені Олеся Гончара.

4. Проведені дослідження та їх результати складають відповідний розділ ініціативної науково-дослідної роботи “Детерміновані та стохастичні алгоритми комп’ютерного моделювання об’єктів та процесів різної природи” (2022-2024, науковий керівник проф. Книш Л.І., державний реєстраційний номер 0122U001467), яка проводиться на кафедрі комп’ютерних технологій факультету прикладної математики ДНУ.

**Ключові слова:** перетворення енергія Сонця, тепловий акумулятор, теплоакumuлюючий матеріал, фазовий перехід “тверде тіло – рідина”, теплоносії, конвективний теплообмін, спряжена математична модель, нестационарний режим, числові методи, комп’ютерний алгоритм, задача Стефана, числове моделювання, аналітичний розв’язок, верифікація результатів.



## ABSTRACT

*Yurkov R.S.* Modeling of energy flows in thermal energy storage systems with “solid - liquid” phase transition. – Qualifying scientific work on manuscript rights.

PhD thesis for the scientific degree of Philosophy Doctor in a specialty 113 Applied Mathematics. – Oles Honchar Dnipro National University, Dnipro, 2024.

The dissertation is devoted to research of interconnected processes of phase change and convective heat transfer in latent heat thermal energy storage module “solid – liquid”, which has double-tube design.

*The purpose* of the study is development and generalization of methods of mathematical and computer modeling for heat and mass transfer processes in latent heat thermal energy storage systems with phase change “solid – liquid”; search of methods for increase of thermal efficiency of latent heat thermal energy storage modules; proof of prospects using of latent heat thermal energy storage models as part of solar thermodynamic plants; determination of most energy efficient geometric, thermophysical and hydrodynamic parameters of the latent heat thermal energy modules double-tube design.

Uneven supply of solar energy during of day, month, year and also uncertain consumption of the converted energy requires applying of the heat thermal energy storage systems as part of solar thermodynamic plants. The latent heat thermal energy storage systems double-tube design have the significant advantages among other heat storage systems.

The phase change material (PCM) is located in tubular channel. The tubular channel with heat transfer fluid is located inside of PCM.

The PCM is in solid state during the charging. The heat transfer fluid is supplied on channel entrance. The heat transfer fluid temperature exceeds of the PCM melting temperature. The heat transfer fluid transfers own heat to PCM by convection, heats and melts PCM and thereby this heat is stored in the PCM. The

stored heat is conducted to the heat transfer fluid during discharging in reverse order. The latent heat thermal energy storage module is designing on the temperature level, which is corresponded to the PCM melting temperature and the PCM melting temperature is corresponded to the temperature regime of thermodynamic plants. It ensures uninterrupted operation these plants. The conducted analysis of the modern methods of heat storage in solar thermodynamic plants allows to determine significant advantages, which the latent heat thermal energy storage systems “solid – liquid” has in these plants.

Therefore, researches of energy transfer processes in latent heat thermal energy storage systems and determination based on these researches of the most rational geometry, dynamic and energy parameters these systems are *an actual scientific problem*, which was solved in this dissertation.

*Object of study* is interconnected processes of phase change and convective heat transfer in latent heat thermal energy storage system of solar thermodynamic plants.

*Subject of study is models*, which describe processes on energy transfer in latent heat thermal energy storage systems, the methods and algorithms for solution and analysis of the presented models.

*The scientific problems*, which were set and solved during the research, are follow:

- development and verification of coupled 3D mathematical model of energy transfer in latent heat thermal energy storage module double-tube design, which consist on non-stationary Stefan problem for PCM layer and quasi-stationary nonlinear problem about convective heat transfer of heat transfer fluid.
- justification of choice of the apparent heat capacity method for taking into account of latent heat during Stefan problem modeling

- development of method for taking into account of free convection in the PCM melt and determination of free convection influence on heat transfer in PCM layer
- creation of computer algorithm and software for determination of temperature fields in the PCM layer and the heat transfer fluid;
- conduction of parametric analysis and development of methods for the heat transfer fluid flow control, that help improvement of heat transfer in the PCM layer;
- conduction of thermodynamic optimization of a long-length latent heat thermal energy storage module double-tube design

The bases of research is the coupled 3D mathematical model which describes phase change process “solid - liquid” in PCM layer and convective heat transfer of heat transfer fluid in the latent heat thermal energy storage module double-tube design.

The model was composed of non-stationary energy equation for PCM, which corresponds to Stefan problem and quasi-stationary energy equation for the heat transfer fluid, which was build based on the classic Navier-Stokes equations systems at thin layer assumptions. Both laminar and turbulent regimes of the heat transfer fluid flow were considered.

Transfer from classis Stefan problem with gap of parameters on phase change boundary to continuous problem of thermal conductivity for a multilayered body is carried out based on the apparent heat capacity method.

The coupled condition on boundary “PCM – heat transfer fluid” is condition of ideal thermal contact or fourth-order boundary condition. This condition connected non-stationary Stefan problem for PCM and quasi-stationary problem about convective heat transfer between the heat transfer fluid and PCM. This made it

possible to determine the heat transfer fluid temperature over time depending on the temperature distributions in the PCM.

The developed mathematical model was solved by finite volume method with splitting by physical processes and coordinates. The temperature dependence of thermophysical features of heat transfer fluid is determined by approximation of experimental data for classis solar oil Syltherm800. The sodium nitrate was chosen as PCM for numerical experiments.

Numerical experiments for determination of the typical temperature distribution in the PCM and the heat transfer fluid in radial and angular directions were carried out based on the created numerical algorithm and corresponding software.

The question about impact of free convection in the PCM melt and her influence on energy parameters of the latent heat thermal energy module is also studied during modeling. Impact of free convection in the PCM melt is taken into account by introduction of corresponded heat transfer coefficient in the coupled condition. Value of this coefficient depends on thickness of the melt layer.

It is discovered that free convection in the PCM melt almost does not affect the speed of movement the phase change boundary at turbulent regime of heat transfer fluid flow. It can be explained by high intensity of convective transfer in the heat transfer fluid. Significant impact of free convection on speed of movement the phase change boundary is observed at laminar regime of the heat transfer fluid. It can be explained by the low heat transfer between the PCM and the heat fluid transfer at laminar regime.

The numerical experiments show that the PCM temperature is distributed significant ununiformly. It is especially felt when the speed of the heat transfer fluid increases.

Therefore, a larger volume of PCM must be used to ensure a stable outlet temperature. It increases geometric sizes of the latent heat thermal energy module and

decreases its energy characteristics. The methods for equalization of PCM temperature due to variation of heat transfer fluid velocity were proposed in this study. It was found that braking of the heat transfer fluid along the length or in time in the initial zone at the laminar flow regime leads to a complete equalization of the PCM temperature distribution. It is proven that the inhibition of flow in time is more appropriate and technically less complicated.

The hydrodynamic analysis of the heat transfer fluid in channel of the latent heat thermal energy storage module was carried out, the correlation between hydrodynamic and thermophysical parameter of the heat transfer fluid was found. The thermodynamic optimization of parameters of the latent heat thermal energy storage module was conducted based on founded correlation. The non-equilibrium thermodynamics principles and entropy analysis were used for the thermodynamic optimization. The Reynolds numbers for the heat thermal fluid, which correspond maximum of thermal efficiency and minimal hydraulic losses, were obtained.

The verification of results of computer modeling was conducted in three stages. In the first stage the numerical results are comparison with experimental data, which obtained the German researchers. Satisfactory agreement between numerical and experimental data was observed. The relative average deviation slightly exceeds 4% and it corresponds requirements of the engineering error and temperature level, which are typical for a latent heat thermal energy storage system.

The second and third stage of verification was carried out through comparison the numerical and analytical results for test problem. The classic 1D Stefan problem, which has analytical solution, was chosen as test problem for PCM. The 1D Graetz-Nusselt problem about convective heat transfer in circular channel at laminar regime and constant wall temperature of channel was chosen as test problem for the heat transfer fluid. Comparison of analytical and numerical solution shown almost a

complete match of results. It proved adequacy of presented mathematical approach and convergence of developed numerical algorithm.

All planned scientific problems were solved during dissertation study. Some of the results obtained has the scientific novelty.

### **The scientific novelty of the obtained results**

1. The 3D mathematical model for coupled Stefan problem, the correspondent numerical algorithm and **the customer software** for determination of heat transfer features in latent heat thermal energy storage module “solid - liquid” of double-tube design were developed **in the first time**.

2. Method of taking into account of free convection in the melt of phase change material of the latent heat thermal energy storage module of double-tube was developed **in the first time**. The impact of the heat transfer fluid flow regime on the free convection intensity in the melt was found.

3. The methods of equalizing temperature distribution in the phase change material, which based on heat transfer fluid velocity variation in space and in time were presented in the first time.

4. The optimal Reynolds numbers, which ensures maximum thermal efficiency of latent heat thermal energy storage module at minimal hydraulic losses of the heat transfer fluid were determined. These numbers were found in the first time based on the principles of non-equilibrium thermodynamics and the carried out entropy analysis.

### **The practical significance of the obtained results**

1. The customer Python software was created using the developed numerical algorithm, which based on the finite volume method. The software is generalized and can use in case of minor correction for analysis of parameters of

latent heat thermal energy storage system of double-tube design, which operate in the different temperature regime. Moreover, the created software has flexible structure that allows without significant changes to transform its in depend on chosen phase change materials and heat transfer fluids and the system functioning conditions.

2. The results of presented study can be used during design and operation of modern solar energy plants of different temperature level and purpose in which use the latent heat thermal energy storage systems “solid - liquid”.

3. The theoretical and practical provisions have become an integral part of educational subjects “Models and methods of applied mathematics”, “Methods of identification of parameters of mathematical models”, which are taught to students of higher education at the PhD level, specialty 113 – Applied Mathematics in Oles Honchar Dnipro National University.

4. Conducted researches and their results make up the corresponding section of initial scientific work “Determinate and stochastic algorithms for computer modeling of objects and processes of different nature” (2022 – 2024, research supervisor Prof. Knysh L.I.) (state registration number: 0122U001467), which is carried out on Department of Computer Technologies, Faculty of Applied Mathematics, DNU.

**Keywords:** solar energy conversion, latent heat thermal energy storage system, phase change material, phase change “solid – liquid”, heat transfer fluid, convective heat transfer, coupled mathematical model, non-stationary regime, numerical methods, computer algorithm, Stefan problem, numerical modeling, analytical solution, verification of results.

## СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА

**Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:**

1. Юрков Р.С., Книш Л.І. Верифікація математичної моделі задачі Стефана в рамках методу “Mushy layer”, *Технічна механіка*, 2021, № 3, С. 119 – 125

Режим доступу до ресурсу: [http://www.journal-itm.dp.ua/UKR/Publishing/12-03-2021\\_ukr.html](http://www.journal-itm.dp.ua/UKR/Publishing/12-03-2021_ukr.html)

DOI: <https://doi.org/10.15407/itm2021.03.119>

**[фахове видання категорії Б]**

2. Юрков Р.С., Книш Л.І. Моделювання вільної конвекції в розплаві в тепловому акумуляторі фазового переходу “тверде тіло – рідина”, *Відновлювана енергетика*, 2022, №4(71). С.90 – 96.

Режим доступу до ресурсу: <https://ve.org.ua/index.php/journal/article/view/379>

DOI: [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2022.4\(71\).90-96](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2022.4(71).90-96)

**[Scopus]**

3. Knysh Lyudmila, Yurkov Roman. Coupled mathematical model of heat and mass transfer in the thermal energy storage module with phase transition “solid body – liquid”, *Applied Solar Energy (English translation of Geliotekhnika)*. 2023. Vol.59, no.4, P. 579 – 586.

Режим доступу до ресурсу:

<https://link.springer.com/article/10.3103/S0003701X23600297>

DOI: <https://doi.org/10.3103/S0003701X23600297>

**[Scopus, Q3]**



### **Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:**

4. Юрков Р.С., Книш Л.І. Числовий алгоритм розрахунку задачі Стефана на основі метода “Mushy layer”. *Збірник тез XXIII Міжнародної молодіжної науково-практичної конференції “Людина і космос”, м. Дніпро, 14 –16 квітня 2021р. С.80.*

Режим доступу до ресурсу: [https://spacehuman.org/\\_files/doc/sbornik2021.pdf](https://spacehuman.org/_files/doc/sbornik2021.pdf)

5. Юрков Р.С., Книш Л.І. Моделювання теплообміну в фазоперехідному тепловому акумуляторі сонячної термодинамічної установки, *XXIII Міжнародна науково-практична онлайн—конференція "Відновлювана енергетика та енергоефективність у XXI столітті", м. Київ, 19 – 20 травня 2022 р. С. 160 – 162.*

Режим доступу до ресурсу: [https://www.ive.org.ua/?page\\_id=3328&lang=uk](https://www.ive.org.ua/?page_id=3328&lang=uk)

6. Книш Л.І., Масаликін С.С., Юрков Р.С., Борисенко А.Г. Мультифізична математична модель тепломасообміну в системі прийому та акумулювання сонячної енергії, *Збірник тез Міжнародної науково-технічної конференції “Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні – ІТММ’2022”, м. Дніпро, 8 травня 2022 р., С. 123 – 126.*

Режим доступу до ресурсу:

<https://journals.nmetau.edu.ua/index.php/itmm/issue/view/122>

7. Юрков Р.С., Книш Л.І. Оптимізація параметрів фазоперехідного теплового акумулятора методами нерівноважної термодинаміки, *XXIV Міжнародна науково-практична конференція "Відновлювана енергетика та енергоефективність у XXI столітті", м. Київ, 18 – 19 травня 2023 року, С. 186-188.*

Режим доступу до ресурсу: [https://www.ive.org.ua/?page\\_id=4241&lang=uk](https://www.ive.org.ua/?page_id=4241&lang=uk)

8. Юрков Р.С., Книш Л.І. Комп'ютерне моделювання спряженої задачі Стефана в тепловому акумуляторі з фазовим переходом “тверде тіло – рідина”. *Тези доповідей XXI Міжнародної науково-практичної конференції “Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем”, м. Дніпро, 22 – 24 листопада 2023р. С. 314 – 315.*

Режим доступу до ресурсу:

<http://mpzis.dnu.dp.ua/wp-content/uploads/2023/11/mpzis-2023.pdf>

## ЗМІСТ

ВСТУП	22
1. ПЕРСПЕКТИВИ ВИКОРИСТАННЯ ТЕПЛОТИ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДУ “ТВЕРДЕ ТІЛО – РІДИНА” ПРИ АКУМУЛЯЦІЇ ТЕПЛОВОЇ ЕНЕРГІЇ В СОНЯЧНИХ ТЕРМОДИНАМІЧНИХ СИСТЕМАХ	31
1.1. Класифікація методів акумулювання енергії в сонячних енергетичних системах	31
1.2. Загальна схема сонячної параболоциліндричної станції та місце теплового акумулятора в її контурі	36
1.3. Типізація методів акумулювання теплоти в сонячних параболоциліндричних станціях. Вибір фізичної моделі теплового акумулятору.	39
1.4. Методи інтенсифікації тепломасообміну в теплових акумуляторах фазового переходу “тверде тіло – рідини” сонячних параболоциліндричних станцій	47
Висновки до розділом 1	52
2. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛООБМІНУ В ОДИНИЧНОМУ ЕЛЕМЕНТІ ФАЗОПЕРЕХІДНОГО ТЕПЛОВОГО АКУМУЛЯТОРА “ТВЕРДЕ ТІЛО - РІДИНА”	53
2.1. Загальна постановка задачі про фазовий перехід. Вибір математичного методу її розв’язання для систем теплової акумуляції	54
2.2. Спряжена математична модель теплопереносу в елементі фазоперехідного теплоакумулятора типу “труба в трубі”	64
2.3. Визначення профілю швидкості теплоносія та залежності теплофізичних властивостей теплоносія від температури	67

2.4. Моделювання вільної конвекції в розплаві теплоакумуючого матеріалу	70
Висновки до розділу 2	75
3. КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СПРЯЖЕНОЇ ЗАДАЧІ СТЕФАНА В ЦИЛІНДРИЧНОМУ ЕЛЕМЕНТІ ФАЗОПЕРЕХІДНОГО ТЕПЛОАКУМУЛЯТОРА ТИПУ “ТРУБА В ТРУБІ”	76
3.1. Особливості створення числового алгоритму спряженої задачі Стефана в елементі фазоперехідного теплоаккумулятора	76
3.2. Результати числових досліджень теплообміну в елементі фазоперехідного теплоаккумулятора	82
3.3. Вплив вільної конвекції в розплаві на енергетичні показники фазоперехідного теплоаккумулятора	86
Висновки до розділу 3	92
4. ПАРАМЕТРИЧНИЙ АНАЛІЗ ТА ТЕРМОДИНАМІЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ФАЗОПЕРЕХІДНОГО ТЕПЛОАКУМУЛЯТОРА	94
4.1. Вплив початкової температури теплоносія та його швидкості на енергетичні показники фазоперехідного теплоаккумулятора	94
4.2. Особливості теплообміну у фазоперехідних теплоаккумуляторах типу “труба в трубі” великої довжини	97
4.3. Термодинамічна оптимізація параметрів фазоперехідного теплоаккумулятора типу “труба в трубі”	102

Висновки до розділу 4	106
5. ВЕРИФІКАЦІЯ СПРЯЖЕНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТА ЧИСЛОВИХ РЕЗУЛЬТАТІВ ЇЇ РОЗВ'ЯЗКУ ДЛЯ ФАЗОПЕРЕХІДНОГО ТЕПЛОАКУМУЛЯТОРА ТИПУ “ТРУБА В ТРУБІ”	108
5.1. Верифікація результатів комп'ютерного моделювання шляхом порівняння із даними натурного експерименту	108
5.2. Верифікація результатів числового розв'язку тестової задачі Стефана шляхом порівняння із аналітичним розв'язком	112
5.3. Верифікація результатів числового розв'язку тестової задачі Гретца-Нуссельта шляхом порівняння із аналітичним розв'язком	119
Висновки до розділу 5	125
Висновки	126
ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	129

## ВСТУП

### Актуальність теми

Акумулювання енергії є однією з актуальних проблем сучасної науки та техніки. Більшість енергетичних технологій можливо значно покращити та оптимізувати, використовуючи відповідні системи акумулювання. Системи на основі відновлюваних джерел енергії взагалі будуть малоефективними без акумуляторів енергії визначеного типу.

В сонячних енергетичних системах використовуються два основних типу акумуляторів енергії. В схему фотоелектричних станцій входять електрохімічні акумулятори, а в схему термодинамічних сонячних станцій – теплові. Серед теплових акумуляторів значні перспективи мають пасивні теплові акумулятори із фазовим переходом “тверде тіло – рідина”. Такі системи мають енергетичні, економічні та екологічні переваги перед традиційними теплоємнісними акумуляторами завдяки зберіганню енергії високої щільності, відсутності деградації, компактному розміру, відсутності рухомих елементів, невисокої вартості більшості теплоакумуючих матеріалів (ТАМів), зворотності циклів зарядки – розрядки тощо.

Тепловий акумулятор із фазовим переходом проектується під наперед заданий температурний рівень системи перетворення, який дорівнює температурі фазового переходу ТАМу. Тому *актуальною науковою задачею є вибір раціональних геометричних, динамічних та енергетичних параметрів фазоперехідних теплових акумуляторів, які у повній мірі реалізують переваги фазоперехідного типу акумулювання та забезпечують безперебійне функціонування відповідної системи перетворення.*

Дослідження параметрів фазоперехідного теплового акумулятора проводилась на одиничній циліндричній моделі типу “труба в трубі”. Ця модель складалась із циліндричного об’єму з ТАМом, у середині якого знаходився

канал із теплоносієм. На режимі зарядки ТАМ перебував у твердому стані й на вхід в канал поступав теплоносієм із температурою, яка перевищувала температуру його фазового переходу. Протягом часу зарядки теплоносієм передає тепло конвекцією ТАМу, що призводить до нагріву та плавлення ТАМу. На режимі розрядки процес проходить у зворотному порядку – ТАМ віддає запасене тепло теплоносію для подальшого використання в циклі перетворення. Таким чином, в тепловому акумуляторі одночасно протікають взаємопов'язані процеси вимушеної конвекції теплоносія, фазового переходу в ТАМі та вільної конвекції в розплаві ТАМу. Детально дослідити вплив кожного з цих процесів на загальний теплообмін в системі можливо лише на основі створення спряженої математичної моделі, розробка якої проводиться в даній роботі.

Проведений аналіз літературних джерел за темою дисертаційного дослідження свідчить про те, що багато аспектів побудови спряженої моделі залишаються недостатньо дослідженими. Більшість сучасних числових досліджень проводилось на основі стандартних комерційних пакетів із закритим кодом. При використанні таких пакетів неможливо визначити взаємний зв'язок параметрів, вплив на їх значення додаткових ефектів типу вільної конвекції в розплаві тощо. Тому побудова власного програмного коду та проведення на його основі числових розрахунків та їх аналіз дозволить узагальнити знання в цьому напрямку, надати реальні практичні рекомендації по проектуванню та експлуатації систем теплового акумуляування.

В роботі на основі розробленої спряженої математичної моделі було створено числовий алгоритм та власний програмний Python-додаток для проведення комп'ютерного моделювання процесів переносу у фазоперехідному тепловому акумуляторі. В результаті числових експериментів отримані типові розподіли нестационарних полів температур у теплоносії та ТАМі в радіальному та повздовжньому напрямках, а також середньомасові значення цих температур.

Це дозволило дослідити вплив режиму течії теплоносія та його початкової температури на значення температури на виході, визначити зміни положення фронту розподілу фаз в часі тощо. Крім того, під час дослідження були виявлені нові теплові ефекти, що пов'язані із впливом вільної конвекції в розплаві ТАМу на швидкість руху границі розподілу фаз при різних режимах течії теплоносія.

В роботі запропоновані нові методи вирівнювання температури в ТАМі, які базуються на зміні швидкості течії теплоносія у просторі та часі. Під час проведення термодинамічного аналізу теплового акумулятора визначені оптимальні значення чисел Рейнольдса теплоносія, які забезпечують найбільш ефективні теплові показники системи. Верифікація отриманих результатів здійснювалась шляхом порівняння із експериментальними даними та даними аналітичних розв'язків одновимірних тестових задач про фазовий перехід і про конвективний теплообмін.

Запропонований в даній роботі новий комплексний підхід до дослідження процесів енергопереносу в фазоперехідних теплових акумуляторах дозволяє визначити їх найбільш енергоефективні геометричні та динамічні параметри, сформулювати актуальні рекомендації щодо проектування та експлуатації подібних пристроїв, оптимізувати їх функціонування. Крім того, розроблена спряжена математична модель, числовий алгоритм та власний програмний код можуть бути складовою частиною загального мультифізичного програмного додатку, який синхронізує та автоматизує роботи всіх складових елементів циклу перетворення енергії Сонця.

### **Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.**

Дисертаційні дослідження здійснювалися у відповідності до планів наукових досліджень Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара в рамках наукових тем “Дослідження математичних моделей фізичних



процесів методами ідентифікації та рекурентного аналізу із застосуванням інформаційних технологій” (№ держреєстрації 0119U101053, 2019 – 2021 рр.), “Детерміновані та стохастичні алгоритми комп’ютерного моделювання об’єктів та процесів різної природи” (№ держреєстрації 0122U001467, 2022 – 2024 рр.), які проводяться на кафедрі комп’ютерних технологій факультету прикладної математики Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара.

### **Мета і задачі дослідження.**

*Метою дисертаційної роботи* є розробка та узагальнення методів математичного і комп’ютерного моделювання процесів тепломасопереносу в системах акумулювання теплової енергії із фазовим переходом “тверде тіло – рідина”; пошук методів підвищення теплової ефективності фазоперехідних теплових акумуляторів; доведення перспектив використання фазоперехідних теплових акумуляторів у складі сонячних термодинамічних станцій; визначання найбільш енергоефективних геометричних, теплофізичних та гідродинамічних параметрів фазоперехідних теплових акумуляторів типу “труба в трубі”.

Досягнення зазначеної мети сприятиме покращенню геометричних, теплофізичних та динамічних параметрів фазоперехідних теплових акумуляторів, що призведе до підвищенню їх теплової ефективності, зниженню їх вартості та термінів окупності.

Для досягнення зазначеної мети були поставлені та розв’язані такі *наукові задачі*:

- розроблена та верифікована спряжена 3D математична модель енергообміну в фазоперехідному тепловому акумуляторі типу “труба в трубі”, яка складається із нестационарної задачі Стефана для шару ТАМу та квазістационарної нелінійної задачі про конвективний теплообмін в потоці теплоносія;

- обґрунтовано вибір методу уявленої теплоємності для врахування теплоти фазового переходу при моделюванні задачі Стефана;
- розроблено метод врахування вільної конвекції в розплаві ТАМу та визначено вплив вільної конвекції на теплообмін в шарі ТАМу;
- розроблений комп'ютерний алгоритм та створена програма розрахунку для визначення температурних полів в шарі ТАМу та в потоці теплоносія;
- проведений параметричний аналіз та розроблені методи управління потоком теплоносія, що сприяють покращенню теплообміну в шарі ТАМу;
- проведена термодинамічна оптимізація теплових акумуляторів типу “труба в трубі” великої довжини.

**Об’єктом** дослідження є взаємопов’язані процеси фазового переходу та конвективного теплообміну, що мають місце в теплових акумуляторах “тверде тіло – рідина” сонячних термодинамічних станцій.

**Предметом** дослідження є моделі, що описують процеси енергообміну в фазоперехідних теплових акумуляторах, методи та алгоритми для розв’язання та аналізу запропонованих моделей.

**Методи дослідження.** Для розв’язання зазначених задач застосовано методи математичного моделювання, методи обчислень – методи розщеплення та контрольного об’єму, методи згладжування моделей із розривом параметрів – метод уявленої теплоємності, методи числового аналізу, методи статистичної обробки результатів експериментів, об’єктно-орієнтованого програмування.

**Достовірність отриманих результатів** забезпечується використанням добре апробованих моделей, коректністю математичних постановок задач, використанням методів та алгоритмів, що є теоретично обґрунтованими та не суперечливими із відомими положеннями інших авторів, контрольованою точністю обчислень, доброю узгодженістю між собою числових і аналітичних

результатів, несуперечністю отриманих результатів відповідним опублікованим результатам інших авторів.

**Наукова новизна одержаних результатів** полягає у наступному:

1. **Вперше** розроблена 3D математична модель спряженої задачі Стефана, створений відповідний числовий алгоритм та **власний програмний продукт** для визначення особливостей теплообміну в тепловому акумуляторі з фазовим переходом “тверде тіло – рідина” типу “труба в трубі”.

2. **Вперше** розроблено метод врахування вільної конвекції у розплаві теплоакумуючого матеріалу для теплового акумулятора типу “труба в трубі”, визначено вплив режиму теплоносія на інтенсивність вільної конвекції в розплаві.

3. **Вперше** запропоновані методи вирівнювання розподілу температур в теплоакумуючому матеріалі, що базуються на варіаціях швидкості теплоносія в просторі та часі.

4. **Вперше**, базуючись на принципах нерівноважної термодинаміки, проведений ентропійний аналіз та визначені оптимальні значення чисел Рейнольдса, які забезпечують максимальну теплову ефективність фазоперехідного теплового акумулятора при мінімальних гідродинамічних втратах теплоносія.

### **Практичне значення отриманих результатів**

1. На основі розробленого числового алгоритму, що базується на методі контрольних об’ємів, був створений власний програмний код, який має узагальнений характер і, в разі незначної корекції, може застосовуватися для фазоперехідних теплових акумуляторів типу “труба в трубі” різного температурного режиму та призначення. Крім того, створений програмний код має гнучку та прозору структуру, що дозволяє без змін структури

підлаштовувати його під будь-який тип ТАМу і теплоносія та будь-які умови функціонування системи.

2. Результати проведеного дослідження можуть бути використані під час проектування та функціонування сучасних сонячних термодинамічних установок різного температурного рівня та призначення, в яких в якості технологічного обладнання використовується фазоперехідний тепловий акумулятор “тверде тіло – рідина”.

3. Теоретичні та практичні положення роботи стали складовою частиною навчальних дисциплін “Моделі і методи прикладної математики”, “Методи ідентифікації параметрів математичних моделей”, які викладаються для здобувачів вищої освіти рівня PhD спеціальності 113 Прикладна математика в Дніпровському національному університеті імені Олеся Гончара.

4. Проведені дослідження та їх результати складають відповідний розділ ініціативної науково-дослідної роботи “Детерміновані та стохастичні алгоритми комп’ютерного моделювання об’єктів та процесів різної природи” (2022 – 2024, науковий керівник проф. Книш Л.І., державний реєстраційний номер 0122U001467), яка проводиться на кафедрі комп’ютерних технологій факультету прикладної математики ДНУ

**Особистий внесок здобувача.** Результати дисертаційної роботи відображено у 8 наукових працях. Усі результати дисертаційної роботи, що виносяться на захист, отримані автором особисто. У працях, що опубліковані у співавторстві, здобувачем в: [89,103] – презентовані етапи складання спряженої 3D математичної моделі енергопереносу в теплових акумуляторах із фазовим переходом “тверде тіло – рідина” типу “труба в трубі”; описані методи, які використовувались для числового моделювання теплових та динамічних процесів у фазоперехідних теплових акумуляторах; [94] – запропоновано метод

врахування вільної конвекції в розплаві ТАМу; визначено на основі комп'ютерного моделювання вплив вільної конвекції в розплаві на швидкість руху границі розподілу фаз та зміни значення цієї швидкості в залежності від режиму течії теплоносія; [104, 107] – обґрунтовано необхідність проведення термодинамічної оптимізації фазоперехідних теплових акумуляторів типу “труба в трубі”; проведений ентропійний аналіз фазоперехідного теплового акумулятора відповідної геометрії; розраховані значення ентропії, яка генерується за рахунок теплових та гідродинамічних процесів; визначені оптимальні значення чисел Рейнольдса, які забезпечують найвищі значення теплової ефективності фазоперехідного теплового акумулятора; [100] – доведена можливість використання розробленого програмного продукту як елементу мультифізичного комп'ютерного додатку для розрахунку повного енергетичного циклу сучасних термодинамічних сонячних станцій; [108] – сформульований узагальнений підхід до розрахунку енергетичних потоків у теплових акумуляторах з фазовим переходом “тверде тіло – рідина”; [115] – зроблено аналіз аналітичного розв’язку одновимірної тестової задачі Стефана та розрахунок невідомого коефіцієнту в аналітичному розв’язку, який характеризує швидкість руху границі розподілу фаз; отримано числовий та аналітичний розв’язок тестової задачі; порівняно числові та аналітичні розв’язки.

***Апробація результатів дисертації.*** Результати дисертаційної роботи доповідались і обговорювались на наукових семінарах “Актуальні питання оптимізації та дискретної математики» при Науковій раді НАН України з проблеми “Кібернетика”, який функціонує при Дніпровському національному університеті імені Олеся Гончара (науковий керівник семінару член-кореспондент НАНУ, доктор фіз.-мат. наук, професор Кісельова О.М.); на Міжнародних наукових конференціях “Математичне та програмне забезпечення

інтелектуальних систем” (м. Дніпро, 2023 р.); "Відновлювана енергетика та енергоефективність у XXI столітті" (м. Київ, 2022, 2023pp.); “Людина і космос” (м. Дніпро, 2021 р.); “Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні – ІТММ’2022” (м. Дніпро, 2022 р.).

**Публікації.** Основні результати дисертаційної роботи опубліковано в 8 наукових працях: дві статті [94, 104] у виданнях, що індексується науково-метричною базою Scopus; 1 стаття [115] у науковому фаховому виданні України категорії Б, 5 тез доповідей у збірниках матеріалів міжнародних наукових конференцій [89,100, 103, 107, 108].

**Структура та обсяг дисертації.** Дисертаційна робота складається зі вступу, п’яти розділів, висновків, переліку використаних джерел, що містить 119 найменувань. Загальний обсяг дисертації – 142 сторінки. Робота містить 39 рисунків та 2 таблиці.

**Подяки.** Автор висловлює щирі подяки науковому керівнику, доктору технічних наук, професору Книш Людмилі Іванівні за постійну увагу, доброзичливе ставлення та допомогу в роботі.

# **1. ПЕРСПЕКТИВИ ВИКОРИСТАННЯ ТЕПЛОТИ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДУ “ТВЕРДЕ ТІЛО - РІДИНА” ПРИ АКУМУЛЯЦІЇ ТЕПЛОВОЇ ЕНЕРГІЇ В СОНЯЧНИХ ТЕРМОДИНАМІЧНИХ СИСТЕМАХ**

## **1.1. Класифікація методів акумулювання енергії в сонячних енергетичних системах**

Створення нових та удосконалення існуючих технологій акумулювання енергії є найактуальнішою задачею світової науки. Вирішення цієї задачі відкриє нові перспективи не тільки для сучасної енергетики, а і якісно змінить більшість промислових та інформаційних технологій, створить передумови для переходу до нового технологічного укладу суспільства. Теоретично всі форми енергії – кінетичну, потенціальну (хімічну або гравітаційну), електричну та теплову – можливо накопичувати та зберігати за допомогою відповідних технологій [1].

Ці технології поділяються на три великі групи, які схематично проілюстровані на рис.1.1. Інтенсивність розвитку кожної з наведених технологій акумуляції напряму залежить від розвитку первинних або споріднених технологій. Зокрема, бурхливий розвиток енергетичних систем на основі відновлюваних джерел енергії, який спостерігається в даний момент у світі, стимулює розвиток відповідних систем акумуляції. Більш того, відновлювана енергетика (сонячна та вітрова) завдяки нерівномірності надходження, майже не має перспектив без використання надійних систем акумуляції [2].



Рис.1.1. Класифікація систем акумулювання енергії

В сонячній енергетиці широке розповсюдження має хімічне акумулювання електричної енергії із використанням електрохімічних батарей та теплове акумулювання. Такий тренд пов'язаний з тим, що у більшій частини існуючих сонячних енергетичних систем реалізуються два типу перетворення сонячної енергії – фотоелектричне та термодинамічне. На рис.1.2. показана узагальнена класифікація сонячних енергетичних систем та відповідний їм тип акумуляції.



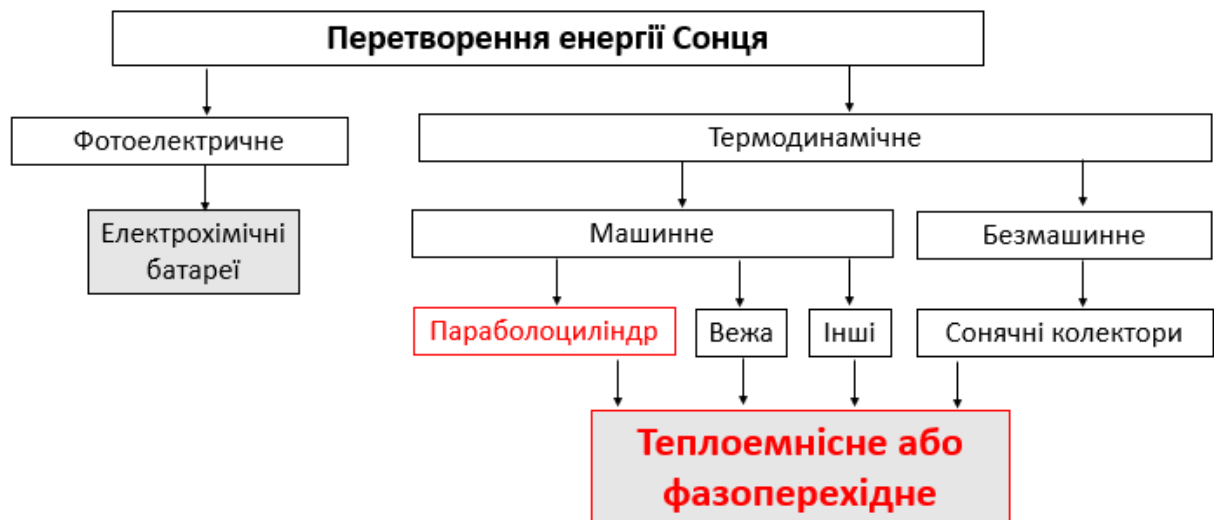


Рис.1.2. Узагальнена класифікація сонячних енергетичних систем та відповідних методів акумуляції

При фотоелектричному перетворенні застосовуються акумулятори електричної енергії, які поділяються на три основні типи: літій-іонні, свинцево-кислотні та лужні [3]. Використання саме електричних акумуляторів пов'язано з тим, що у фотоелектричних системах перетворення енергії Сонця в постійний електричний струм здійснюється напрямку, без проміжних стадій. Тому у відповідних акумуляторах запасається згенерована сонячними батареями додаткова електрична енергія, яка використовується при відсутності Сонця [4].

При термодинамічному перетворенні сонячної енергії теплова енергія є кінцевим (безмашинне перетворення) або проміжним (машинне) продуктом. Тому при такому виді перетворення використовуються теплові акумулятори різних типів та конструкцій. Температурний рівень теплового акумулятора співпадає з температурним рівнем відповідної термодинамічної системи перетворення.

Безмашинне перетворення енергії Сонця, як правило, реалізуються в низькотемпературних (до  $100^{\circ}\text{C}$ ) термодинамічних системах, до яких відносяться пласкі та вакуумні сонячні колектори. Такі пристрої використовуються в системах гарячого водопостачання, сушки, нагріву повітря тощо [5,6].

Для низькотемпературних систем характерними є теплоємнісні та фазоперехідні теплові акумулятори. В першому випадку тепло запасається за рахунок теплоємності рідини (вода, олія) та твердих тіл (грунт, щебінь, галька, пісок та ін.). Теплова ємність теплоємнісних акумуляторів є цілком прийнятною для низькотемпературних спліт-систем або сезонних систем гарячого водопостачання. Для систем автономного обігріву приміщення та подібних ним теплоємнісні акумулятори малопридатні, бо передбачають значний фізичний об'єм та коштовну систему теплової ізоляції. Значно кращі експлуатаційні характеристики мають низькотемпературні системи акумуляції тепла, які побудовані на основі фазового переходу “тверде тіло – рідина”. В якості теплоакумуючого матеріалу (ТАМу) в таких системах, як правило, використовуються різні типи парафінів та їх похідних [7,8].

Машинне перетворення енергії Сонця реалізується у високотемпературних (вище  $100^{\circ}\text{C}$ ) термодинамічних системах для генерації електричної енергії. Мала щільність теплового потоку від Сонця не дозволяє отримувати температури теплоносія, достатні для подальшого термодинамічного машинного перетворення. Тому високотемпературні сонячні термодинамічні установки містять у своєму складі концентратори різних типів – параболоїд, параболоциліндр, лінзи Френеля та ін. Вибір геометрії концентратора визначає загальний температурний рівень системи.

Найбільш високий рівень температур ( $2000^{\circ}\text{C}$  та вище) в системі перетворення сонячного випромінювання здатні забезпечити концентратори

параболоїдної геометрії [9,10]. В таких системах в якості термодинамічного циклу частіше за все використовуються високотемпературний газотурбінний цикл Брайтона або цикл Стірлінга. Рівень температур подібних систем унеможлиблює використання теплоємнісних теплових акумуляторів. Для систем із параболоїдними концентраторами найбільш придатними є високотемпературні теплові акумулятори, які функціонують на основі фазового переходу “тверде тіло – рідина” [11]. В якості ТАМів у високотемпературних теплових фазоперехідних акумуляторах сонячних енергетичних систем використовуються гідрид літію (LiH), фториди літію, натрію або магнію (LiF, NaF, MgF<sub>2</sub>), берилій (Be), кремній (Si) та їх сполуки типу Mg<sub>2</sub>Si, CoSi<sub>2</sub>, TiSi<sub>2</sub>, 3BeO – 2CaO, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> – 3BeO – 4TiO<sub>2</sub> та ін. Незважаючи на суттєві наукові здобутки в напрямку систем перетворення з параболоїдними концентраторами [12], їх промислове використання ще є дуже обмеженим.

На сьогодні найбільш поширеними в світі є машинні термодинамічні системи із зосередженим приймачем сонячного випромінювання у вигляді вежі та із розподіленими приймачами з параболоциліндричними концентраторами. За даними Міжнародного агентства з відновлюваної енергетики (IREA), такі системи генерують більш ніж 95% всієї термодинамічної сонячної електрики в світі [13]. В термодинамічних станціях із зосередженим теплоприймачем сонячне випромінювання збирається полем геліостатів та перенаправляється на теплоприймач у вигляді вежі, де гріється теплоносіє для подальшого перетворення в паротурбінному або газотурбінному циклі [14]. В схемі таких станцій використовуються, як правило, теплоємнісні акумулятори тепла з ТАМами різних типів. Це можуть бути вода під високим тиском (Sunshine, Японія), чиста кремнійорганічна термічна олія (Shenandoah, Джорджія), суміш термічної олії та гравію з піском (Barslow, Каліфорнія), суміш термічної олії із розплавами солів (Newnam, Джорджія) [15]. Слід відмітити, що традиційно

ємність теплових акумуляторів сонячних станцій у вигляді вежі невелика. Це пов'язано зі специфікою їх конструкції та особливостями функціонування. Теплові акумулятори, які використовуються в цих станціях, не можуть в повній мірі забезпечити їх безперебійну роботу при відсутності Сонця [16,17].

Подібні недоліки відсутні у термодинамічних сонячних станціях з розподіленими теплоприймачами, а саме, в параболоциліндричних. Детальний огляд теплових акумуляторів для таких станцій наведено нижче.

## **1.2. Загальна схема сонячної параболоциліндричної станції та місце теплового акумулятора в її контурі**

З кінця минулого століття параболоциліндричні станції (ПЦС) успішно функціоную та продовжують будуватись в різних країнах світу [18]. Так, в Іспанії генерують електричну енергію 45 ПЦС потужністю 50 МВт кожна, в США – 17 ПЦС потужністю від 2 до 280 МВт кожна. Виходить на проектну потужність найбільша ПЦС в світі DEWA в Дубаї (ОАЕ) з генерацією більш ніж 600 МВт. На завершальній стадії будівництва знаходяться 7 ПЦС в Китаї та 5 ПЦС у ПАР потужністю 50 та 100 МВт. Стабільно функціонують ПЦС в Італії, Ізраїлі, Німеччині, Канаді, Мороко, Індії, Алжире, Єгипте, Таїланде, Кувейте, Саудівської Аравії, Кувейте.

Генерація електричного струму в ПЦС здійснюється в паротурбінному циклі Ренкіна, в якому в якості первинного джерела виступає концентрована сонячна енергія, яку збирають параболоциліндричні концентратори. Більшість сучасних ПЦС функціонують за двоконтурною схемою, яку у 80 – 90 роках минулого століття запропонувала американо-ізраїльська компанія LUZ International [19,20]. За такою схемою були побудовані в пустелі Мохаве (Каліфорнія, США) перші ПЦС SEGS-1–SEGS-7. ПЦС типу LUZ стали

сучасним промисловим стандартом, свого роду еталоном для порівняння з іншими, більш досконалими проектами ПЦС, які розробляються в теперішній час. Загальна схема ПЦС типу LUZ представлено на рис. 1.3.

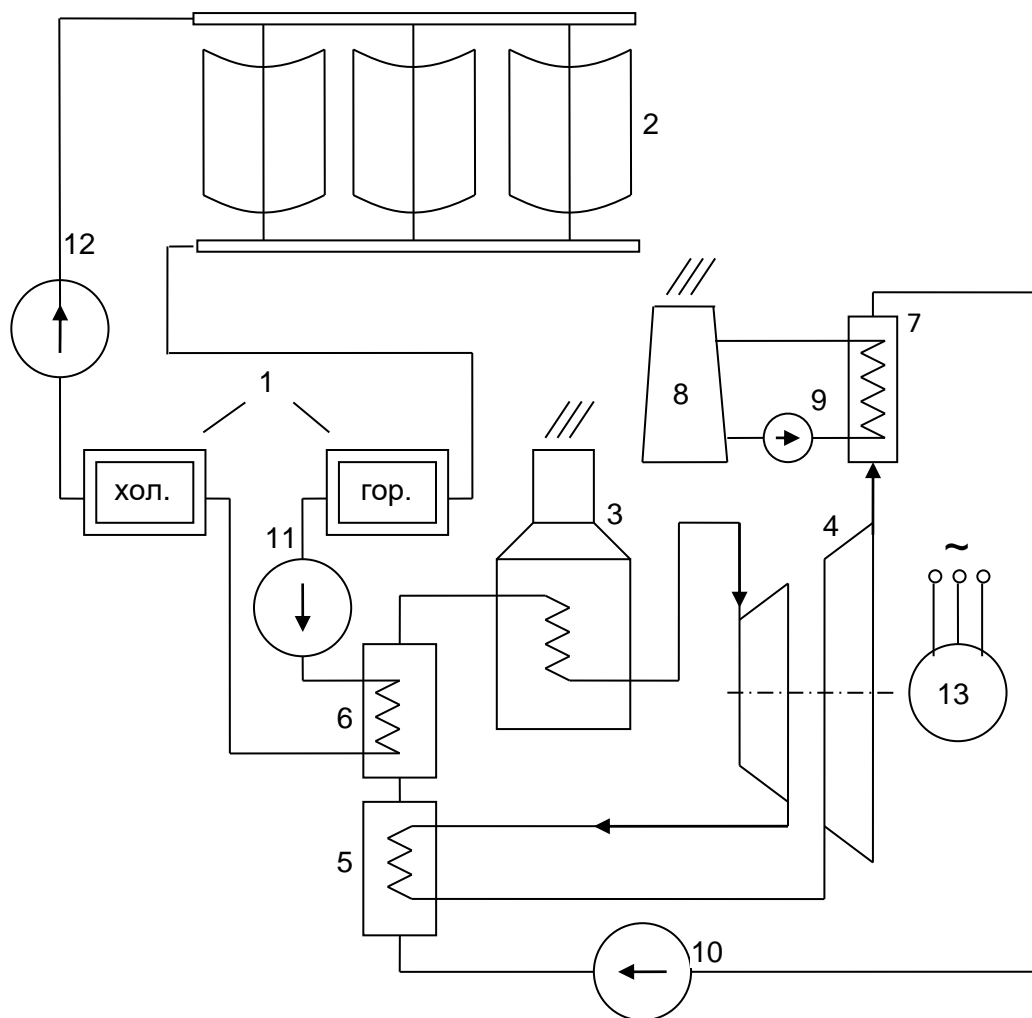


Рис.1.3. Загальна схема ПЦС з двома контурами:

1 – тепловий акумулятор з гарячим та холодним теплоносієм; 2 – поле ПЦК концентраторів з теплоприймачами; 3 – газовий котел (тільки для сонячно-паливних станцій); 4 – турбіна; 5 – регенеративний теплообмінник; 6 – парогенератор; 7 – конденсатор; 8 – градирня; 9 – насос; 10 – циркуляційний насос; 11,12 – насоси сонячного контуру; 13 – електрогенератор.

Високотемпературний теплоносій (термічна олія, рідкі метали, розплавлені солі тощо) рухається в трубчатих теплоприймачах, які розташовані на фокусних лініях ПЦК 2. Нагрітий концентрованим сонячним потоком теплоносій є робочим тілом верхнього контуру паротурбінного циклу. Після виходу з поля концентраторів теплоносій поступає в тепловий акумулятор 1, де віддає частину тепла (зарядка), яке запасається для подальшого використання при відсутності Сонця (розрядка). Віддавши частину тепла ТАМу високотемпературний теплоносій поступає в парогенератор 6, де його тепло витрачається на генерацію водяної пари нижнього контуру. Після чого охолоджений високотемпературний теплоносій насосом 12 знов закачується в поле концентраторів для нагріву. У разі відсутності Сонця генерація пари для нижнього циклу забезпечується теплотою, яку було акумульовано в тепловому акумуляторі.

Отримана в парогенераторі водяна пара є робочим тілом нижнього паротурбінного циклу, складовими частинами якого є турбогенератор 4 –13, регенеративний теплообмінник 5 та система охолодження 8 – 9.

Таким чином, генерація електричного струму відбувається у нижньому паротурбінному циклі, але його безперебійна робота забезпечується теплотою верхнього циклу в разі наявності Сонця або акумульованою теплотою при його відсутності. У зв'язку з нерівномірністю надходження енергії Сонця протягом доби, місяцю, року стає очевидним, що тепловий акумулятор є ключовим елементом термодинамічної системи перетворення і від його роботи залежить функціонування всій ПЦС.

### **1.3. Типізація методів акумулювання теплоти в сонячних параболоциліндричних станціях. Вибір фізичної моделі теплового акумулятора.**

Сучасна ПЦС – це складна мультифізична система, яка функціонує під мало прогнозованими зовнішніми впливами, що пов’язані із нерівномірним розподілом щільності теплового потоку від Сонця, невизначеної швидкістю вітру та іншими природними особливостями місця локації. Крім того, при експлуатації ПЦС виникає необхідність її маневрування, яке пов’язане із нерівномірним споживанням електричної енергії [21]. Ці фактори значно ускладнюють проектування ПЦС, роблять необхідним введення в паротурбінний контур додаткових термостабілізуючих пристроїв – теплових акумуляторів, додаткових котлів на традиційному паливі та ін. Окремою задачею стає збалансування теплового режиму ПЦС за рахунок оптимізації роботи кожного з її блоків.

Серед таких блоків особливе місце займає система теплового акумулювання, яка може бути спроектованою за різними фізичними принципами (теплоємнісне або фазоперехідне) та різними типами передачі теплоти (активні або пасивні). В розділі 1.1. була запропонована типізація теплових акумуляторів для систем термодинамічного перетворення, в який не враховувався спосіб передачі теплоти. Цей момент потребує окремого висвітлення, бо саме це визначає проектне рішення системи акумуляції та методів її дослідження. На рис.1.4. схематично показана типізація методів теплової акумуляції в ПЦС в залежності від способу передачі теплоти.

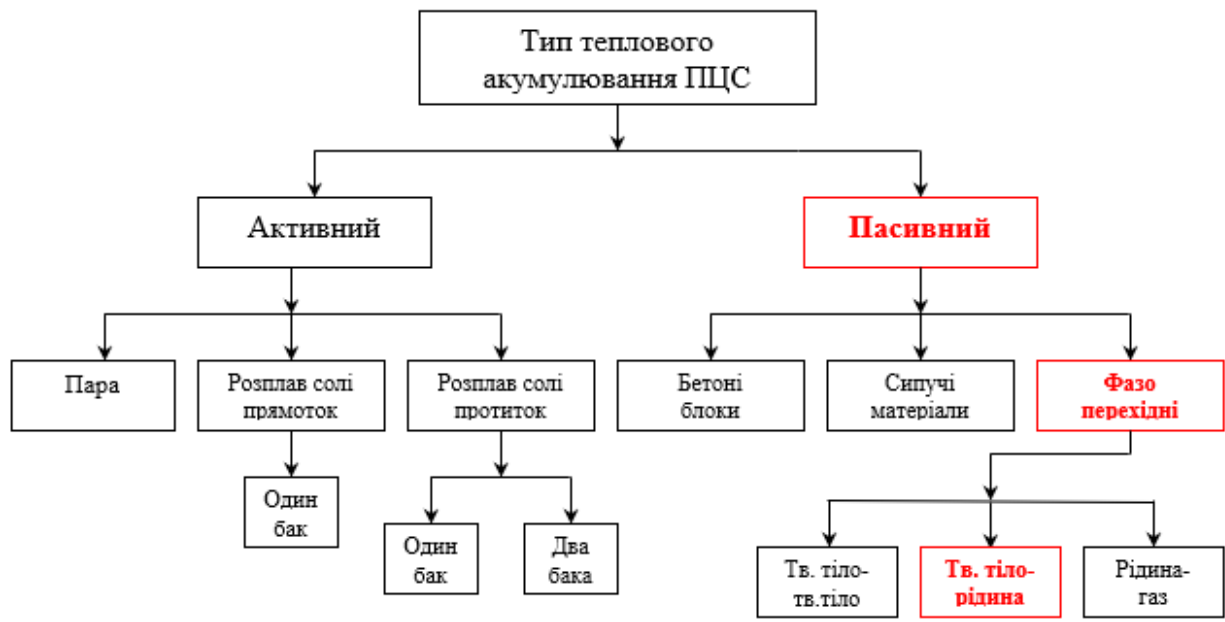


Рис.1.4. Типи теплового акумулювання в ПЦС

В теплових акумуляторах активного типу теплота може зберігатися прямим методом – за рахунок теплоємності пари, яка знаходиться під високим тиском [22]. Такий метод є досить ненадійним і використовується в системах малої потужності, бо парові теплові акумулятори мають невелику енергетичну ємність і забезпечують стабільний тепловий режим на короткий термін (до 1 години). Більш популярними є теплоємнісні акумулятори активного типу, в яких тепло зберігається в розплавах солів, що циркулюють в контурі та передають тепло вимушеною конвекцією. Такі теплові акумулятори можуть бути спроектовані за схемою прямотоку або протитоку. В першому випадку використовується один бак із гарячим ТАМом, а в другому – два баки – з гарячим та холодним ТАМом [23,24].

За рахунок теплоємності зберігається тепло і в акумуляторах пасивного типу. В таких системах в якості ТАМу може буде використана вода, гравій,



пісок, галька, бетонні блоки, металеві конструкції тощо. За подібним принципом спроектований тепловий акумулятор діючої ПЦС Airlight Energy Ait-Baha (Марокко), в якому теплота запасасться у скельних породах [25]. Теплоємнісні акумулятори пасивного типу прості у виготовленні, нетоксичні, не потребуються додаткових систем підкачки, мають низьку вартість, але їх ємність напряму залежить від фізичного об'єму ТАМу. Для отримання стабільного теплопостачання в ПЦС великої потужності необхідні дуже значні об'єми ТАМу та коштовна система його теплової ізоляції, що, як правило, складно забезпечити. Ці недоліки відсутні у фазоперехідних теплових акумуляторах, в яких теплота  $Q$  накопичується не тільки за рахунок теплоємності, а і за рахунок прихованої теплоти фазового переходу  $\gamma$ :

$$Q = mC_p\Delta T_{IN} + m\gamma + mC_p\Delta T_F ,$$

де  $mC_p\Delta T_{IN}$  – підвищення початкової температури ТАМу  $T_{IN}$  масою  $m$  за рахунок теплоємності  $C_p$ ;  $m\gamma$  – виділення (поглинання) прихованої теплоти фазового переходу;  $mC_p\Delta T_F$  – підвищення температури ТАМу за рахунок теплоємності під час фазового переходу.

Як видно зі схеми на рис.1.4, у фазоперехідних теплових акумуляторах може використовуватися прихована теплота фазового переходу “рідина – газ”, “тверде тіло – тверде тіло”, але найбільші перспективи мають системи, в яких теплота запасасться через фазовий перехід “тверде тіло – рідина”. Серед **основних переваг фазоперехідних теплоаккумуляторів “тверде тіло - рідина”** слід відмітити:

- високу щільність енергії, яка запасасться завдяки додатковому поглинанню або виділенню теплоти фазового переходу ТАМу;

- компактний розмір;
- екологічну чистоту;
- безшумне функціонування;
- відсутність рухомих елементів, що підвищує надійність;
- невисоку вартість більшості фазоперехідних ТАМів;
- оберненість процесу зарядки – розрядки;
- відсутність деградації в ТАМах після великої кількості циклів зарядки – розрядки;
- хімічну нейтральність більшості ТАМів.

Крім того, процес плавлення – затвердіння триває при строго фіксованій температурі, що гарантує безперебійну роботу системи перетворення.

Не зважаючи на суттєві переваги, спосіб акумулювання на основі фазового переходу ще не має широкого промислового втілення. Це пов'язано із об'єктивними складнощами, що виникають при проектуванні фазоперехідних акумуляторів, умовами узгодження їх роботи із системами прийому та перетворення тепла.

Існує велика кількість конструктивних рішень теплових фазоперехідних акумуляторів. Такі пристрої проектуються на відповідний температурний рівень, що дорівнює температурі фазового переходу ТАМу. При середніх температурах ( $100^{\circ}\text{C}$  –  $500^{\circ}\text{C}$ ), які є характерними для ПЦС, найчастіше використовуються солі лужних металів та їх евтектичні суміші [26].

В таблиці 1.1 наведено приклади неорганічних та органічних фазоперехідних ТАМів, які можна вважати перспективними для використання в ПЦС.

Таблиця 1.1

Тип ТАМу	Температура плавлення, °С	Питома теплота фазового переходу, кДж/кг
Неорганічні ТАМи		
$\text{KNO}_3 / \text{NaNO}_3$ (40/60), [27]	220	202
$\text{NaNO}_3$ , [28]	306	172
$\text{KNO}_3 / \text{KCl}$ , (95.5/4.5), [28]	320	74
$\text{KNO}_3$ , [28]	335	95
$\text{KOH}$ , [28]	360	134
$\text{MgCl}_2 / \text{KCl} / \text{NaCl}$ , (60 /20.4 /19.6), [28]	380	400
Органічні ТАМи		
Пентаерітріт PE ( $\text{C}(\text{CH}_2\text{OH})_4$ ), [29]	260	36.9

Більш детальна інформація щодо теплофізичних властивостей фазоперехідних ТАМів різного температурного рівня наведено в огляді [30].

Незалежно від температурного рівня фазоперехідного теплового акумулятора при його проектуванні стає задача максимально ефективно задіяти всі теплові ефекти, що виникають при зміні фаз відповідної речовини, а саме, теплопровідність в рідкій та твердій фазах, вільну конвекцію в рідкій фазі розплаву, вимушену конвекцію або випромінювання, які можуть діяти на границях [31]. Ці ефекти повинні посилювати головний теплофізичний ефект, що покладено в основу створення подібних теплообмінних апаратів, а саме, максимальне повне використання теплоти фазового переходу відповідного ТАМу.

Головною перешкодою, що виникає під час розробки ефективних дизайнерських рішень для теплових фазоперехідних акумуляторів, є низьке

значення коефіцієнту теплопровідності більшості ТАМів. Для зниження впливу цього фактору важливо, щоб площа теплообміну між ТАМом та теплоносієм була якомога більшою. Тому такі теплообмінні апарати, як правило, мають кожухотрубну конструкцію, яка є найбільш оптимальною відповідно даного критерію [32].

На рис.1.5. показана узагальнена схема кожухотрубного теплообмінного апарату, який може використовуватися як тепловий акумулятор ПЦС [33].

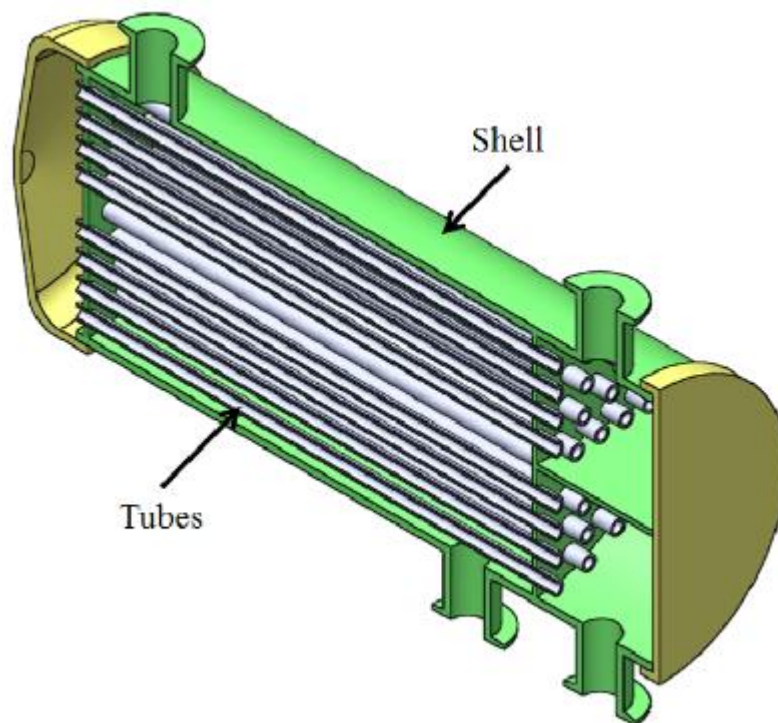


Рис.1.5. Узагальнена схема кожухотрубного теплового акумулятора [33]

ТАМ у наведеній на рис.1.5 схемі теплового акумулятора може розташовуватися

- в трубах і омиватися теплоносієм, який тече в просторі між трубами;
- в міжтрубному просторі, скрізь який проходять труби з теплоносієм;
- за принципом “труба в трубі”.

Саме схема “труба в трубі” була обрана в якості базової для дослідження в даній роботі. Така схема може мати два дизайнерських рішення. На рис. 1.6. показані ці рішення, де, в одному випадку, теплоносій тече в трубі, яка розташована в середині шару ТАМу, а в іншому випадку труба з ТАМом знаходиться в середині та омивається теплоносієм.

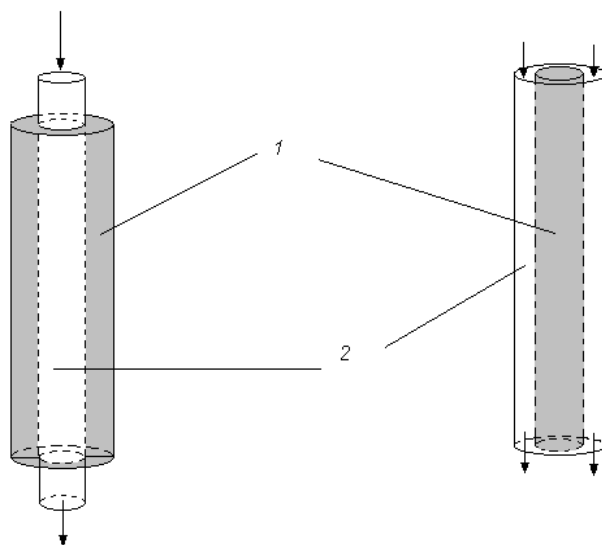


Рис.1.6. Дві компоновки схеми “труба в трубі”: 1 – ТАМ, 2 – теплоносій.

Для визначеності в якості фізичної моделі в подальшому дослідженні обрано перший варіант дизайну типу “труба в трубі”, а саме, одиничний циліндричний елемент фазоперехідного кожухотрубного теплоаккумулятора з ТАМом містить в середині циліндричний канал з теплоносієм. Такий елемент функціонує у двох режимах – режим зарядки або режим розрядки. На режимі зарядки шар ТАМу знаходиться в твердій фазі. На вхід в канал подається теплоносій з температурою, яка перевищує температуру фазового переходу ТАМу. Теплоносій передає тепло вимушеною конвекцією ТАМу і нагріває його. Як тільки температура ТАМу стає вище температури фазового переходу, ТАМ починає плавитись. Таким чином, тепло від теплоносія витрачається не тільки

на підігрів ТАМу (теплоємність), а і на здійснення фазового переходу (акумуляція теплоти фазового переходу). Коли увесь об'єм ТАМу розплавиться, зарядка теплового акумулятора завершується. На режимі розрядки вважається, що температура теплоносія є меншою за температуру фазового переходу ТАМу. Тому теплота, яка зберігається в ТАМі, передається теплоносію і нагріває його. При цьому ТАМ охолоджується і твердіє. Після того, як увесь об'єм ТАМу затвердіє, розрядку теплоакумулятора можна вважати завершеною. Таким чином, теплоакумулятор функціонує в циклічному режимі. Але, якщо вважати, що первинним джерелом тепла для теплоносія служить Сонце, яке має нерівномірне надходження, то періоди зарядки – розрядки стають циклічними, але нерівномірними, що ускладнює дослідження подібних пристроїв.

Ще одною важливою проблемою, яка виникає під час дослідження теплових акумуляторів для ПЦС є те, що вони проектується на відповідний температурний рівень, якій дорівнює температурі циклу перетворення. Тобто теплоносії на виході із каналу теплоакумулятора повинен мати постійну температуру, що забезпечує стабільне функціонування системи перетворення. Для цього обирається тип ТАМу з температурою фазового переходу, яка дорівнює температурі перед турбіною в циклі перетворення. Геометрія одиничного циліндричного елемента теплоакумулятора повинна бути такою, щоб на виході температура теплоносія дорівнювала температурі фазового переходу ТАМа. При таких умовах очевидно, що задачі про рух теплоносія та плавлення ТАМу повинні розв'язуватись разом, у спряженій постановці.

Крім сформульованих вище задач, незалежно від дизайну фазоперехідного теплового акумулятора ПЦС, існують загальні проблеми, які необхідно враховувати під час проведення дослідження подібних пристроїв. Серед таких проблем слід відмітити такі:

- нерівномірне надходження теплової енергії від Сонця;

- нерівномірний розподіл температур в ТАМі під час процесів зарядки – розрядки;
- низький коефіцієнт теплопровідності ТАМів.

Ці проблеми розв’язуються на основі оптимізації температурного режиму, геометричних та динамічних параметрів акумулятора, а саме:

- модифікацією дизайну та застосуванням різних додаткових включень в теплоносій або в ТАМ для інтенсифікації теплообміну – ребра, гвинтові турбулізатори та ін.;
- включенням наночастинок в ТАМ та в теплоносій;
- використанням каскадних теплових акумуляторів;
- варіаціями температурними та швидкісними показниками теплоносія.

Перелічені методи удосконалення параметрів теплових акумуляторів ПЦС є головною темою більшості сучасних наукових досліджень, огляд яких наведено нижче.

#### **1.4. Методи інтенсифікації тепломасообміну в теплових акумуляторах фазового переходу “тверде тіло - рідини” сонячних параболоциліндричних станцій**

До першої групи методів інтенсифікації теплообміну в фазоперехідних теплових акумуляторах “тверде тіло – рідина” відносяться методи, пов’язані із включенням в ТАМ додаткових елементів, які сприятимуть підвищенню його теплопровідності. В роботі [34] досліджуються енергетичні показники циліндричного кожухотрубного теплоакумулятора з круговими ребрами, які додані в ТАМ. Методами CFD моделювання визначено, що включення кругових ребр може зменшувати середній час зарядки – розрядки майже на 70%.

Ефективність додавання гвинтових та осьових ребр в ТАМі вертикально орієнтованого кожухотрубного теплоаккумулятора доведена в [35]. Числові результати показали, що загальний час плавлення ТАМу з гвинтовими ребрами на 21.5% менший, ніж у ТАМа з осьовими ребрами. Суттєво покращують теплообмін в ТАМі повздовжні металеві трубки та ребра. В [36] показано, що використання таких вставок покращує теплопередачу в ТАМі більш ніж на 50%.

Числові дослідження, які проведені в [37], показали, що зміна дизайну теплоаккумулятора шляхом додавання в ТАМ кутових металевих ребр зменшує час плавлення на 55.41% та мінімізує нерівномірність розподілу температур в ТАМі. Для покращення теплопередачі в ТАМі, крім металевих ребр, можна використовувати керамічні вставки різних форм та розмірів. CFD моделювання на основі ANSYS Fluent, яке проведене в [38], вказує на 52% зменшення часу затвердіння ТАМу із керамічними вставками у порівнянні з чистим ТАМом.

Дев'ять типів вставок в ТАМ для теплового акумулятора типу “труба в трубі” досліджувалось в [39]. Порівняльний аналіз CFD результатів показав загальне зменшення часу плавлення ТАМу від 53% до 76% в залежності від типу та дизайну вставки.

Покращення теплопередачі в ТАМі може бути досягнуте через зміну традиційної конструкції теплоаккумулятора. Напівкруглий кожухотрубний теплоаккумулятор досліджувався в [40], а конусний – в [41]. Визначено, що в теплоаккумуляторі напівкруглої форми теплова ефективність може бути покращена на 25% у порівнянні з теплоаккумулятором традиційної циліндричної форми. Покращення теплосберігаючих властивостей спостерігалось і в конусних теплоаккумуляторах.

**До другої групи методів підвищення ефективності теплообміну в фазоперехідних теплоаккумуляторах відноситься додавання наночастинок в**



ТАМ або в теплоносії. Існує багато досліджень, які доказують покращення теплопередачі в матеріалах шляхом додавання в них наночастинок інших матеріалів [42,43,44]. Під час дослідження різних типів нанопокращених ТАМів, яке описане в [45], виявлено підвищення їх теплової ефективності до 24.6%. Отримані в [46] результати показують зменшення часу зарядки теплового акумулятора на 66.6% шляхом додавання в ТАМ наночастинок.

Для інтенсифікації теплопередачі можна використовувати комбінацію нанопокращених ТАМів із ребрами або іншими включеннями. В [47] досліджувався горизонтальний кожухотрубний теплоакумулятор із повздовжніми ребрами та ТАМом, в який додали наночастинок оксиду титану  $\text{TiO}_2$ . Результати свідчать про те, що використання ребр в ТАМі зменшує час плавлення від 54% до 76%, в той час коли додавання наночастинок  $\text{TiO}_2$  зменшує цей час від 6% до 8%.

**До третьої групи методів підвищення** теплозберігаючих показників фазоперехідних теплоакумуляторів відноситься використання комбінованих каскадних систем, в яких необхідна температура на виході та рівномірний фронт плавлення забезпечується шляхом використання ТАМів із різною температурою фазового переходу [28,48]. Такі теплоакумулятори мають більш складний дизайн, в якому враховується специфіка фазоперехідних процесів в кожному з ТАМів. Методи оптимізації каскадних теплоакумуляторів на сьогодні розроблені лише на початкових рівнях і, як правило, вивчаються разом із оптимізацією температурних (початкова температура на вході) та динамічних (швидкість теплоносія) характеристик теплоносія [49,50].

Три перелічених вище метода підвищення теплопередачі у фазоперехідних теплоакумуляторах мають один суттєвий недолік – вартість. Проведені в [51,52] дослідження економічної ефективності подібних систем

свідчать про те, що енергетична ефективність може бути забезпечена лише у випадку, коли відношення цін між виготовленням додаткових елементів та чистим ТАМом не перевищує 6. На жаль, таке співвідношення дуже складно забезпечити, бо надійні технології удосконалення дизайну складні і тому досить коштовні.

Більш економічно доцільними та не менш енергетично ефективними є методи інтенсифікації теплообміну в ТАМі, які можна віднести до **четвертої групи**. Ця група методів базується на виборі найбільш раціональних температурних та динамічних параметрів теплоносія або варіаціях цих параметрів. Це мінімізує час зарядки – розрядки теплового акумулятора, робить рівномірним рух границі розподілу фаз в ТАМі, що забезпечує теплову стабільність та необхідний температурний режим пристрою [53,54].

Вплив зміни швидкості теплоносія та його початкової температури на енергетичні показники фазоперехідного теплоакумулятора з  $\text{NaNO}_3/\text{KNO}_3$  ТАМом експериментально досліджувався в [55]. В ході експериментів було виявлено, що ефективність акумулювання зростає від 29.7% до 52.8% при зменшенні початкової температури від  $210^\circ\text{C}$  до  $190^\circ\text{C}$ . Оптимізація температурних та динамічних параметрів фазоперехідного теплоакумулятора проводилась в [56]. Експерименти, що проводились із декількома типами ТАМів, виявили найбільш придатні параметри теплоносія для кожного з ТАМів. В [57] динамічні та температурні варіації в кожухотрубному фазоперехідному теплоакумуляторі досліджувались разом із параметрами сучасної сонячної термодинамічної станції з параболоциліндричними концентраторами. Дослідження проводилось в режимі реального часу з природними змінами сонячної радіації. Доказано, що теплова потужність теплоакумулятора при змінній радіації суттєво знижується і має малопрогнозоване значення. Автори

пропонували стабілізувати роботу теплоаккумулятору шляхом організації нерівномірній подачі теплоносія в канал.

Наведений вище огляд показує, що фазоперехідні теплоаккумулятори є перспективними системами термостабілізації та збереження теплової енергії і процеси, які в них мають місце, активно досліджуються в світі. Незважаючи на це, в ході аналізу виявлено, що в більшості проведених досліджень процеси теплообміну в ТАМі і теплоносії розглядались окремо, базуючись на експериментальних даних або на теоретичних даних, отриманих на основі спрощених 1D моделей чи на основі кошовних CFD пакетів із закритим кодом. Це не дозволяє визначити взаємний вплив параметрів теплоносія і ТАМу, що ускладнює пошук найбільш раціональних геометричних, динамічних та енергетичних характеристик фазоперехідних акумуляторів. Тому в даній роботі пропонується підхід, який дозволяє одночасно моделювати взаємопов'язані теплообмінні процеси, що одночасно відбуваються в теплового акумуляторі. Для реалізації такого підходу в ході проведення дослідження поставлені та розв'язані наступні наукові задачі:

- розроблена та верифікована спряжена 3D математична модель енергообміну в фазоперехідному теплового акумуляторі типу “труба в трубі”, яка складається із нестационарної задачі Стефана для шару ТАМу та квазістационарної нелінійної задачі про конвективний теплообмін в потоці теплоносія;
- обґрунтовано вибір методу уявленої теплоємності для врахування теплоти фазового переходу при моделюванні задачі Стефана;
- розроблено метод врахування вільної конвекції в розплаві ТАМу та визначено вплив вільної конвекції на теплообмін в шарі ТАМу;
- розроблений комп'ютерний алгоритм та створена програма розрахунку для визначення температурних полів в шарі ТАМу та в потоці теплоносія;

- проведений параметричний аналіз та розроблені методи керування потоком теплоносія, що сприяють покращенню теплообміну в шарі ТАМу;
- проведена термодинамічна оптимізація теплового акумулятора типу “труба в трубі” великої довжини.

### **Висновки до розділу 1**

1. Проведена систематизація систем акумулювання енергії за фізичною суттю, окреслені типи та перспективи використання систем акумулювання в сонячних енергетичних системах.

2. Проаналізовані типи теплового акумулювання в сонячних параболоциліндричних станціях, визначені переваги теплового акумулювання із фазовим переходом “тверде тіло – рідина”.

3. Обґрунтовано вибір фізичної моделі фазоперехідного теплового акумулятора для ПЦС, проведено огляд можливих типів ТАМів, які можуть використовуватись в таких системах.

4. Визначені основі технологічні проблеми, що виникають під час функціонування фазоперехідних теплових акумуляторів, окреслені та систематизовані підходи до їх подолання.

5. Проаналізовані методи дослідження теплообмінних процесів, що відбуваються у фазоперехідних теплових акумуляторах. На основі проведеного аналізу сформульовані основі задачі, що необхідно розв’язати в даній роботі.

## 2. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛООБМІНУ В ОДИНИЧНОМУ ЕЛЕМЕНТІ ФАЗОПЕРЕХІДНОГО ТЕПЛОВОГО АКУМУЛЯТОРА “ТВЕРДЕ ТІЛО - РІДИНА”

Комп'ютерне моделювання процесів, що протікають в кожухотрубному фазоперехідному теплоаккумуляторі проводилось для одиничного елемента дизайну типу “труба в трубі”. На рис. 2.1. показана позамасштабна схема такого одиничного елемента.

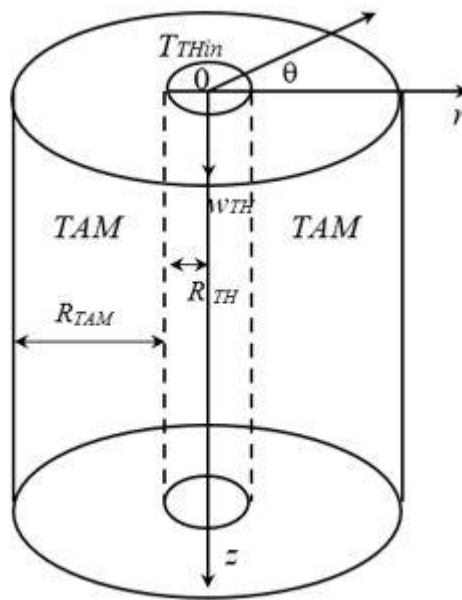


Рис.2.1. Одиничний елемент теплоаккумулятора типу “труба в трубі”

На вхід в канал вертикально розташованого теплоаккумулятора подається теплоносіє, температура якого залежить від режиму роботи пристрою. Якщо теплоаккумулятор знаходиться на режимі зарядки, то весь об'єм ТАМу перебуває в твердому стані і температура теплоносія перевищує температуру фазового переходу ТАМу. Теплоносіє віддає теплоту вимушеною конвекцією ТАМу, в шарі якого тепло передається теплопровідністю. Коли температура в

ТАМі перевищує температуру фазового переходу починається процес плавлення. З часом товщина розплавленого шару збільшується і в ньому, крім теплопровідності, починає діяти вільна конвекція, яка інтенсифікує процеси теплообміну в ТАМі. При цьому температура теплоносія на виході зменшується, що призводить до нерівномірного розподілу між твердою і розплавленою фазами ТАМу – границя розподілу фаз непаралельна осі каналу.

На режимі розрядки процес йде у зворотному напрямку. Вважається, що весь ТАМ знаходиться у розплавленому стані. На вхід в канал подається теплоносієм з температурою, яка нижче за температуру фазового переходу ТАМу. Протягом режиму розрядки ТАМ віддає тепло, яке запасене за рахунок фазового переходу та за рахунок теплоємності, теплоносію. Це тепло в теплоносії переноситься вимушеною конвекцією. Передбачається, що на виході теплоносієм прогрівається до температури, яка дорівнює температурі фазового переходу ТАМа.

Таким чином, у теплоаккумуляторі одночасно тривають процеси вимушеної конвекції теплоносія в каналі, теплопровідності, фазового переходу та вільної конвекції в ТАМі. Це процеси взаємопов'язані і тому повинні описуватися математичною моделлю в спряженій постановці, яка складається із рівняння енергії для ТАМу, рівняння енергії для теплоносія та умов ідеального теплового контакту на границі “ТАМ – теплоносієм”.

## **2.1. Загальна постановка задачі про фазовий перехід. Вибір математичного методу її розв'язання для систем теплової акумуляції**

Процес фазового переходу “тверде тіло – рідина”, що має місце в теплоаккумуляторах фазового переходу, описується нелінійною нестационарною математичною моделлю, в якій передбачається врахування зміни положення

границі розподілу фаз. Такий клас задач в математичній фізиці відноситься до задач типу Стефана, які в класичній одновимірній постановці складаються з двох нестационарних рівнянь теплопровідності із нелінійною умовою на границі розподілу фаз [58,59]:

$$\begin{cases} Cp_s \rho_s \frac{\partial T_s}{\partial \tau} = \lambda_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2}, & \tau > 0, 0 < x < \xi \\ Cp_l \rho_l \frac{\partial T_l}{\partial \tau} = \lambda_l \frac{\partial^2 T_l}{\partial x^2}, & \tau > 0, \xi < x < \infty \end{cases}, \quad (2.1.1)$$

$$\begin{aligned} \lambda_s \frac{\partial T_s(\xi, \tau)}{\partial x} - \lambda_l \frac{\partial T_l(\xi, \tau)}{\partial x} &= \gamma \rho_l \frac{\partial \xi}{\partial \tau}, \\ T_s(\xi, \tau) &= T_l(\xi, \tau) = T_{ph} = const \end{aligned} \quad (2.1.2)$$

де  $Cp_s, \rho_s, \lambda_s, T_s$  – питома теплоємність, щільність, теплопровідність та температура твердої фази;  $Cp_l, \rho_l, \lambda_l, T_l$  – питома теплоємність, щільність, теплопровідність та температура твердої фази;  $T_{ph}$  – температура фазового переходу;  $\gamma$  – прихована теплота фазового переходу;  $\xi$  – положення границі розподілу фаз;  $x, \tau$  – координата та час, відповідно.

Наведена система рівнянь доповнювалась умовами на поверхні теплообміну

$$T_s(0, \tau) = \varphi(\tau), \quad (2.1.3)$$

умовами на нескінченності

$$\frac{\partial T_l(\infty, \tau)}{\partial x} = 0 \quad (2.1.4)$$

та початковими умовами

$$T_l(x, 0) = f(x). \quad (2.1.5)$$

Аналітичний розв'язок наведеної вище задачі Стефана можливо отримати лише з тривіальними граничними та початковими умовами, які практично не виникають у реальних задачах. Ці розв'язки (розв'язок Ляме і Клапейрона та розв'язок Стефана) містять спеціальні функції та передбачають проміжні ітераційні процедури, що ускладнює їх застосування на практиці [60].

Наближені інженерні розв'язки мають спрощений вигляд і не враховують складні взаємопов'язані теплообмінні процеси, що виникають під час фазового переходу в матеріалі [61,8].

Тому єдиним методом розрахунку подібних задач є числовий метод з подальшим аналізом, тестуванням та верифікацією отриманих результатів. Слід відмітити, що під час побудови числових алгоритмів також виникають об'єктивні труднощі, які пов'язані з тим, що на границі фазового переходу теплофізичні властивості ТАМу зазнають розриву. Крім того, виникають труднощі із врахування динаміки руху нескінченно тонкої границі розподілу фаз, де виділяється або поглинається теплота фазового переходу. Для подолання цих проблем розробляються числові методи, які умовно можна поділити на дві великі групи – із фіксованою розрахунковою сіткою та зі змінною розрахунковою сіткою.

При фіксованій сітці просторова та часова області поділяються вузлами на кінцеві інтервали і вважається, що рухома границя розподілу фаз лежить у відповідний час між сусідніми вузлами, в яких матеріал має різний агрегатний стан. При змінній сітці передбачається її перебудова в залежності від місцезнаходження границі розподілу фаз. Очікується, що рухома межа твердіння та плавлення лежить між двома сусідніми точками сітки, які в певний час мають різні фази.



Методи розрахунку задачі Стефана на змінній сітці характерні для більш ранніх наукових досліджень. В роботах [62,63] обиралась нерівномірна, але фіксована просторова сітка, а крок часової сітки змінювався так, щоб границя розподілу фаз завжди проходила через вузли просторової сітки. Перебудова часової сітки на кожному просторовому кроці із урахуванням границі розподілу фаз здійснювалась також в роботах [64,65]. В роботі [66] для підвищення точності запропоновано явний числовий алгоритм з критичним перетворенням як просторових, так і часових координат в залежності від положення границі розподілу фаз. Нерівномірна динамічна розрахункова сітка особливого типу запропонована в [67]. Кожен крок сітки обирався на основі нового розрахунку системи різницевих рівнянь, що передбачало значні витрати часу та потужності комп'ютера.

Алгоритмічні складнощі, що виникають при моделюванні задачі Стефана на змінній нерівномірній сітці, привели до того, що подібні методи мало використовуються на практиці. Більш популярними є методи розрахунку задачі Стефана на фіксованій сітці. Цей клас методів базується на використанні ентальпійного підходу, в якому рівняння теплопровідності або рівняння енергії розв'язується із використанням моделі, що зв'язує ентальпію та температуру. При ентальпійному підході матеріал із фазовим переходом розглядається як єдина енергетична субстанція, без чіткого розділення на тверду та рідку фазу. Таким чином, неявно враховуються специфічні граничні умови на границі фазового переходу. Крім того, при використанні ентальпійного підходу існує можливість розрахунку багатосфорової системи, коли в одному об'ємі існує декілька границь розподілу фаз.

Ентальпійний метод має деякі різновиди, які систематизовані на рис. 2.2.



Рис. 2.2. Числові методи розв'язання задачі Стефана

Слід відмітити, що перелічені вище різновиди ентальпійного метода однакові за сутністю і відрізняються лише за формою перетворення рівнянь. Математична суть метода міститься в тому, що два рівняння теплопровідності (2.1.1) та гранична умова на границі розподілу фаз (2.1.2) зводяться до одного рівняння теплопровідності для багатошарового тіла з функцією теплового джерела виду:

$$Cp(T)\rho(T)\frac{\partial T}{\partial \tau} = \text{div}(\lambda \text{grad} T) + q(T). \quad (2.1.6)$$

При такому перетворенні прихована теплота фазового переходу включається або в джерельний член (джерельний ентальпійний метод), або в член лівої частини рівняння (2.1.6) (базовий ентальпійний метод, метод ефективної та уявної теплоємності).

Запропонований математичний підхід є фізичним за своєю суттю, бо підтверджується експериментальними даними [68,69]. В цих та в багатьох інших дослідженнях доказано, що реальний процес плавлення – затвердіння здійснюється не в нескінченно тонкій області, а в області кінцевих розмірів, яка містить суміш рідкої та твердої фази матеріалу.

Така двофазна зона – “mushy” зона, що схематично зображена на рис.2.3, умовно відділяється від твердої фази температурою солідусу  $T_{sol}$ , а від рідкої фази – температурою ліквідусу  $T_{liq}$ .

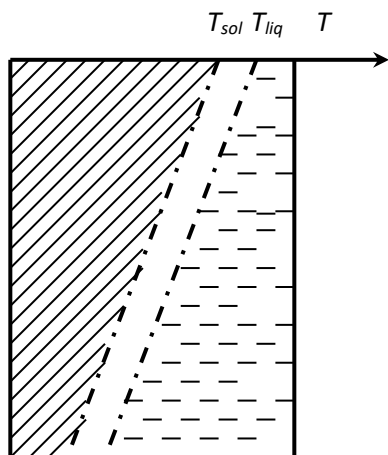


Рис.2.3. Схема процесу фазового переходу

Обираючи метод уявної теплоємності в якості основного метода дослідження будемо вважати, що відносна кількість твердої фази  $V_s$ , яка знаходиться в межах двофазної зони об'ємом  $V_0$ , визначається як  $\frac{V_s}{V_0} = \psi(T)$ . Це

співвідношення змінюється за часом, тому  $\frac{d\psi}{d\tau} = \frac{d\psi}{dT} \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau}$ . Після додавання значення прихованої теплоту фазового переходу до лівої частини рівняння (2.1.6)

$$Cp(T)\rho(T)\frac{\partial T}{\partial \tau} + \gamma\rho(T)\frac{d\psi}{dT}\frac{\partial T}{\partial \tau} = \text{div}(\lambda \text{grad}T)$$

та приведення подібних, маємо рівняння теплопровідності для проміжної “mushy” зони:

$$\left( Cp(T)\rho(T) + \gamma\rho(T)\frac{d\psi}{dT} \right) \frac{\partial T}{\partial \tau} = \text{div}(\lambda \text{grad}T). \quad (2.1.7)$$

Для загальної математичної постановки задачі Стефана вводиться поняття ефективної теплоємності  $Cp_{ef}(T)$ , ефективної густини  $\rho_{ef}(T)$  та ефективної теплопровідності  $\lambda_{ef}(T)$ . Тоді єдине рівняння теплопровідності для трьох шарів матеріалу при фазовому переході можна записати у вигляді:

$$Cp_{ef}(T)\rho_{ef}(T)\frac{\partial T}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\lambda_{ef} \operatorname{grad} T), \quad (2.1.8)$$

де

$$Cp_{ef}(T) = \begin{cases} Cp_l(T), & \text{якщо } T > T_{liq} \\ Cp_{ph}(T) - \gamma \frac{d\psi(T)}{dT}, & T_{liq} > T > T_{sol} \\ Cp_s(T), & \text{якщо } T < T_{sol} \end{cases} \quad (2.1.9)$$

$$\rho_{ef}(T), \lambda_{ef}(T) = \begin{cases} \rho_l(T), \lambda_l(T), & \text{якщо } T > T_{liq} \\ \rho_{ph}(T), \lambda_{ph}(T), & T_{liq} > T > T_{sol} \\ \rho_s(T), \lambda_s(T), & \text{якщо } T < T_{sol} \end{cases} \quad (2.1.10)$$

Окремим питанням залишається пошук значення величини темпу кристалізації  $-\frac{d\psi(T)}{dT}$ . Цю величину визначають або експериментально, або теоретично на основі уявлень про характер фазового переходу конкретного матеріалу [70]. Зокрема, коли лінії ліквідусу і солідусу паралельні одна одній, то темп кристалізації можна виразити простою формулою [71]:

$$-\frac{d\psi(T)}{dT} = \frac{1}{T_{liq} - T_{sol}}. \quad (2.1.11)$$

Таким чином, система співвідношень (2.1.8) – (2.1.11) визначає метод уявленої теплоємності, який буде основним методом моделювання теплового режиму ТАМу в даному дослідженні.

Метод уявленої теплоємності широко використовується для розрахунку фазоперехідних процесів та пристроїв на їх основі, в тому числі і систем теплового акумулювання. В роботі [72] досліджувався кожухотрубний фазоперехідний теплообмінник для нагріву/охолодження повітря. Автори побудували 3D модель на основі методу уявленої теплоємності для ТАМу, в якості якого обирався парафін. Задача розв’язувалась у спряженій постановці з використанням стандартного CFD пакету ANSYS Fluent.

CFD аналіз на основі методу уявленої теплоємності був також проведений в [73] для охолодження електронного модуля з використання прихованої теплоти фазового переходу. Результати спряженої задачі отримані для різних типів граничних умов з використанням ANSYS Fluent. 2D модель на основі методу уявленої теплоємності було побудовано в [74] для розрахунку можливості використання фазоперехідних ефектів у будівництві. З використанням ANSYS Fluent моделювався прямокутний елемент конструкції з RT-27 парафіном у якості ТАМу. Парафін в якості ТАМу щільного фазоперехідного теплового акумулятора досліджувався також у роботі [7]. Числові дослідження, які проведені на основі методу уявленої теплоємності з використанням власного програмного коду, були підтверджені експериментальними даними. Задовільний збіг результатів свідчив про адекватність метода, моделі та алгоритму.

Фазовий перехід в шарі пінополіуретанового ТАМу, що служить для збереження холоду, досліджувався на основі методу уявленої теплоємності в [75]. Товщину шару ТАМу було визначено з використанням спряженої 3D моделі, яка розв’язувалась на ANSYS Fluent. ТАМ на основі натрію ацетату для

збереження тепла в сонячних водонагрівачах досліджувався методом уявленої теплоємності в [76]. Розроблена неспряжена 1D модель враховувала лише загальні інтегральні енергетичні параметри трьох типів пристроїв, але не дозволяла виявити динаміку фазоперехідних процесів в них.

Мультифізичний пакет COMSOL Multiphysics було використано в [77] для 2D моделювання фасадних систем з фазоперехідним матеріалом у вигляді керамічної піни. Задача Стефана розв'язувалась у спряженій постановці методом уявленої теплоємності. Теплоаккумулятор для систем теплопостачання, вентиляції та кондиціювання повітря досліджувався в [78] методом уявної теплоємності. 2D моделювання, яке проводилось на основі пакету COMSOL Multiphysics, дозволило визначити температурні поля та час затвердіння в ТАМах, в якості яких виступали суміш солів та вода. ТАМ типу ENERGAIN®, який передбачається для використання в будівництві, досліджувався на основі метода уявленої теплоємності з використанням MATLAB R2013a та COMSOL Multiphysics в [79]. Проведений 3D спряжений аналіз дозволив визначити енергетичні параметри системи “ENERGAIN® – повітря” з точки зору оптимального часу затвердіння – плавлення.

Фазовий перехід у парафіновому ТАМі для охолодження Li-FePO<sub>4</sub> батарей моделювався методом уявної теплоємності в [80]. Реалізації 3D спряженої моделі на основі COMSOL Multiphysics була направлена на визначення параметрів ТАМу та теплоносія, які забезпечують термостабілізацію батареї. Промислові програмні пакети ANSYS CFX та Energy Plus використовувались для отримання розв'язку задачі Стефана методом уявленої теплоємності в [81]. Автори пропонували використовувати спеціальний БіоТАМ, який міститься в циліндричному теплоаккумуляторі, для теплопостачання житлового будинку. Проведене 3D моделювання в спряженій поставці показало, що включення фазоперехідного теплоаккумулятора в теплову

схему призводить до значного зниження температури пікового навантаження будівлі. Неорганічні солі та гідрати досліджувались в якості ТАМів для теплоаккумуляторів систем теплопостачання в [82]. Спряжена 2D задача Стефана розв'язувалась для прямокутної області методом уявленої теплоємності. Моделювання, яке проведене на основі ANSYS-CFX, показало залежність температури ТАМів та повітря в приміщенні від температури та швидкості повітря на вході в теплоаккумулятор.

Таким чином, наведений вище огляд показує, що метод уявленої теплоємності є досить популярним під час дослідження задачі Стефана. Моделювання фазового переходу в наведених роботах, як правило, відбувалось у спряженій постановці, яка характерна для теплообмінних апаратів різного типу. Але майже всі дослідження проводились із використанням кошовних стандартних CFD пакетів, код яких є закритим. Це не дозволяє детально визначити взаємозв'язок параметрів у твердій та рідкій фазах, прослідкувати динаміку руху границі розподілу фаз, вплив параметрів теплоносія на енергетичні характеристики ТАМу та інші важливі ефекти, які виникають під час функціонування теплоаккумуляторів сонячних енергетичних систем. Розв'язки в одновимірній постановці також є неповними, бо дають можливість визначити лише деякі інтегральні показники теплоакуючих пристроїв, які мало придатні для проектування реальних систем. Тому **актуальною науковою задачею** є створення адекватної спряженої 3D математичної моделі взаємопов'язаних процесів фазового переходу і течії теплоносія, що мають місце в фазоперехідному теплоаккумуляторі, розробка на основі такої моделі числового алгоритму та власного програмного коду для моделювання процесів у пристрої. Аналіз результатів моделювання буде направлений на визначення основних співвідношень між параметрами системи, що дозволить обрати серед них найбільш раціональні з точки зору геометрії, динаміки та енергетики.

## 2.2. Спряжена математична модель теплопереносу в елементі фазоперехідного теплоаккумулятора типу “труба в трубі”

В основу розробки нестационарного 3D рівняння енергії для ТАМу покладено метод уявної теплоємності, який детально викладений в підрозділі 2.1. Для математичного опису теплообміну в ТАМі були введені деякі припущення, а саме:

- ТАМ є однорідним та ізотропним;
- теплофізичні властивості ТАМу не залежать від температури, але різні для кожної з фаз (твердої, рідкої та “mushy”);
- теплопровідність стінок каналу не враховувалась;
- втрати в навколишнє середовище не враховувались (адіабатичні граничні умови на зовнішніх границях елементу);
- теплофізичні властивості ТАМу в “mushy” зоні розраховувались як середні арифметичне між теплофізичними властивостями в твердий та рідкій фазах.

З урахуванням цих припущень, рівняння енергії для ТАМу в циліндричній системі координат приймає вигляд:

$$Cp_{ef}(T_{TAM})\rho_{ef}(T_{TAM})\frac{\partial T_{TAM}(r,\theta,z,\tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\lambda_{ef}(T_{TAM})\frac{\partial T_{TAM}(r,\theta,z,\tau)}{\partial r}) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \theta}(\lambda_{ef}(T_{TAM})\frac{\partial T_{TAM}(r,\theta,z,\tau)}{\partial \theta}) + \lambda_{ef}(T_{TAM})\frac{\partial^2 T_{TAM}(r,\theta,z,\tau)}{\partial z^2}, \quad (2.2.1)$$

де



$$Cp_{ef} = \begin{cases} Cp_l, & \text{якщо } T_{TAM} > T_{liq} \\ \frac{Cp_l + Cp_s}{2} + \gamma \frac{1}{T_{liq} - T_{sol}}, & \text{якщо } T_{liq} > T_{TAM} > T_{sol}, \\ Cp_s, & \text{якщо } T_{TAM} < T_{sol} \end{cases} \quad (2.2.2)$$

$$\rho_{ef}(T_{TAM}) = \begin{cases} \rho_l(T_{TAM}), & \text{якщо } T_{TAM} > T_{liq}, \\ \frac{\rho_l(T_{TAM}) + \rho_s(T_{TAM})}{2}, & \text{якщо } T_{liq} > T_{TAM} > T_{sol}, \\ \rho_s(T_{TAM}), & \text{якщо } T_{TAM} < T_{sol} \end{cases} \quad (2.2.3)$$

$$\lambda_{ef}(T_{TAM}) = \begin{cases} \lambda_l(T_{TAM}), & \text{якщо } T_{TAM} > T_{liq}, \\ \frac{\lambda_l(T_{TAM}) + \lambda_s(T_{TAM})}{2}, & \text{якщо } T_{liq} > T_{TAM} > T_{sol}, \\ \lambda_s(T_{TAM}), & \text{якщо } T_{TAM} < T_{sol} \end{cases} \quad (2.2.4)$$

В рівняннях (2.2.1) – (2.2.4)  $T_{TAM}$  – температура ТАМу; а  $Cp_l, \rho_l, \lambda_l$  – теплоємність, густина та теплопровідність рідкої фази ТАМу, відповідно;  $Cp_s, \rho_s, \lambda_s$  – теплоємність, густина та теплопровідність твердої фази ТАМу, відповідно.

Слід відмітити, що при фазовому переході врахування прихованого тепла визначається загальною зміною ентальпії в “mushy” зоні. Таким чином, при моделюванні можливо прийняти різні форми кривої уявленої теплоємності – прямокутні, трапецієподібні, трикутні та ін. [83]. Від обраної форми кривої залежить точність моделювання задачі Стефана на основі методу уявленої теплоємності. Іноді трикутний або кусковий профілі дають більш точні результати порівняно із трапецієподібними та прямокутними профілями [84,85,86], але, як правило, вид профілю обирається безпосередньо під час моделювання і напряму залежить від типу ТАМу.

Моделювання конвективного теплопереносу в теплоносії проводилось на основі загальної системи рівнянь Нав'є – Стокса в припущенні тонкого шару – швидкість теплоносія має лише одну ненульову компоненту  $w_z(r) = w(r) \neq 0$  [87].

Крім того, вводяться ще деякі додаткові припущення, які характерні для конвективного теплообміну в каналі теплоаккумулятора, а саме:

- течія теплоносія є квазістаціонарною;
- теплоносії розглядається як ньютонівська нестислива рідина;
- теплопровідність теплоносія в повздовжньому напрямку зневажливо мала у порівнянні з конвективним теплообміном.

З урахуванням цих припущень рівняння енергії для теплоносія має вигляд

$$Cp_{TH}(T_{TH})\rho_{TH}(T_{TH})w(r)\frac{\partial T_{TH}(r,\theta,z)}{\partial z} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\lambda_{TH}(T_{TH})\frac{\partial T_{TH}(r,\theta,z)}{\partial r}) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \theta}(\lambda_{TH}(T_{TH})\frac{\partial T_{TH}(r,\theta,z)}{\partial \theta}), \quad (2.2.5)$$

де  $T_{TH}$  – температура теплоносія, а  $Cp_{TH}, \rho_{TH}, \lambda_{TH}$  – теплоємність, густина та теплопровідність теплоносія, відповідно.

Умови спряження теплових потоків на границі між теплоносієм на ТАМом виражаються як умови ідеального теплового контакту (граничні умови четвертого роду) [88], які записуються в формі:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{TH}(T_{TH}) \frac{\partial T_{TH}(R_{TH}, \theta, z)}{\partial r} = \lambda_{TAM}(T_{TAM}) \frac{\partial T_{TAM}(R_{TH}, \theta, z)}{\partial r}, \quad \text{if } T_{TAM} < T_{ph} \\ \lambda_{TH}(T_{TH}) \frac{\partial T_{TH}(R_{TH}, \theta, z)}{\partial r} = \lambda_{TAM}(T_{TAM}) \frac{\partial T_{TAM}(R_{TH}, \theta, z)}{\partial r} + \\ + \alpha_{free}(r, z)(T_{TAM}(R_{TH}, \theta, z) - T_{ph}), \quad \text{if } T_{TAM} > T_{ph} \end{array} \right. , (2.2.6)$$

де  $\alpha_{free}$  – коефіцієнт тепловіддачі за рахунок вільної конвекції в рідкій фазі ТАМу.

Система рівнянь (2.2.1) – (2.2.6), яка доповнюється адіабатичними умовами на зовнішніх поверхнях та на осі потоку теплоносія, формує спряжену математичну модель теплообміну в одиничному циліндричному елементі типу “труба в трубі” фазоперехідного кожухотрубного теплоаккумулятора [89].

Наведена математична модель розв’язувалась числовим методом, для використання якого необхідно визначити додаткові дані для теплоносія та ТАМу на основі відповідних співвідношень.

### 2.3. Визначення профілю швидкості теплоносія та залежності теплофізичних властивостей теплоносія від температури

Як відмічалось вище, рівняння енергії для теплоносія будувалось в припущенні тонкого шару. Таке припущення залишає нетривіальними тільки два рівняння із системи рівнянь Нав’є – Стокса для нестисливої рідини – рівняння енергії та рівняння руху в осьовому напрямку. Якщо вважити течію теплоносія стабілізованою, тобто профіль швидкості теплоносія не змінюється по довжині труби і на нього мало впливає температурне поле, то рівняння руху теплоносія приймає вигляд:

$$\frac{1}{\rho_{TH}(T_{TH})} \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \left( \nu_{TH}(T_{TH}) + \varepsilon_{\sigma} \right) \frac{\partial w(r)}{\partial r} \right), \quad (2.3.1)$$

де  $\nu_{TH}$  – коефіцієнт кінематичної в'язкості теплоносія, м<sup>2</sup>/с;  $\varepsilon_{\sigma}$  – коефіцієнт турбулентного перенесення кількості руху, м<sup>2</sup>/с.

Рівняння (2.3.1) є вірним як для ламінарного режиму руху, так і для турбулентного. При ламінарному русі коефіцієнт турбулентного перенесення кількості руху  $\varepsilon_{\sigma} = 0$ . Це дає змогу визначити аналітичний вираз для профілю швидкості теплоносія. Проводячи подвійне інтегрування виразу (2.3.1) та підставляючи відповідні граничні умови, отримаємо квадратичний профіль швидкості виду

$$w(r) = 2\bar{w} \left( 1 - \frac{r^2}{R_{TH}^2} \right), \quad (2.3.2)$$

де  $\bar{w}$  – середня швидкість руху рідини в каналі, м/с.

Саме це значення профілю швидкості підставлялось в рівняння (2.2.5) при ламінарному русі теплоносія, тобто коли  $Re = \frac{\bar{w} \cdot 2R_{TH}}{\nu} \leq 2200$ .

Для турбулентної течії профіль швидкості визначати складніше. Значення коефіцієнту турбулентного перенесення кількості руху  $\varepsilon_{\sigma}$  у загальному випадку залежить від обраної моделі турбулентності. Але, при дослідженні течії в рамках моделі тонкого шару, часто використовують напівемпіричні співвідношення для профілю швидкості, які добре зарекомендували себе при моделюванні течії в каналах круглого перетину [90].

Для моделювання течії теплоносія було обрано підхід, запропонований Рейхардом [91]. При такому підході передбачається, що для визначення

коефіцієнту турбулентного перенесення кількості руху  $\varepsilon_\sigma$  потік поділяється на дві частини – шар біля стінки та ядро потоку.

Для шару біля стінки маємо:

$$\eta \leq 50 \quad \frac{\varepsilon_\sigma}{\nu_{TH}} = 0,4(\eta - 11th \frac{\eta}{11}), \quad (2.3.3)$$

а для ядра потоку:

$$\eta > 50 \quad \frac{\varepsilon_\sigma}{\nu_{TH}} = 0,133\eta(0,5 + \bar{R}^2)(1 + \bar{R}), \quad (2.3.4)$$

де  $\eta = \frac{v^* r}{\nu_{TH}}$  – безрозмірна відстань від стінки;  $v^* = \bar{w} \sqrt{\frac{\zeta}{8}}$  – так звана динамічна

швидкість;  $\zeta$  – коефіцієнт тертя;  $\bar{R} = \frac{r}{R_{TH}}$  – безрозмірна радіальна координата.

Співвідношення (2.3.3) та (2.3.4) використовувались разом із рівнянням (2.2.5) при перехідному та турбулентному режимах течії  $Re = \frac{\bar{w} \cdot 2R_{TH}}{\nu} > 2200$ .

При моделюванні течії теплоносія виникає ще одне важливе питання – залежність його теплофізичних властивостей від температури. Для кожного типу теплоносія це питання необхідно розв'язувати окремо [92].

В даному дослідженні в якості теплоносія передбачається використовувати класичну сонячну олію ПЦС Syltherm800. Для побудови числового алгоритму проведена апроксимація табличних експериментальних даних теплоємності, густини, теплопровідності та кінематичної в'язкості Syltherm800 у відповідному діапазоні температур, які наведені в [93].

Після проведення регресивного аналізу маємо такі функціональні залежності для питомої теплоємності теплоносія:

$$C_{p_{TH}}(T_{TH}) = 1108.16 + 1.707T_{TH}, \quad (2.3.5)$$

для густини теплоносія:

$$\rho_{TH}(T_{TH}) = 1264.6 - 1.05T_{TH}, \quad (2.3.6)$$

для коефіцієнту теплопровідності

$$\lambda_{TH}(T_{TH}) = 0.1946 - 0.0002T_{TH}, \quad (2.3.7)$$

для коефіцієнту кінематичної в'язкості:

$$\nu_{TH}(T_{TH}) = 0.0000423 - 2.0156 \cdot 10^{-7}T_{TH} + 3.2823 \cdot 10^{-10}T_{TH}^2 - 1.8 \cdot 10^{-13}T_{TH}^3. \quad (2.3.8)$$

## **2.4. Моделювання вільної конвекції в розплаві теплоакumuлюючого матеріалу**

Вибір проектних параметрів базової конструкції кожухотрубного теплоаккумулятора передбачає розрахунок раціональних геометричних розмірів одиничного елемента теплоакumuлюючого модулю, розрахунок витрати теплоносія для відповідної початкової температури та фіксованої температури фазового переходу ТАМу та ін. В цих розрахунках необхідно враховувати всі теплофізичні ефекти, серед яких особливу роль грає вільна конвекція, яка розвивається в рідинній фазі ТАМу [94].

Дослідження вільної конвекції в обмеженому об'ємі є досить складною задачею, складність якої багаторазово посилюється у випадку наявності в об'ємі границі, що рухається. Крім того, теплофізичні ефекти, які обумовлені вільною конвекцією, в значній мірі залежать не тільки від геометрії системи, а і від її розташування у просторі. В даній роботі в якості фізичної моделі для дослідження основних параметрів фазоперехідного теплоаккумулятора обрано одиничний вертикально розміщений циліндричний модуль, в якому теплоносій і ТАМ розташовані по принципу “труба в трубі”. При такому розташуванні існує критична товщина шару ТАМу, коли у розплаві починають діяти

вільноконвективні потоки. Для кожного типу ТАМу ця критична товщина є різною [95].

Механізм виникнення вільної конвекції у вертикально розташованому шарі ТАМу з трьома фіксованими та однією постійно рухомою границею базується на дії ефекту Марангоні – наявність градієнту поверхневого натягу. Виникнення градієнту поверхневого натягу може бути обумовлено градієнтом температур або градієнтом концентрацій. Якщо ефект Марангоні обумовлений саме градієнтом температур, то крім нього виникає ще ефект Бенара і в такому випадку мова йде про термокапілярну конвекцію [96]. Аналітичний розв'язок при конвективних течіях подібної природи можливо отримати в наближенні Бусінеска лише для плоского випадку та при тривіальних граничних умовах (задача Релея), які практично ніколи не зустрічаються на практиці. Комп'ютерне моделювання таких явищ також є окремою наукоємною задачею, яка не є предметом дослідження в даній роботі. Більш поширеним в розрахунковій практиці є підхід, що базується на використанні напівемпіричних критеріальних співвідношень для визначення коефіцієнту тепловіддачі за рахунок вільної конвекції. Такі критеріальні співвідношення є результатом обробки великої кількості експериментальних даних для процесів подібної природи. При використанні цих даних постає питання про те, коли саме починають формуватися вільноконвективні потоки.

На початкових етапах плавлення формується тонкий шар рідинного ТАМу, в якому головним механізмом переносу тепла є теплопровідність. З часом шар рідкого ТАМу збільшується і всередині нього виникають внутрішні циркуляційні потоки, інтенсивність яких залежить від типу рідини. При подальшому збільшенні шару ТАМу формується повністю розвинута вільноконвективна течія – висхідні та низхідні потоки рухаються без взаємних перешкод. В якості критерію для переходу до повністю розвитої

вільноконвективної течії виступає значення критерію Грасгофа, який для відповідної моделі елементу фазоперехідного теплоаккумулятора має вигляд:

$$\text{Gr}_{TAM} = \frac{g r_{ph}^3 \beta_{TAM} (T_{TAM}(R_{TH}, \theta, z) - T_{ph})}{\nu_{TAM}^2}, \quad (2.4.1)$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння, м/с<sup>2</sup>;  $\nu_{TAM}$  – коефіцієнт кінематичної в'язкості ТАМа, м<sup>2</sup>/с;  $r_{ph}$  – змінна товщина шару рідкого ТАМу, м;  $\beta$  – температурний коефіцієнт об'ємного розширення ТАМу, К<sup>-1</sup>.

Вважається що, перенесення теплоти в шарі ТАМу в більшій мірі відбувається за рахунок теплопровідності якщо

$$\text{Gr}_{TAM} < 124 \cdot \text{Pr}_{TAM}^{-0.2} (0.955 + \text{Pr}_{TAM}^{-0.2}) \cdot L / r_{ph}, \quad (2.4.2)$$

де  $L$  – довжина одиничного елементу теплоаккумулятора, м;  $\text{Pr}_{TAM}$  – число Прандтля ТАМу.

А якщо значення критерію Грасгофа перевищує величину, яка розраховується за формулою (2.4.2), то головним механізмом перенесення теплоти в шарі ТАМу стає вільна конвенція [97].

Коли значення критерію Грасгофа відповідає режиму перенесення теплоти теплопровідністю, то середня щільність теплового потоку через шар ТАМу розраховується із використанням еквівалентного коефіцієнту теплопровідності ТАМу:

$$q = \frac{\lambda_{TAM}^{eq}}{r_{ph}} (T_{TAM}(R_{TH}, \theta, z) - T_{ph}). \quad (2.4.3)$$



Вважається, що в еквівалентному коефіцієнті теплопровідності  $\lambda_{TAM}^{eq}$  враховується як кондуктивне перенесення теплоти, так і конвективне. Внесок вільної конвекції описується через спеціальний коефіцієнт виду:

$$\varepsilon_{TAM}^{\kappa} = \frac{\lambda_{TAM}^{eq}}{\lambda_l} = f(\text{Cr}_{TAM} \text{Pr}_{TAM}). \quad (2.4.4)$$

Графічну залежність  $\varepsilon_{TAM}^{\kappa} = f(\text{Cr}_{TAM} \text{Pr}_{TAM})$ , яка побудована на основі обробки багатьох експериментальних даних, представлено в [98]. Але в практичних розрахунках частіше використовуються наближені кускові апроксимаційні формули для визначення  $\varepsilon_{TAM}^{\kappa}$  у вигляді [99]:

$$\begin{aligned} \text{при } \text{Gr}_{TAM} \text{Pr}_{TAM} < 10^3 \quad \varepsilon_{TAM}^{\kappa} &= 1, \\ \text{при } 10^3 < \text{Gr}_{TAM} \text{Pr}_{TAM} < 10^6 \quad \varepsilon_{TAM}^{\kappa} &= 0.105(\text{Gr}_{TAM} \text{Pr}_{TAM})^{0.3}, \\ \text{при } 10^6 < \text{Gr}_{TAM} \text{Pr}_{TAM} < 10^{10} \quad \varepsilon_{TAM}^{\kappa} &= 0.4(\text{Gr}_{TAM} \text{Pr}_{TAM})^{0.2}. \end{aligned} \quad (2.4.5)$$

В наведених апроксимуючих функціях в якості визначального розміру приймається товщина ТАМу  $r_{ph}$ , а в якості визначальної температури – середня

$$\text{температура рідкого ТАМу } T_{TAM}^{cp} = \frac{T_{TAM}(R_{TH}, \theta, z) + T_{ph}}{2}.$$

По мірі збільшення товщини шару рідкого ТАМу формуються повністю розвинені вільноконвективні потоки, в яких середній коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha_{free}$  розраховується на основі класичних критеріальних рівнянь типу

$$\text{Nu}_{TAM} = \text{Cr}_{TAM}^{0.25}, \quad (2.4.6)$$

де  $Nu_{TAM} = \frac{\alpha_{free} \cdot 2r_{ph}^h}{\lambda_l}$  – середнє число Нуссельта в шарі рідкого ТАМу;

$Ra_{TAM} = Gr_{TAM} Pr_{TAM}$  – число Релея для ТАМу;  $C$  – константа, значення якого визначається типом ТАМу.

В роботі [28] проводились експериментальні дослідження по визначенню константи  $C$  для деяких типів ТАМі, які можна використовувати в ПЦС, зокрема

$$\text{для } KNO_3 \quad Nu_{TAM} = 1.47 Ra_{TAM}^{0.25}, \quad (2.4.7)$$

$$\text{для } KNO_3/KCl \quad Nu_{TAM} = 1.4 Ra_{TAM}^{0.25}, \quad (2.4.8)$$

$$\text{для } NaNO_3 \quad Nu_{TAM} = 1.53 Ra_{TAM}^{0.25}. \quad (2.4.9)$$

Описаний вище підхід для врахування дії вільної конвекції в рідкій фазі ТАМу використовувався в даній роботі під час створення комп'ютерного алгоритму та при проведенні моделювання.

Таким чином,

- система рівнянь енергії для ТАМу та теплоносія із відповідними граничними умовами (2.2.1) – (2.2.6);
- вирази для ламінарного (2.3.2.) або турбулентного (2.3.3) – (2.3.4) профілю швидкості теплоносія;
- функції апроксимації теплофізичних параметрів теплоносія (2.3.5) – (2.3.8);
- критеріальні рівняння для ТАМу типу (2.4.4) – (2.4.9)

формують загальну спряжену 3D математичну модель теплообміну в циліндричному елементі фазоперехідного теплоаккумулятора типу “труба в трубі”, яка досліджувалась та аналізувалась числовим методом за допомогою власного програмного коду.

## Висновки до розділу 2

1. На основі аналізу задачі Стефана в класичній постановці визначений підхід, який дозволяє її спростити шляхом переходу від двох нестационарних рівнянь теплопровідності з нелінійною нестационарною умовою на границі розподілу фаз до одного нестационарного рівняння теплопровідності для багат шарового тіла. В такому рівнянні прихована теплота фазового переходу враховується методом уявленої теплоємності.

2. Сформульовані основні припущення та побудована 3D спряжена математична модель теплообміну в циліндричному елементі теплового акумулятора, яка складається із нестационарного рівняння енергії для ТАМу та квазістационарного рівняння енергії для теплоносія. Ідеальний тепловий контакт на границі між теплоносієм і ТАМом описувався умовами спряженості – граничними умовами 4 роду.

3. Температурна залежність теплофізичних параметрів теплоносія визначалась через апроксимацію експериментальних даних. Визначені профілі швидкості теплоносія для ламінарного та турбулентного режиму течії.

4. Запропонована методика розрахунку параметрів, що характеризують вплив вільної конвекції в розплаві ТАМу. Показані межі використання відповідних критеріальних рівнянь.

### **3. КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СПРЯЖЕНОЇ ЗАДАЧІ СТЕФАНА В ЦИЛІНДРИЧНОМУ ЕЛЕМЕНТІ ФАЗОПЕРЕХІДНОГО ТЕПЛОАКУМУЛЯТОРА ТИПУ “ТРУБА В ТРУБІ”**

Під час створення числового алгоритму для розробленої математичної моделі, яку представлено у розділі 2, виникають об'єктивні, іноді суперечні вимоги. З одного боку, в числовому алгоритмі повинні чітко простежуватись всі взаємопов'язані теплообмінні процеси, які мають місце в фазоперехідному теплоаккумуляторі відповідного дизайну, а, з іншого боку, параметри цього пристрою необхідно узгоджувати із параметрами всієї системи перетворення [100]. Така мультифізична задача передбачає паралельне ґрунтовне дослідження всіх характеристик системи перетворення із подальшою процедурою оптимізації її енергетичних показників. В даній роботі передбачається дослідження та вибір найбільш раціональних термодинамічних параметрів фазоперехідного теплоаккумулятора ПЦС з точки зору відповідного температурного рівня системи, часу зарядки – розрядки, співвідношення між енергетичними показниками теплоаккумулятора та витратами в ньому на прокачку теплоносія. Ці задачі були розв'язані на основі комп'ютерного моделювання процесів гідродинаміки та теплообміну в фазоперехідному теплоаккумуляторі, етапи якого наведені нижче.

#### **3.1. Особливості створення числового алгоритму спряженої задачі Стефана в елементі фазоперехідного теплоаккумулятора**

Числовий алгоритм задачі Стефана в спряженій постановці будувався на основі методу контрольного об'єму із використанням процедури розщеплення по фізичним процесам та просторовим координатам [101]. Відомо, що

використання такого підходу максимально наближує процес побудови відповідних дискретних аналогів до фізичної сутності процесів, мінімізує похибки апроксимації та згладжує профілі на гранях контрольних об'ємів.

Рівняння енергії для ТАМу (2.2.1) та рівняння енергії для теплоносія (2.2.5) є 3D нестационарне та квазістационарне параболічне рівняння математичної фізики, відповідно. Побудова дискретних аналогів для подібних рівнянь на основі метода контрольного об'єму детально описана в [102]. Геометричні розміри циліндричного елемента типу “труба в трубі” фазоперехідного теплоаккумулятора, що обраний для дослідження в даній роботі, відповідали розмірам аналогічного елемента, який досліджувався експериментальними методами в [28], а саме, радіус каналу з теплоносієм  $R_{TH} = 0.004\text{ м}$ , товщина шару ТАМу  $R_{TAM} = 0.059\text{ м}$ , загальна довжина елемента  $L = 3.3\text{ м}$ . В якості ТАМу при комп'ютерному моделюванні використовувався нітрат натрію  $\text{NaNO}_3$  з температурою фазового переходу  $T_{ph} = 306^\circ\text{C}$ , а в якості теплоносія – класична сонячна олія Syltherm800. Передбачалось, що на режимі зарядки весь ТАМ знаходиться в твердому стані з фіксованою температурою, а на вхід в канал подається теплоносій з початковою температурою, яка перевищує температуру фазового переходу ТАМу  $T_{THin} = T_{TH}(r, \theta, 0) > T_{ph}$ .

Моделювання починалось із побудови розрахункового шаблону, в якому область безперервної зміни параметрів в ТАМі та теплоносії замінювалась дискретною областю, в кожному з вузлів якої в початковий момент часу задавалось поле температур для ТАМу  $T_{TAMin}$  і початкова температура на вході в канал  $T_{THin}$ . Розрахунок полів температур в ТАМі та теплоносії на наступному кроці за часом складався із декількох етапів. По-перше, на половинному кроці по повздовжній координаті розраховувалась температура теплоносія в радіальному напрямку. Після цього використовувались умови ідеального

теплового контакту на границі “теплоносій – ТАМ” і в радіальному напрямку на цьому ж половинному кроці по довжині розраховувалось поле температур для ТАМу. Отримане радіальне поле температур для теплоносія та ТАМу на половинному кроці за довжиною ставало початковим для розрахунку поля температур теплоносія та ТАМу в кутовому напрямку на цілому кроці в повздовжньому напрямку. Таким чином, в кожному поперечному перетині двовимірні задача для теплоносія та ТАМа розщеплювалась на дві одновимірні – в радіальному та кутовому напрямку. Отримане поле температур теплоносія ставало початковою умовою для наступного кроку по довжині і процес повторювався. Таким чином, знаходилося поле температур теплоносія та ТАМу в кожному поперечному перетині циліндричного елемента.

Проходячи по шаблону до крайньої нижньої площини циліндричного елемента теплоаккумулятора, розраховувалось 3D поле температур теплоносія та ТАМу, яке відповідає часу  $\tau^{j-1}$ . Це поле температур є початковою умовою для поля температур, яке визначається часом  $\tau^j = \tau^{j-1} + \Delta\tau$ . Далі процес розрахунку повторюється і завершується після досягнення часу *Time*, протягом якого проводиться моделювання. На рис. 3.1. наведено блок-схему числового алгоритму, яка ілюструє його основні етапи.

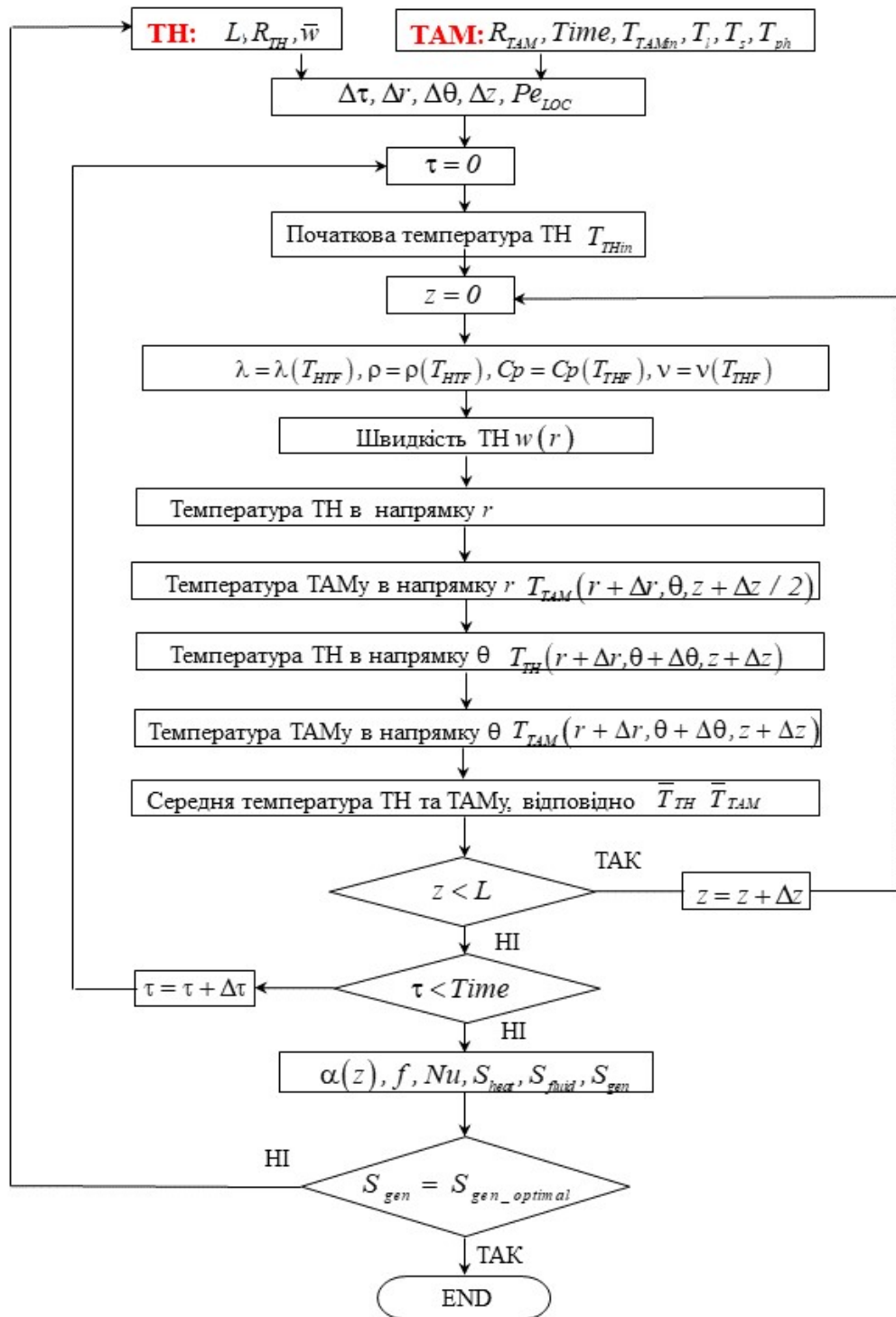


Рис.3.1. Блок-схема числового алгоритму

Окремо під час розробки числового алгоритму стає питання забезпечення стійкості процесу розрахунку та його фізичної адекватності. Ці питання мають декілька аспектів. Перш за все, стійкість розрахункового процесу в радіальному і кутовому напрямку для ТАМу та теплоносія забезпечувалась використанням повністю неявної схемою, яка реалізовувалась на основі метода прогонки (ТМА). В кожному поперечному перетині будувався рівномірний криволінійний шаблон, який для теплоносія містив 50000 розрахункових вузлів в радіальному напрямку та 7200 вузлів в кутовому напрямку. В повздовжньому напрямку крок сітку був змінним. Його довжина розраховувалась у кожному поперечному перетині елемента окремо і відповідала критерію стійкості для конвективних течій подібної природи, а саме локальне число Пекле при переході від одного перетину до іншого не перевищувало 2  $Pe_{loc} = (Re \cdot Pr)_{loc} = \frac{\bar{w} \cdot \Delta z_{loc}}{v_{TH}} \cdot Pr < 2$  [101].

Фізична адекватність процесів у розробленому числовому алгоритмі контролювалась через розрахунок енергетичного балансу системи, в якій має місце виділення або поглинання теплоти фазового переходу в ТАМі. Для того щоб врахувати процес фазового переходу та динаміку руху границі розподілу фаз, в “mushy” зону повинно потрапити необхідна кількість розрахункових вузлів [103]. Ця кількість вузлів визначалась в процесі проведення числових експериментів. Зокрема, у кожному перетині ТАМу при кількості кроків у радіальному та кутовому напрямі 47200 та 7200, відповідно, в “mushy” зону потрапляло 20 – 50 скінчених об’ємів. Це гарантувало врахування прихованої теплоти фазового переходу, що підтверджувалось моніторингом енергетичного балансу системи в кожному перетині.

Під час моделювання використовувався класичний прямокутний вид функції уявленої теплоємності, якому відповідає умова (2.2.2). Проведений числовий аналіз показав, що тип обраної функції уявної теплоємності для



$\text{NaNO}_3$  мало впливає на результати розрахунків. На рис. 3.2 показано порівняння обраного прямокутного типу функції уявленої теплоємності для  $\text{NaNO}_3$  і трикутного, який використовувався в [7]. Результати числового інтегрування представленої функції практично повністю співпадають [104].

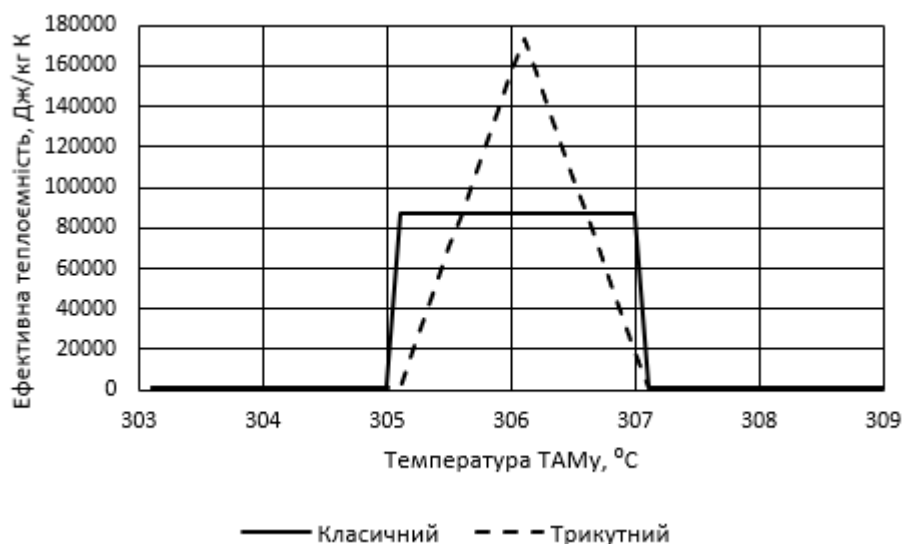


Рис. 3.2. Порівняння типів функцій уявленої теплоємності

На рис. 3.2 показані границі “mushy” зони, які знайдені в ході проведених числових експериментів і які дорівнювали температури ліквідусу  $T_l = 307^\circ\text{C}$  та температури солідусу  $T_s = 305^\circ\text{C}$  для  $\text{NaNO}_3$ .

На основі представленого числового алгоритму було розроблено власний програмний продукт на мові Python для подальшого числового дослідження процесів енергопереносу в елементі фазоперехідного теплоаккумулятора.

### 3.2. Результати числових досліджень теплообміну в елементі фазоперехідного теплоаккумулятора

Як було визначено вище, числові дослідження проводились для вертикального циліндричного елемента фазоперехідного теплоаккумулятора типу “труба в трубі”, який досліджувався експериментально в [28]. Такий тип теплоаккумулятора проектувався для використання в сонячних ПЦС, тому в якості теплоносія та ТАМу використовувалась традиційні для таких станцій речовини, термодинамічні властивостей яких добре узгоджуються із температурним та динамічним режимом подібних станцій: теплоносієм – класична сонячна олія Syltherm800, ТАМ – нітрат натрію  $\text{NaNO}_3$ . Теплофізичні властивості теплоносія досліджувались в підрозділі 2.3, а теплофізичні властивості ТАМу разом з необхідними для розрахунку геометричними даними, початковими та граничними умовами на режимі зарядки представлені в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1.

Вхідні дані для проведення числових експериментів

Довжина елемента, м	3.3
Радіус каналу з теплоносієм, м	0.004
Товщина шару ТАМу, м	0.059
Середня швидкість теплоносія, м/с	0.25
Початкова температура теплоносія на вході, $^{\circ}\text{C}$	350
Початкова температура ТАМу, $^{\circ}\text{C}$	290
Теплоємність рідкої фази ТАМу, Дж /кг К	1655

Теплоємність твердої фази ТАМу, Дж /кг К	1100
Густина рідкої фази ТАМу, кг/м <sup>3</sup>	1908
Густина твердої фази ТАМу, кг/м <sup>3</sup>	2261
Теплопровідність рідкої фази ТАМу, Вт/м К	0.514
Теплопровідність твердої фази ТАМу, Вт/м К	0.5
Прихована теплота фазового переходу ТАМа, Дж/кг	172000
Коефіцієнт температурного розширення розплаву ТАМа, 1/К	$\sim 20 \cdot 10^{-6}$

Типові графіки температурних полів ТАМу в радіальному та повздовжньому напрямках через 1 годину після початку зарядки показані на рис.3.3. та рис.3.4.

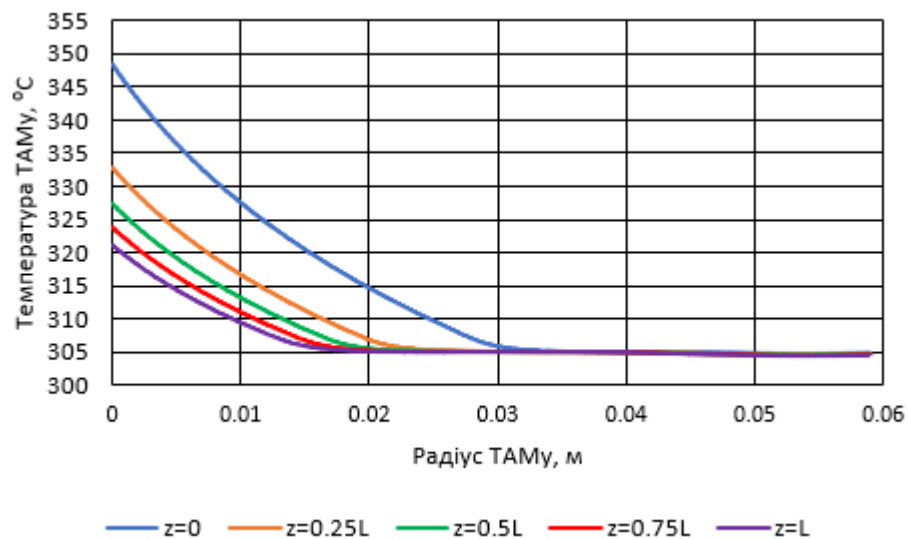


Рис. 3.3. Розподіл температур у ТАМі в радіальному напрямку

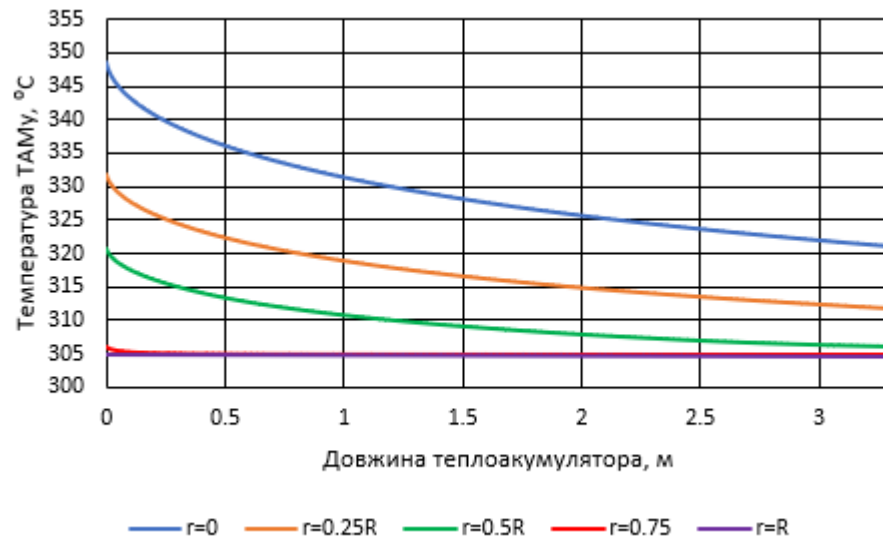


Рис. 3.4. Розподіл температур у ТАМі в повздовжньому напрямку

Формулювання та розв'язання задачі Стефана в наведеній спряженій постановці дозволяє визначити не тільки розподіл температур в ТАМі, а і поля температур в теплоносії. На рис. 3.5. та рис.3.6. показані типові розподіли температур теплоносія в радіальному та повздовжньому напрямку через час після початку процесу зарядки.

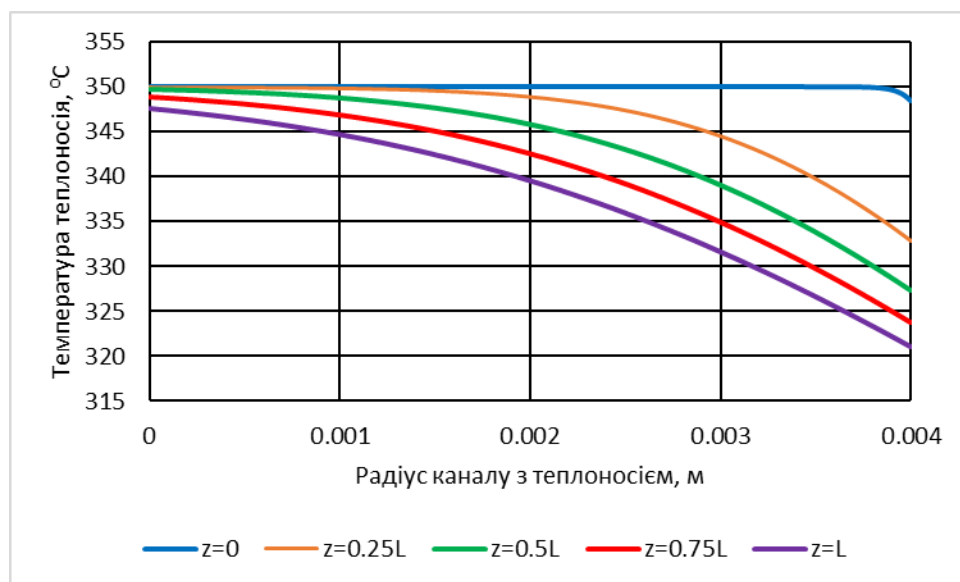


Рис. 3.5. Розподіл температур теплоносія в радіальному напрямку

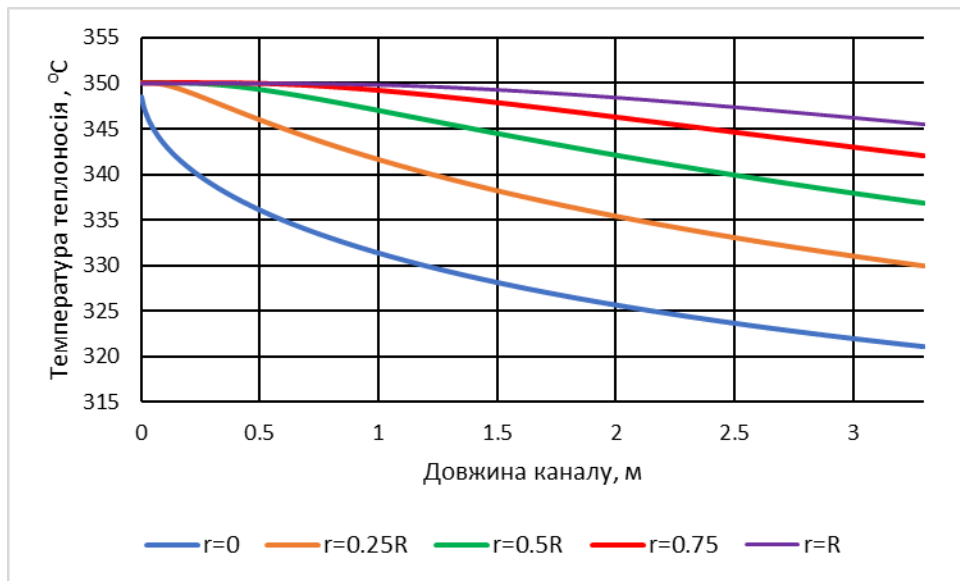


Рис. 3.6. Розподіл температур теплоносія в повздовжньому напрямку

Динаміка руху границі розподілу фаз в ТАМі проілюстрована на рис. 3.7. Для визначеності графіки будувались для крайнього нижнього перетину елементу теплоаккумулятора.

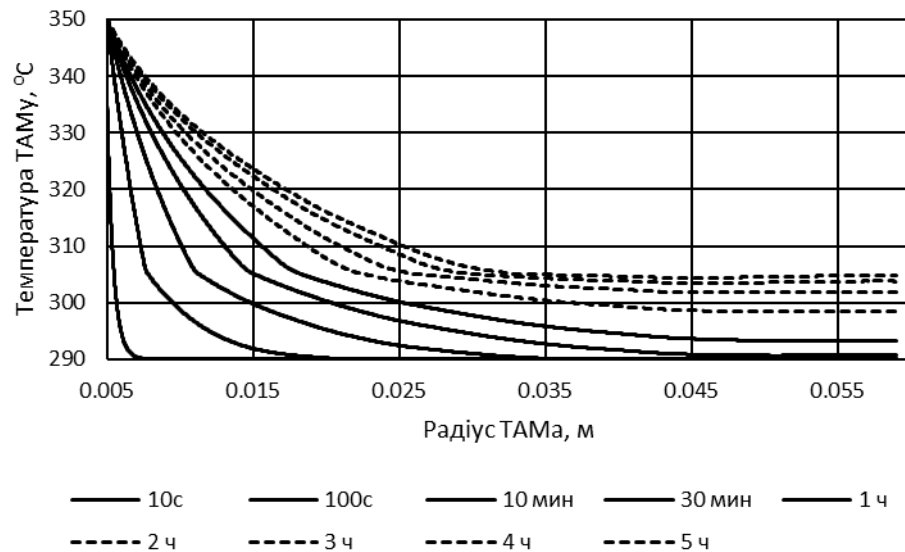


Рис.3.7. Динаміка змін температур ТАМу в крайньому нижньому перетині елементу теплоаккумулятора

На рис. 3.7 можна простежити положення границі розподілу фаз та визначити швидкість її руху, базуючись на обробці числових даних. Слід відмітити, що на початкових етапах процесу плавлення швидкість руху границі розподілу фаз є достатньо високою ( $\frac{dr_{ph}}{d\tau} = 2.3764 \cdot 10^{-6} \text{ м / с}$ ), що пояснюється малою товщиною, а тому і малим термічним опором рідкої фази ТАМу. При збільшенні товщини розплаву ТАМу швидкість руху границі розподілу фаз уповільнюється ( $\frac{dr_{ph}}{d\tau} = 1.0583 \cdot 10^{-6} \div 0.8729 \cdot 10^{-6} \text{ м / с}$ ), що призводить до того, що час повної зарядки теплоаккумулятора є досить великим.

### 3.3. Вплив вільної конвекції в розплаві на енергетичні показники фазоперехідного теплоаккумулятора

Вплив вільної конвекції в розплаві ТАМу враховувався в розробленій спряженій математичній моделі шляхом введення у вираз для умов ідеального теплового контакту на границі “теплоносій – ТАМ” (2.2.6) змінного коефіцієнту тепловіддачі  $\alpha_{free}(r, z)$ . Значення цього коефіцієнту змінювалось в залежності від положення границі розподілу фаз і розраховувалось на основі критеріальних рівнянь, представлених в підрозділі 2.4.

Для більш детального дослідження особливостей теплообміну в рідкій фазі ТАМу проведено розрахунок теплообміну в теплоаккумуляторі з врахуванням вільної конвекції в розплаві та без такого врахування. Дослідження проводились як для ламінарного, так і для турбулентного режиму течії теплоносія. При ламінарному режимі середня швидкість теплоносія дорівнювала  $\bar{w} = 0.1 \text{ м / с}$ , що відповідало числу Рейнольдса  $Re \approx 1850$ , а при

турбулентному режиму –  $\bar{w} = 0.5 \text{ м/с}$ , що відповідало числу Рейнольдса  $Re \approx 9300$ . На рис.3.8. показано розподіл температур в ТАМі при ламінарному режимі течії теплоносія. Час зарядки дорівнював  $Time = 4 \text{ год}$ .

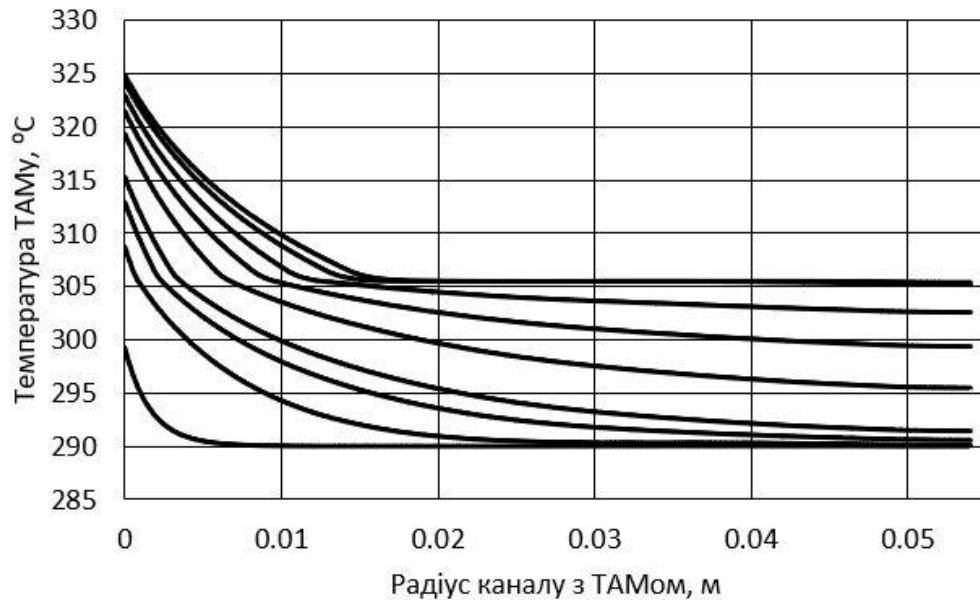


Рис. 3.8. Розподіл температур в ТАМі без врахування вільної конвекції в розплаві при ламінарному режимі течії теплоносія

Для моделювання вільної конвекції в розплаві ТАМу було розроблено спеціальний алгоритм, в якому враховуються зміни об'єму розплаву ТАМу за рахунок фазового переходу. Відомо, що вільна конвекція різної природи починає розвиватися при виконання відповідних умов, пов'язаних із геометрією об'єму, який займає розплав. Цей факт не був окремо досліджений в даній роботі. Вважалось, що вільна конвекція починає діяти відразу після виникнення рідкої фази ТАМу і, в залежності від зміни товщини цієї фази в алгоритмі використовувалось відповідне критеріальне співвідношення для врахування впливу вільноконвективних потоків в розплаві.

Ще одним важливим моментом, що впливає на отримані результати, є визначення коефіцієнту температурного розширення розплаву  $\text{NaNO}_3$   $\beta$ , який входить у вираз для числа Релея  $Ra$ . На жаль, існують суперечливі дані з приводу значення  $\beta$ . Числові дослідження проводились при значенні  $\beta \approx 20 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , яке отримано на основі аналізу експериментальних даних, що представлені в [105].

На рис.3.9. наведено динаміку росту температур в ТАМі на режимі зарядки із урахуванням вільної конвекції при ламінарному режимі течії теплоносія.

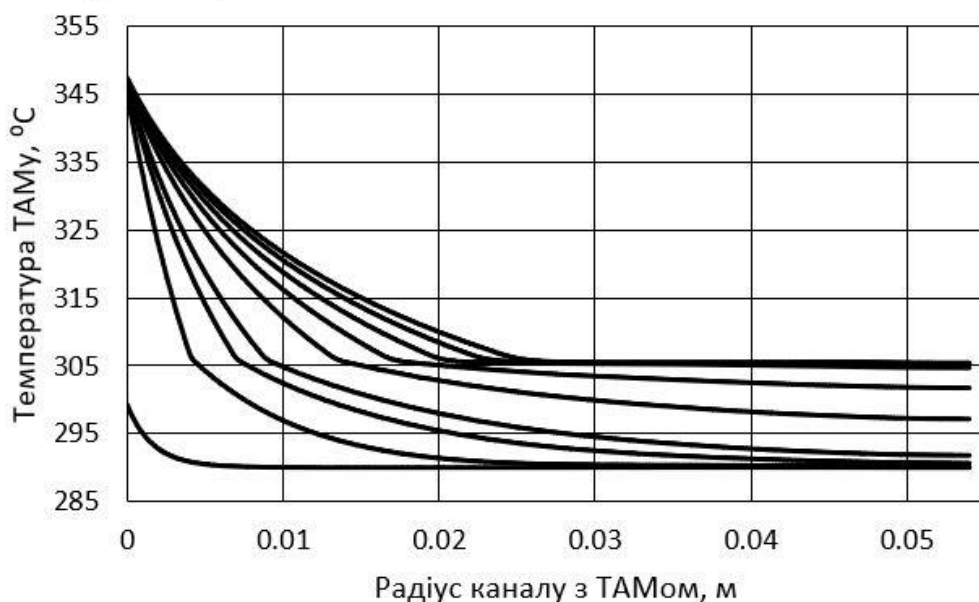


Рис.3.9. Розподіл температур в ТАМі із врахуванням вільної конвекції в розплаві при ламінарному режимі течії теплоносія

На рис.3.10. наведені криві розподілу температур наприкінці процесу плавлення (при  $Time = 4 \text{ год}$ ) для випадку моделі без врахування та з урахуванням вільної конвекції в розплаві ТАМу при ламінарному режимі течії теплоносія. Наглядно показано, що вільна конвекція в розплаві суттєво



інтенсифікує процес фазового переходу та змінює швидкість руху границі розподілу фаз в каналі з ТАМом при ламінарному русі теплоносія.

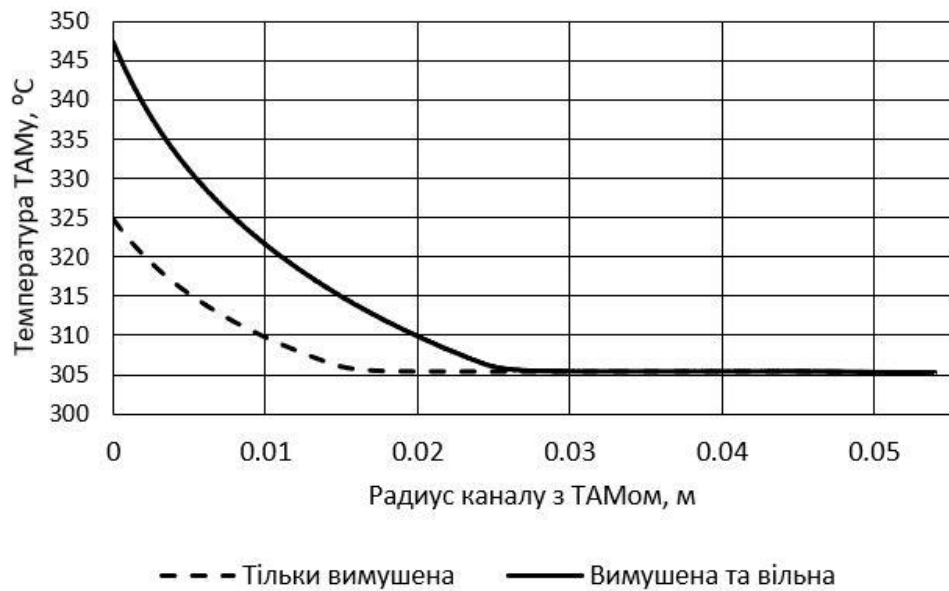


Рис.3.10. Порівняння числових результатів для випадку розрахунків з врахуванням дії вільної конвекції та без її врахування при ламінарному режимі течії теплоносія

Аналогічні дослідження були проведені для випадку турбулентної течії теплоносія. На рис. 3.11 та рис.3.12 показано розподіл температур у розплаві для даного випадку при середній швидкості теплоносія  $\bar{w} = 0.5 \text{ м/с}$ .

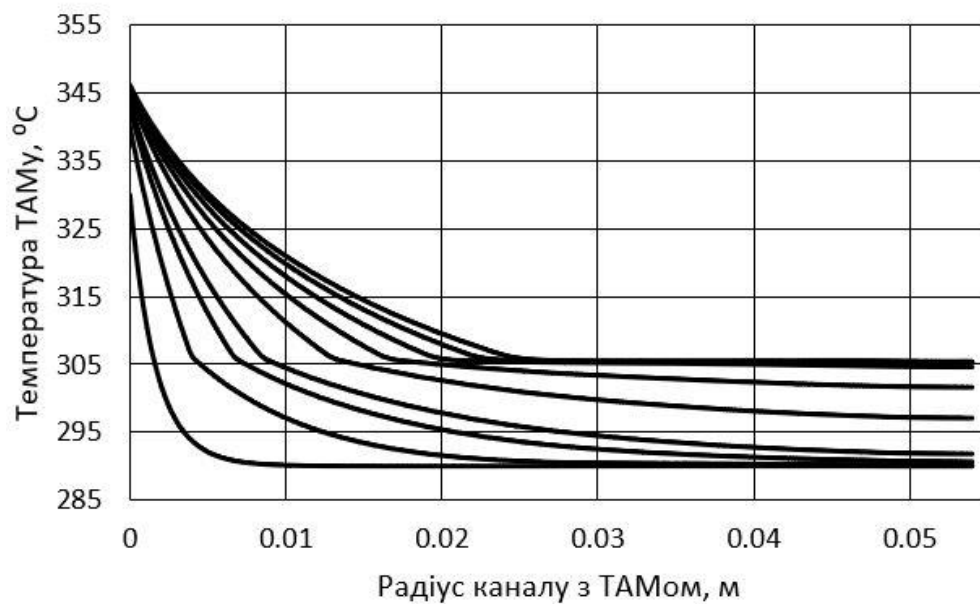


Рис. 3.11. Розподіл температур в ТАМі без врахуванням вільної конвекції в розплаві при турбулентному режимі теплоносія

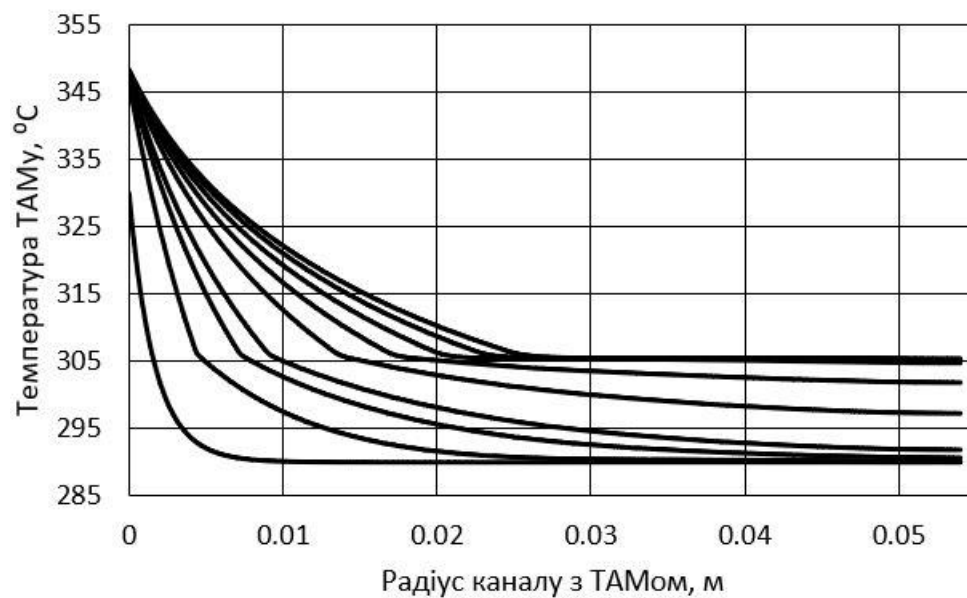


Рис. 3.12. Розподіл температур в ТАМі з врахуванням вільної конвекції в розплаві при турбулентному режимі теплоносія

Як можна спостерігати, розподіл температур в ТАМі при турбулентній течії теплоносія мало відрізняється для моделі з врахуванням вільної конвекції та без її врахування. Цей факт наглядно проілюстрований на рис.3.13.

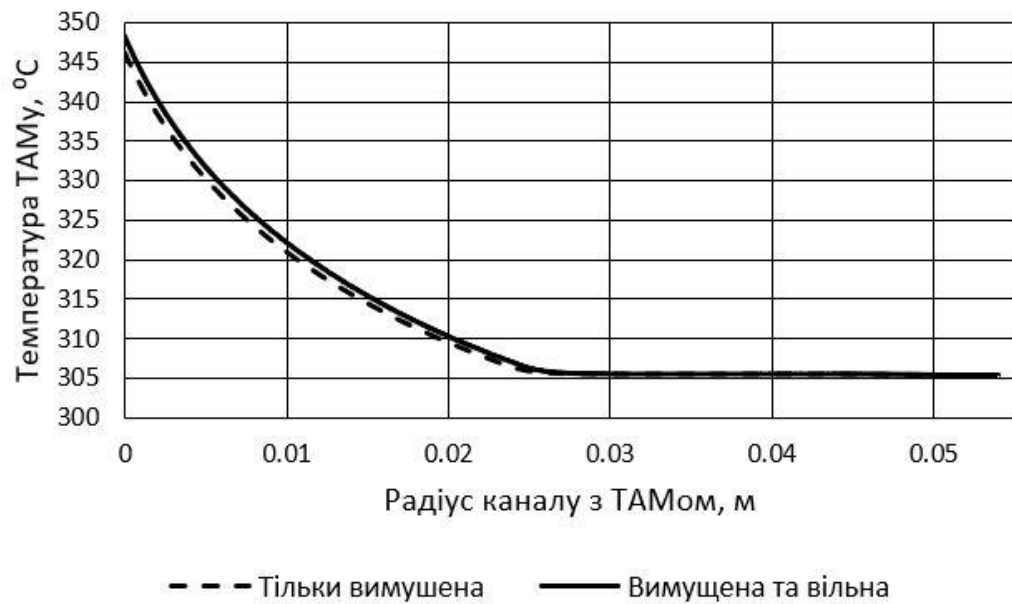


Рис.3.13. Порівняння числових результатів для випадку розрахунків з врахуванням дії вільної конвекції та без її врахування при турбулентному режимі течії

Підсумовуючі наведене вище, можна зазначити, що вільна конвекція суттєво впливає на теплообмін в шарі ТАМу при ламінарному режимі течії теплоносія. При переході до турбулентного режиму її вплив на розподіл температур в ТАМі та на швидкість руху границі розподілу фаз суттєво послаблюється. Так, для ламінарної течії без врахування та з врахуванням вільної конвекції в розплаві швидкість руху границі розподілу фаз дорівнювала

$$\frac{dr_{ph}}{d\tau} = 1.424 \cdot 10^{-6} \text{ м/с та } \frac{dr_{ph}}{d\tau} = 1.78 \cdot 10^{-6} \text{ м/с, відповідно. При турбулентній течії –}$$

$$\frac{dr_{ph}}{d\tau} = 2.028 \cdot 10^{-6} \text{ м/с та } \frac{dr_{ph}}{d\tau} = 2.057 \cdot 10^{-6} \text{ м/с, відповідно. Такі значення можна}$$

пояснити тим, що при ламінарному русі інтенсивність вимушеної конвекції між теплоносієм та ТАМом зівставна із інтенсивністю вільної конвекції в розплаві ТАМу. При переході до турбулентного режиму вплив вільної конвекції на теплообмін в ТАМі буде компенсовано за рахунок суттєвої інтенсифікації вимушеної конвекції.

На основі проведених числових досліджень стає можливим визначення повного часу зарядки – розрядки теплового акумулятора для обраної геометрії пристрою та відповідної швидкості теплоносія, проведення оптимізації параметрів одиничного модулю в залежності від середньої температури теплоносія та його швидкості, підбір найбільш раціонального дизайну теплового акумулятору.

### **Висновки до розділу 3**

1. Розроблений числовий алгоритм спряженої задачі Стефана, який побудований на основі методу розщеплення за координатами та фізичними процесами. Докладно описані основні етапи числової схеми та наведено блок-схему числового алгоритму. Визначені критерії його стійкості, збіжності та відповідності фізичним процесам.

2. Проаналізовані види функцій уявленої теплоємності. Обґрунтовано вибір прямокутного виду цієї функції.

3. Створено програмний код та проведено комп'ютерне моделювання параметрів теплоакумулятора із нітратом натрію в якості ТАМу і силіконовою олією Syltherm800 в якості теплоносія. Знайдені типові розподіли температур у ТАМі та теплоносії в радіальному та повздовжньому напрямках. Визначено положення границі розподілу фаз, швидкість її руху та повний час зарядки теплоакумулятора. Знайдено, що швидкість руху границі розподілу фаз на

початкових етапах є значно більшою, ніж в кінці процесу, чим пояснюється достатньо тривалий час повної зарядки теплового акумулятора.

4. Визначено вплив вільної конвекції в розплаві ТАМу на інтенсивність теплообміну в теплоакумулятора. Виявлено, що значний вплив вільної конвекції в розплаві на енергетичні показники теплоакумулятора спостерігається лише при ламінарному режимі руху теплоносія.

#### **4. ПАРАМЕТРИЧНИЙ АНАЛІЗ ТА ТЕРМОДИНАМІЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ФАЗОПЕРЕХІДНОГО ТЕПЛОАКУМУЛЯТОРА**

Енергетична ефективність фазоперехідного теплоаккумулятора залежить від багатьох внутрішніх та зовнішніх взаємопов'язаних факторів. Узгодження цих факторів та параметрів, які їх характеризують, це складна оптимізаційна задача, розв'язок якої неможливий без детального дослідження впливу кожного теплового та гідродинамічного ефекту в теплоаккумуляторі відповідної конструкції та призначення. Таке дослідження проводиться на основі знайдених температурних полів в теплоносії та ТАМі, які наведено вище. Параметричний аналіз передбачає визначення впливу швидкості та початкової температури теплоносія на час зарядки – розрядки акумулятора, а відтак і на об'єм ТАМу, необхідний для отримання стабільної температури теплоносія. Крім того, важливим є визначення оптимальної з термодинамічної точки зору швидкості теплоносія, яка забезпечує найкращі енергетичні показники системи.

##### **4.1. Вплив початкової температури теплоносія та його швидкості на енергетичні показники фазоперехідного теплоаккумулятора**

Для подальшого аналізу важливим є не тільки знаходження 3D полів температур в ТАМі та в теплоносії, а і середньомасові значення цих температур. Ці значення визначались для кожного перетину в ТАМі і теплоносії. Значення середньомасової температури ТАМу та теплоносія в кожному перетині знаходились шляхом числового інтегрування із використанням класичних квадратурних формул трапецій виразів

$$\bar{T}_{TAM}(z) = \frac{\int_0^{R_{TAM}} Cp_{ef}(T_{TAM}) T_{TAM}(r, \theta, r) r dr}{\int_0^{R_{TAM}} Cp_{ef}(T_{TAM}) r dr} \quad (4.1.1)$$

та

$$\bar{T}_{TH}(z) = \frac{\int_0^{R_{TH}} \rho_{TH}(T_{TH}) w(r) Cp_{TH}(T_{TH}) T_{TH}(r, \theta, r) r dr}{\int_0^{R_{TH}} \rho_{TH}(T_{TH}) w(r) Cp_{TH}(T_{TH}) r dr}. \quad (4.1.2)$$

На рис. 4.1. показані зміни середньомасової температури ТАМу в залежності від часу в крайньому нижньому перетині елементу теплоаккумулятора при температурі теплоносія на вході  $T_{THin} = 320^0 \div 450^0 C$ . Середня швидкість теплоносія приймалась сталою і дорівнювала  $w = 0.25 м / с$ .

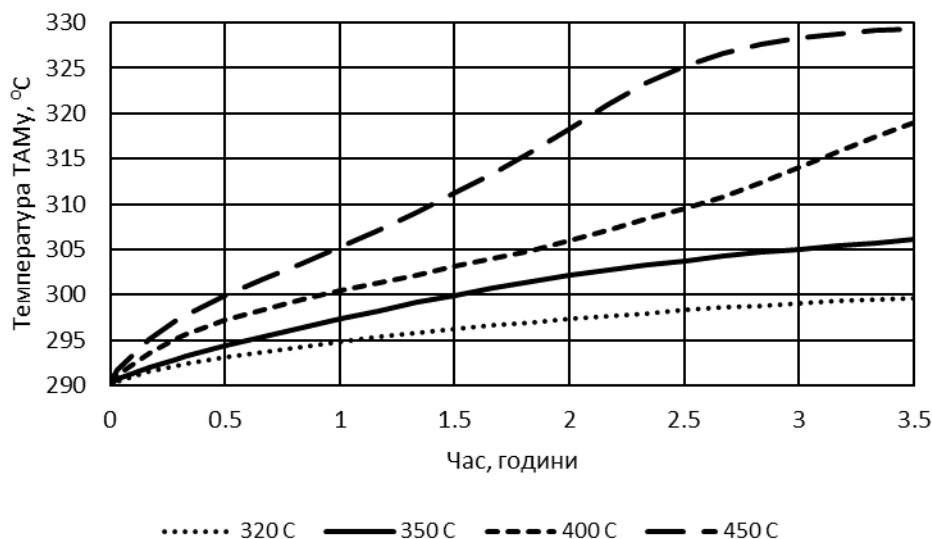


Рис. 4.1. Середньомасова температура ТАМу при різних значеннях температури теплоносія на вході

Використовуючи отримані залежності, можна визначити час повного затвердіння елементу теплоаккумулятора при фіксованій швидкості та різних

температурі теплоносія на вході в канал. Аналіз показує, що існує гранична нижня температура теплоносія ( $\sim 350^{\circ}\text{C}$ ), яка забезпечує необхідний час зарядки елемента теплоаккумулятора заданої геометрії. Зменшення цієї граничної температури при фіксованій швидкості теплоносія призведе до того, що теплоаккумулятор буде функціонувати як чисто теплоємнісний, без використання прихованої теплоти фазового переходу.

Зміни швидкості теплоносія суттєво впливають як на середньомасову температуру теплоносія, так і на середньомасову температуру ТАМу. На рис. 4.2. показано розподіл середньомасової температури в теплоносії при різних швидкостях його течії через 30 хвилин після початку процесу зарядки.

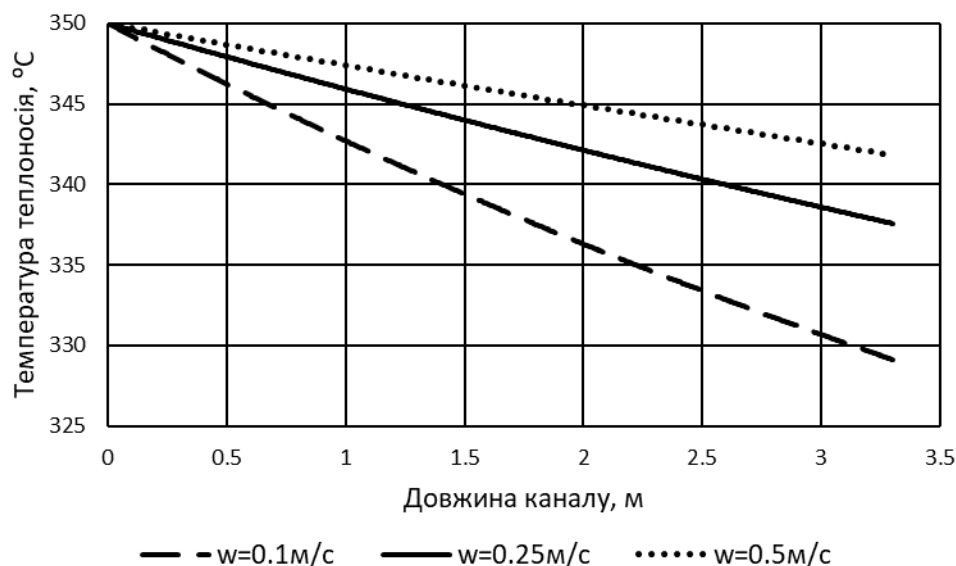


Рис. 4.2. Залежність середньомасової температури теплоносія від його швидкості

Як і очікувалось, при збільшенні швидкості теплоносія конвективний теплообмін в каналі інтенсифікується, що призводить до зростання середньомасової температури теплоносія та швидкості правлення ТАМу.



Наведені на рис.4.1 та рис.4.2 графічні залежності, що показують вплив початкової температури теплоносія та його швидкості на розподіл температур в ТАМі та в теплоносії, побудовані для фазоперехідного теплоаккумулятора довжиною  $L = 3.3 \text{ м}$ . Така довжина характерна для експериментальних зразків теплоаккумуляторів ПЦС. В реальних сонячних ПЦС фазоперехідні теплоаккумулятори мають значно більшу довжину. В [28] наводиться схема елемента реального фазоперехідного теплоаккумулятора типу “труба в трубі” довжиною  $L = 112 \text{ м}$ , який передбачається для використання в ПЦС. Як і в експериментальному зразку, в якості ТАМу використовувався нітрат натрію  $\text{NaNO}_3$ , а в якості теплоносія – Syltherm800. При такій довжині каналу залежність гідродинамічних показників (швидкості теплоносія, втрати тиску теплоносія) відчуюються більш виражено. Тому, в довгих каналах стає необхідним проводити термодинамічну оптимізацію системи.

#### **4.2. Особливості теплообміну в фазоперехідних теплоаккумуляторах типу “труба в трубі” великої довжини**

Числові експерименти за для визначення особливостей теплообміну в довгих фазоперехідних теплоаккумуляторах проводились для моделі елемента довжиною  $L = 112 \text{ м}$ , з  $R_{\text{ТАМ}} = 0.0265 \text{ м}$  та  $R_{\text{ТН}} = 0.004 \text{ м}$ . Початкова температура ТАМу та теплоносія складали  $T_{\text{ТНin}} = 350^\circ \text{C}$ ,  $T_{\text{ТАМin}} = 290^\circ \text{C}$ . Час зарядки складав 1 годину [106].

На рис. 4.3. показано розподіл середньомасової температури по довжині в ТАМі при ламінарному ( $\bar{w} = 0.05 \text{ м / с}$ ,  $Re = 740$ ) та турбулентному  $\bar{w} = 0.975 \text{ м / с}$ ,  $Re = 14445$ ;  $\bar{w} = 2 \text{ м / с}$ ,  $Re = 29630$ ;  $\bar{w} = 3 \text{ м / с}$ ,  $Re = 44444$  режимах течії.

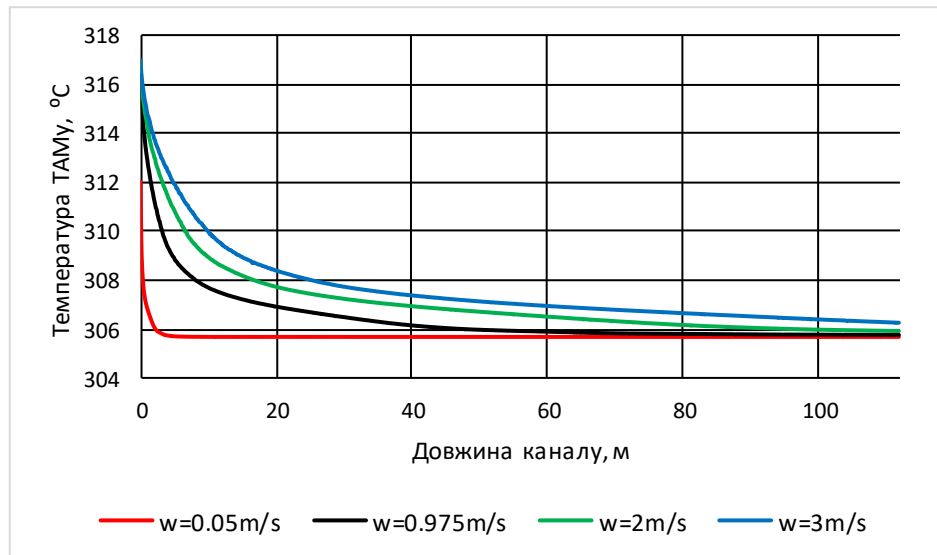


Рис. 4.3. Розподіл середньомасової температури ТАМу по довжині каналу

Можна спостерігати, що при ламінарному режимі течії теплоносія спостерігається майже рівномірний розподіл температур вздовж каналу. Збільшення швидкості теплоносія призводить до суттєвої нерівномірності температур в ТАМі, але важливим є питання як при цьому змінюється температура теплоносія. На рис. 4.4. показано значення середньомасової температури теплоносія при тих же швидкостях.

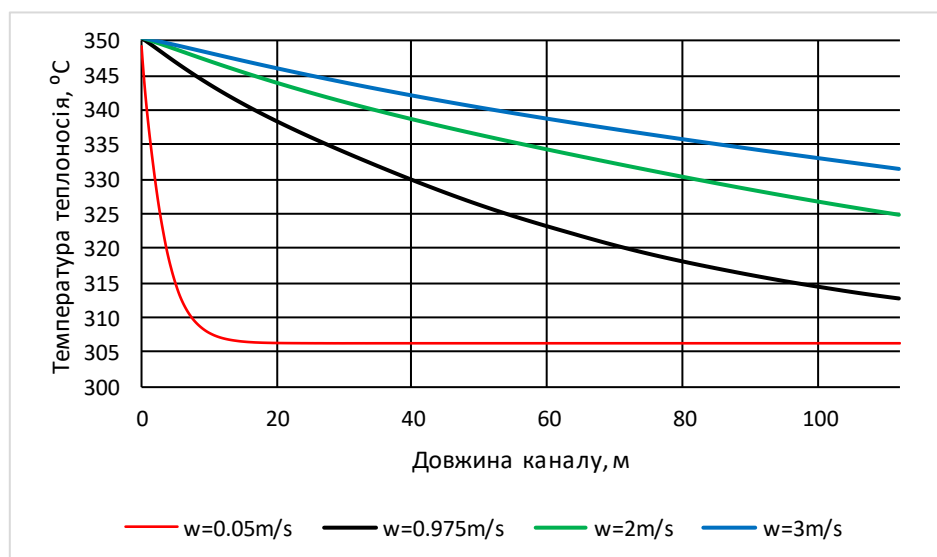


Рис. 4.4. Розподіл середньомасової температури теплоносія по довжині каналу

Як видно з графіків на рис. 4.4, рівномірна температура теплоносія вздовж каналу також має місце при ламінарному режимі течії. Ця температура дорівнює температурі фазового переходу ТАМу майже всюди за виключенням невеликої початкової зони. Цей факт підтверджується радіальним розподілом температур в ТАМі. На рис. 4.5. показано розподіл середньомасової температури ТАМу в радіальному напрямку при ламінарному режимі течії теплоносія ( $\bar{w} = 0.05 \text{ м / с}$ ).

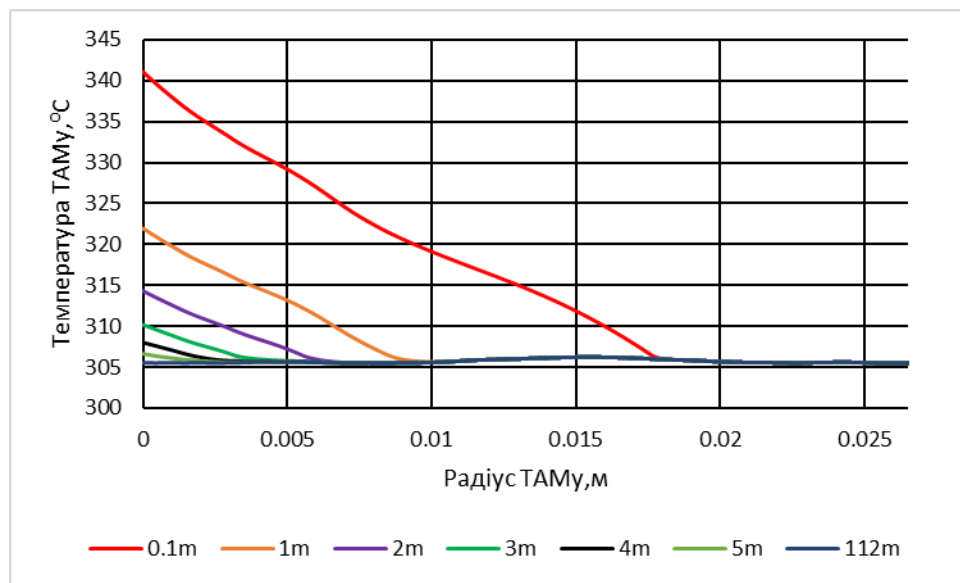


Рис. 4.5. Розподіл середньомасової температури ТАМу по радіусу

Якщо зарядка теплоаккумулятора завершена, то зона перегріву не перевищує 4% його довжини. Цей перегрів можливо компенсувати шляхом організації нерівномірного руху теплоносія вздовж довжини теплоаккумулятора  $w = w(z)$ . На рис. 4.6. показано розподіл температур в ТАМі в радіальному напрямку при гальмуванні потоку теплоносія в початковій зоні ( $L < 5 \text{ м}$ ,  $\bar{w} = 0.005 \text{ м / с}$ ) із подальшим прискоренням цього потоку ( $L \geq 5 \text{ м}$ ,  $\bar{w} = 0.05 \text{ м / с}$ ).

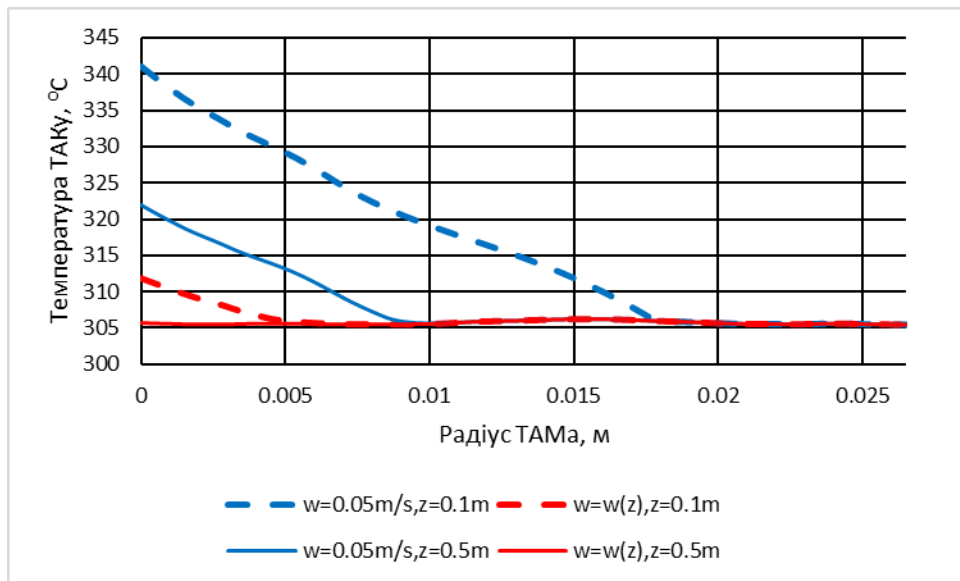


Рис. 4.6. Розподіл температур в ТАМі у радіальному напрямку при ламінарному режимі та змінній швидкості теплоносія  $w = w(z)$

Як видно з графіків на рис. 4.6, при гальмуванні потоку теплоносія в початковій зоні, температура в ТАМі повністю вирівнюється, що значно покращує енергетичні показники фахоперехідного теплоаккумулятора. Однак, для організації такого гальмування необхідно значно ускладнювати дизайн теплоаккумулятора шляхом профілювання каналу. Крім того, при профілюванні підвищуються гідравлічні втрати, що збільшує енергетичні витрати на прокачку теплоносія. Тому більш ефективним та технічно простішим бачиться метод вирівнювання температури в ТАМі шляхом гальмування потоку через зміну швидкості в часі  $w = w(\tau)$ . Такий метод гальмування можливо організувати, установивши витратомір для теплоносія на вході в канал. На рис. 4.7. показаний розподіл температур в ТАМі в радіальному напрямку при гальмуванні потоку в початкові моменти часу ( $Time < 1200\text{с}, \bar{w} = 0.005\text{м/с}$ ) з подальшим прискорення потоку теплоносія ( $Time \geq 1200\text{с}, \bar{w} = 0.05\text{м/с}$ ).

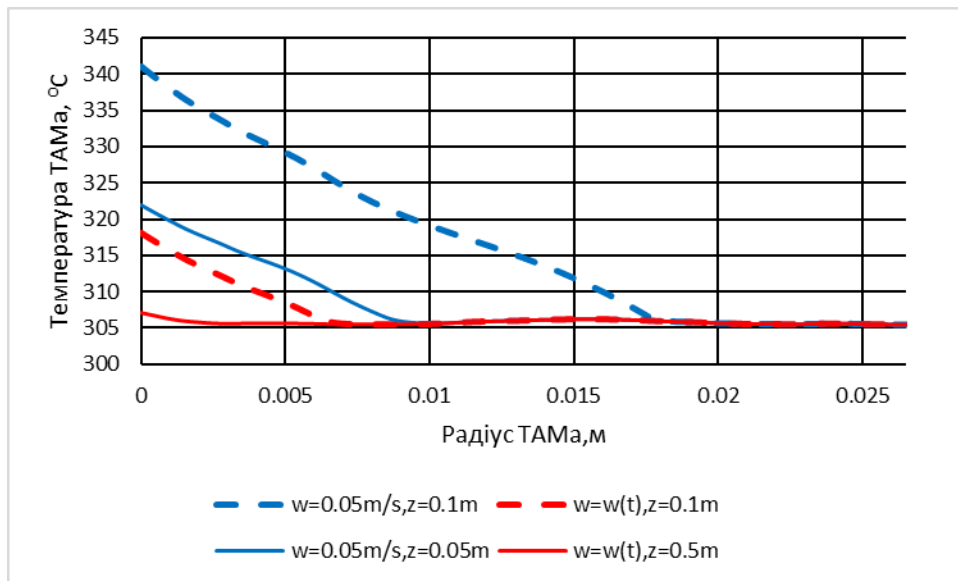


Рис. 4.7. Розподіл температур в ТАМі в радіальному напрямку при ламінарному потоці та змінній швидкості теплоносія  $w = w(\tau)$

Як можна побачити на рис.4.7., завдяки зміні швидкості теплоносія в часі стає можливим вирівнювання температур в ТАМі, що дає змогу оптимізувати дизайн фазоперехідного теплоаккумулятора.

Незважаючи на той факт, що ламінарний режим теплоносія забезпечує максимально рівномірний розподіл температур в шарі ТАМу, турбулентний режим є більш ефективним з точки зору конвективного теплообміну між теплоносієм та ТАМом. Дослідження теплообміну в фазоперехідному теплоаккумуляторі на основі спряженої моделі дозволяє визначити локальний коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha(z)$  за рахунок вимушеної конвекції у вигляді [105]:

$$\alpha(z) = \frac{G C p_{TH} (\bar{T}_{TH}(z)) (T_{THout} - T_{THin})}{2\pi R_{TH} z (T_{TH}(R_{TH}) - \bar{T}_{TH}(z))}, \quad (4.2.1)$$

де  $G = \bar{w} r_{TH} 2\pi R_{TH}^2$  – масова витрата теплоносія, кг/с;  $T_{THout}$  – температура теплоносія на виході з каналу, К.

На рис. 4.8. представлено зміни локального коефіцієнту тепловіддачі після повної зарядки теплоаккумулятора, яке розраховано на основі формули (4.2.1).

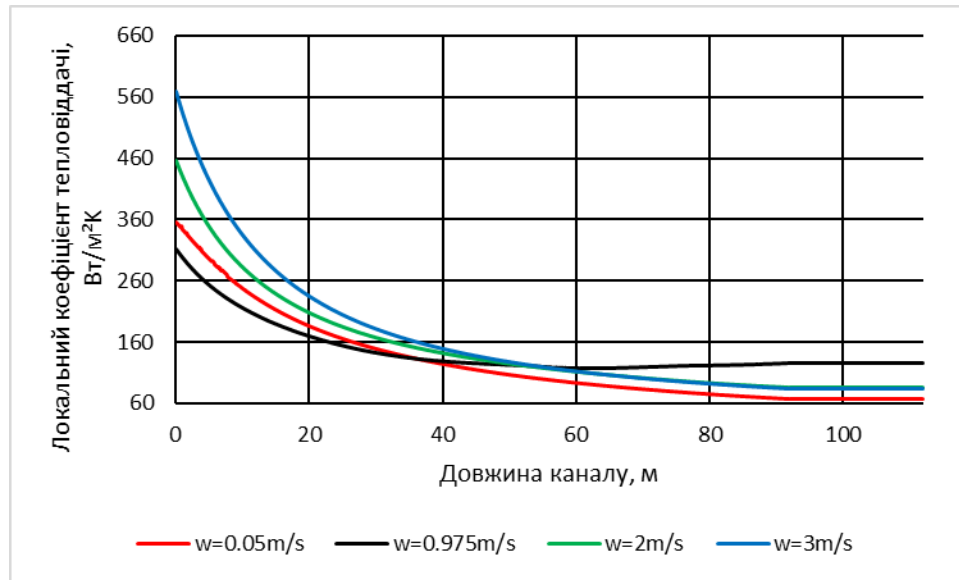


Рис. 4.8. Залежність локального коефіцієнту тепловіддачі від швидкості теплоносія

Аналіз кривих на рис. 4.8. показує, що середня швидкість теплоносія  $\bar{w} = 0.975\text{ м/с}$  ( $Re = 14445$ ) забезпечує найбільш ефективний конвективний теплообмін в каналі.

#### 4.3. Термодинамічна оптимізація параметрів фазоперехідного теплоаккумулятора типу “труба в трубі”

Підвищення швидкості теплоносія інтенсифікує конвективний теплообмін між теплоносієм та ТАМом. Але це супроводжується значним зростанням втрат тиску, що потребує додаткових енергетичних витрат на прокачку теплоносія. Ця проблема стає особливо актуальною в теплоаккумуляторах великої довжини, де

втрати тиску на тертя значні. Тому задачу теплообмінну, яка характеризується значенням числа Нуссельта  $Nu_{TH} = \frac{\alpha_{TH} \cdot 2R_{TH}}{\lambda_{TH}}$  та гідродинамічну задачу, яка характеризується числом Рейнольдса  $Re_{TH} = \frac{\bar{w} \cdot 2R_{TH}}{v_{TH}}$ , в цьому випадку необхідно розв'язувати разом на основі термодинамічної оптимізації системи [107,108].

Наявність чітко вираженого вхідного ефекту та нерівномірної передачі теплоти на границі “теплоносій – ТАМ” не дозволяє визначити середнє число Нуссельта на основі отриманої вище залежності для локального коефіцієнту тепловіддачі  $\alpha(z)$ . Тому для розрахунку середнього числа Нуссельта в теплоаккумуляторі використовувалась залежність виду [109]:

$$Nu_{TH} = \frac{(f / 8)(Re_{TH} - 1000)Pr_{TH}}{1 + 12.7(f / 8)^{1/2}(Pr_{TH}^{2/3} - 1)}, \quad (4.3.1)$$

де  $f$  – коефіцієнт втрат на тертя.

В даній роботі передбачалось, що стінки каналу з теплоносієм є гладкими, тому для знаходження значення коефіцієнту втрат на тертя використовувалась залежність для гладких у формі [109]:

$$f = (0.790 \ln Re - 1.64)^{-2}. \quad (4.3.2)$$

Залежність середнього числа Нуссельта  $Nu_{TH}$  від числа Рейнольдса  $Re_{TH}$  при  $T_{THin} = 350^{\circ}C$  показано на рис. 4.9.

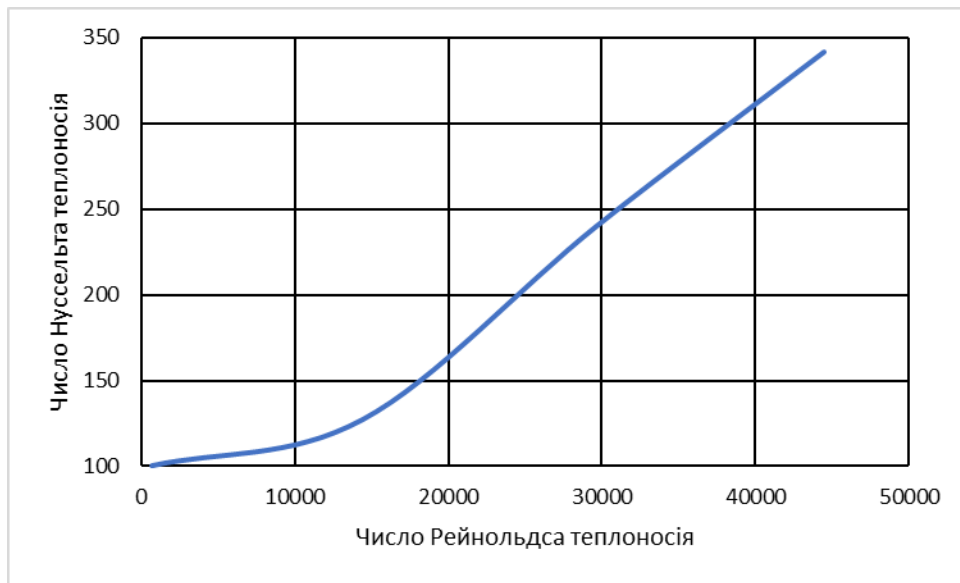


Рис. 4.9. Залежність між середніми числами Нуссельта та числами Рейнольдса для теплоносія

Максимальні теплообмінні параметри теплоносія, які відповідають мінімальним втратам тиску, були знайдені, базуючись на принципах нерівноважної термодинаміки [110]. Подібний підхід можливо застосувати тому що під час функціонування фазоперехідного теплоаккумулятора в ньому мають місце незворотні теплообміни та гідродинамічні процеси, в яких генерується ентропія. Саме ентропійний аналіз, запропонований в [111], використовувався для пошуку оптимальних термодинамічних параметрів теплоаккумулятора.

Передбачається, що генерація ентропії у фазоперехідному теплоаккумуляторі  $S_{gen}$  складається із генерації ентропії за рахунок теплообміну між теплоносієм і ТАМом  $S_{heat}$  та генерацією ентропії за рахунок гідродинамічних втрат в каналі  $S_{fluid}$  [112]:

$$S_{gen} = S_{heat} + S_{fluid} = \frac{E_L^2}{\pi \lambda_{TH} \bar{T}_L^2 \text{Nu}_{TH}} + \frac{G^3 C_f}{\pi^2 \rho_{TH}^2 \bar{T}_L R_{TH}^5}, \quad (4.3.3)$$



де  $E_L = \frac{GC_p(T_{THout} - T_{THin})}{L}$  – тепловий потік на одиницю довжини каналу теплоаккумулятора, Вт/м.

Середня температура теплоносія по довжині каналу розраховувалась як

$$\bar{T}_L = \frac{T_{THin} + T_{THout}}{2}, \quad (4.3.4)$$

а коефіцієнт  $C_f$  розраховувався за формулою

$$C_f = \frac{(-dP / dz) \rho_{TH} 2R_{TH}}{(2G / \pi R_{TH}^2)^2}. \quad (4.3.5)$$

На рис. 4.10 представлено значення генерації ентропії як функції чисел Рейнольдса. Розрахунок проводився при  $T_{THin} = 350^\circ C$ .

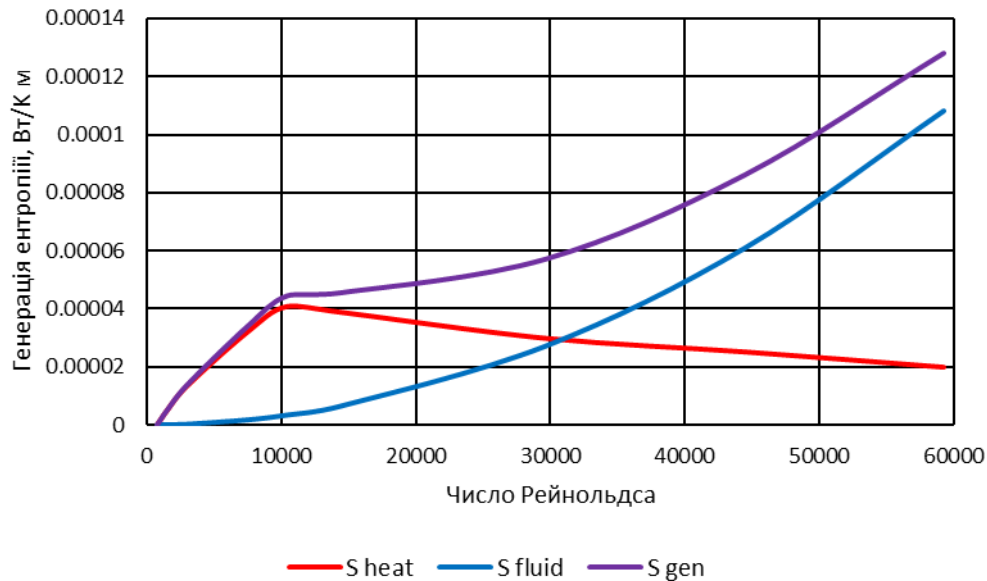


Рис. 4.10. Значення генерації ентропії як функції числа Рейнольдса

Як видно із рис.4.10, незворотність теплових процесів при ламінарному і перехідному режимах зростає і досягає пологого максимуму при числах Рейнольдса  $Re_{TH}$  від 10000 до 15000. Після чого генерація ентропії за рахунок

теплообміну зменшується завдяки зростанню гідродинамічних втрат. Очевидно, що числа Рейнольдса, які відповідають ламінарному  $0 < Re_{TH} < 2000$  та турбулентному  $12000 < Re_{TH} < 15000$  режиму течії теплоносія, є найбільш оптимальними з термодинамічної точки зору для фазоперехідного теплоаккумулятора обраної геометрії. Ці дані добре узгоджуються з даними, які отримані в [28] на основі натурних експериментів та 1D балансової моделі. Автори [28] запропонували вважати оптимальною з термодинамічної точки зору витрату теплоносія  $G = 0.03 \text{ кг} / \text{с}$ , яка відповідає числу Рейнольдса  $Re_{TH} = 14444$ . Більш того, треба окремо відзначити, що найбільш ефективно значення локального коефіцієнту тепловіддачі, яке розраховано в підрозділі 4.2, також відповідає отриманим оптимальним з термодинамічної точки зору параметра теплоносія.

#### **Висновки до розділу 4**

1. В ході комп'ютерного моделювання визначено вплив початкової температури та швидкості теплоносія на розподіл середньомасової температури ТАМу та теплоносія для експериментального зразка теплового акумулятора.
2. Знайдено розподіл середньомасової температури ТАМу та теплоносія в повздовжньому напрямку при змінах швидкості теплоносія. Визначено, що при ламінарному режимі течії спостерігається стабільна температура теплоносія на виході, яка дорівнює температурі фазового переходу ТАМу. Виявлено наявність нерівномірного розподілу температур у ТАМі в повздовжньому напрямку.
3. Доведено, що керування потоком теплоносія по довжині і в часі призводить до вирівнювання розподілу середньомасової температури в ТАМі.

Рекомендовано використовувати керування потоком в часі як метод, який технічно більш простіше реалізувати.

4. Знайдені значення локального коефіцієнту тепловіддачі теплоносія, які показують інтенсифікацію конвективного теплообміну в теплоносії при переході до турбулентного режиму його течії. Проведений гідродинамічний аналіз теплоносія та визначена залежність числа Нуссельта від числа Рейнольдса, яка використовується для термодинамічної оптимізації системи.

5. Базуючись на методах нерівноважної термодинаміки, проведено ентропійний аналіз та розрахована генерація ентропії в тепловому акумуляторі за рахунок теплових та гідродинамічних процесів. Визначені діапазони чисел Рейнольдса, які забезпечують максимальну теплову ефективність системи при мінімальних гідравлічних втратах.

## **5. ВЕРИФІКАЦІЯ СПРЯЖЕНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТА ЧИСЛОВИХ РЕЗУЛЬТАТІВ ЇЇ РОЗВ'ЯЗКУ ДЛЯ ФАЗОПЕРЕХІДНОГО ТЕПЛОАКУМУЛЯТОРА ТИПУ “ТРУБА В ТРУБІ”**

Процедура верифікації, яка підтверджує адекватність розробленої математичної моделі та отриманих результатів, є обов'язковим елементом будь-якого числового дослідження. Ця процедура стає особливо важливою під час моделювання процесів, які впливають один на одного. Саме такі взаємопов'язані процеси відбуваються в фазоперехідному теплоаккумуляторі типу “труба в трубі”, де гідродинамічні та теплові процеси в каналі теплоносія напрямку впливають на теплообмін в шарі ТАМу. Тому була запропонована спряжена математична модель, верифікація якої складалась із декількох етапів. На першому етапі було проведено порівняння отриманих числових даних із даними натурного експерименту. На другому етапі тестувався числовий алгоритм шляхом розв'язання задачі Стефана в постановці, яка передбачає аналітичний розв'язок. На третьому етапі тестувався числовий алгоритм для конвективного теплообміну в круглому каналі з теплоносієм шляхом аналітичного розв'язання задачі Гретца-Нуссельта.

### **5.1. Верифікація результатів комп'ютерного моделювання шляхом порівняння із даними натурного експерименту**

Порівняння числових даних із результати експериментальних досліджень є найбільш ґрунтовним і тому найбільш розповсюдженим методом перевірки адекватності створеної математичної моделі і розробленого числового алгоритму. Таке порівняння можна проводити із використанням повномасштабної моделі відповідного пристрою або його елементу, або на

моделі більш меншого (іноді більшого) масштабу. В першому випадку проводиться пряме порівняння результатів із визначенням похибки шляхом статистичної обробки результатів експерименту. Такий підхід найбільш повно надає уяву про загальні параметри системи, доводить вірність запропонованих в моделі припущень та відповідність числових алгоритмів.

Якщо верифікація результатів моделювання проводиться шляхом порівняння із поз масштабними експериментальними моделями, то виникають складні питання, які пов'язані із перенесенням отриманих даних на реальний об'єкт. Для цього необхідно використовувати фундаментальну теорію подібності та розмірності, яка має особливості та потребує проведення складних додаткових експериментів та розрахунків [113].

Верифікації розробленої спряженої моделі та відповідних числових результатів проводилась шляхом їх порівняння з експериментальними даними, які отримані на повномасштабній моделі вертикального теплоаккумулятора типу “труба в трубі”. Результати цих натурних експериментів представлені в [28]. На рис. 5.1. показано фото експериментальної установки, в якій в якості теплоносія використовувалась олія Syltherm800, а в якості ТАМу – нітрат натрію  $\text{NaNO}_3$ . Геометричні та динамічні параметри елемента теплоаккумулятора повністю відповідають модельним, які наведені в Таблиці 3.1.

Автори в [28] проводили не тільки експериментальні дослідження, а і запропонували наближену 1D математичну модель, яку побудували на основі інтегральних рівнянь теплових балансів. Результати розрахунків на основі такої наближеної 1D моделі також порівнювались із отриманими числовими даними. На рис. 5.2 та рис.5.3 показані зміни в часі середньомасової температури ТАМу на режимі зарядки в крайній верхній та в крайній нижній площині теплоаккумулятора, відповідно.



Рис. 5.1. Фото експериментальної установки для дослідження процесів тепломасообміну в елементі фазоперехідного теплоаккумулятора типу “труба в трубі”[28]

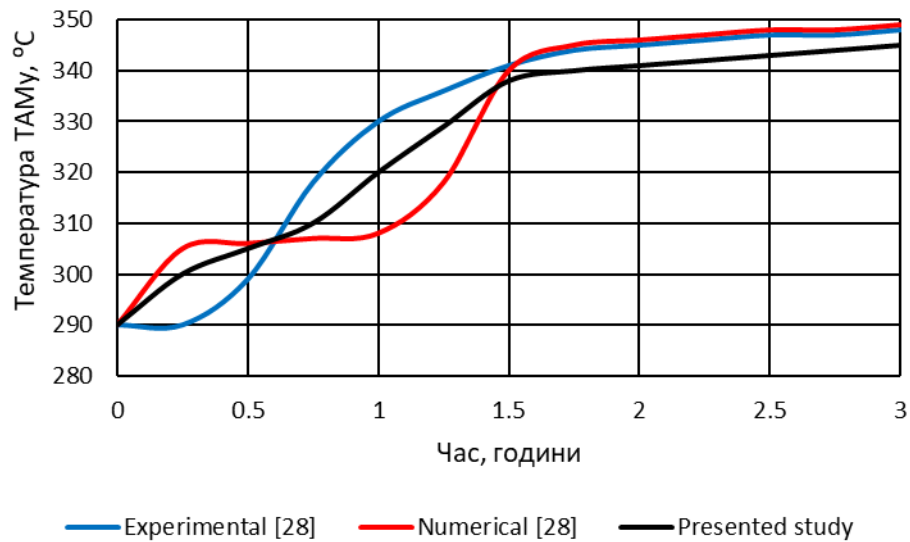


Рис. 5.2. Порівняння експериментальних, наближених та числових результатів розподілу середньомасової температури в ТАМі в крайній верхній площині

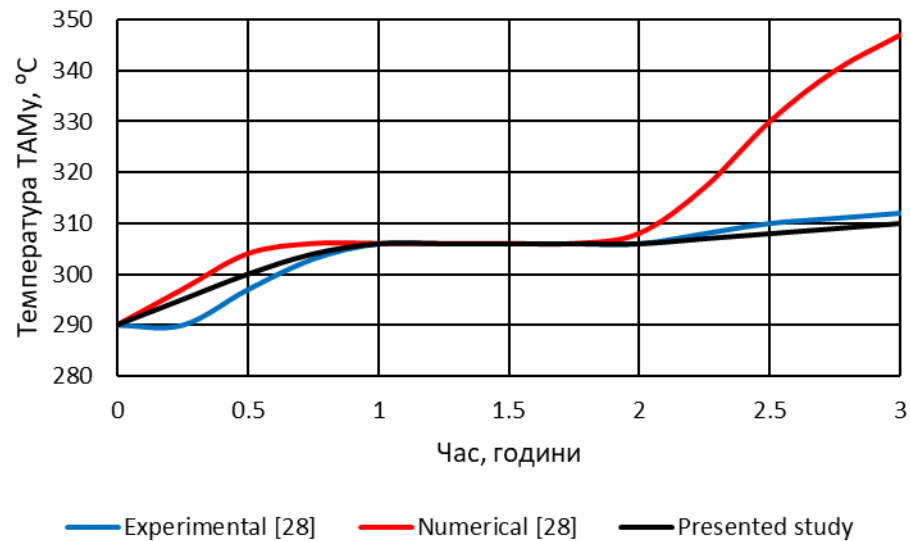


Рис. 5.3. Порівняння експериментальних, наближених та числових результатів розподілу середньомасової температури в ТАМі в крайній нижній площині

Аналіз графіків на рис. 5.2. показує, що існують деякі відхилення між числовими та експериментальними даними. Кількісне визначення цих відхилень проводилось на основі статистичного аналізу даних. При його проведенні було

визначено відносне середнє відхилення між даними моделі  $T_{mod\ el}$  та даними натурного експерименту  $T_{exp}$ , яке дорівнювало  $ARD = \sum_{i=1}^N \left| \frac{T_{mod\ el_i} - \bar{T}_{exp_i}}{\bar{T}_{exp_i}} \right| / N \approx 0.041$

або 4.1%, середньоквадратична похибка

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (T_{mod\ el_i} - \bar{T}_{exp_i})^2}{N}} = 7.945 \text{ } ^\circ\text{C}$$

та максимальне абсолютне відхилення, яке

$$\text{не перевищувало } MaxAD = Max |T_{mod\ el_i} - T_{exp_i}| = 12.2 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Ці відхилення можна пояснити особливостями протікання процесу в крайній верхній точці теплоаккумулятора – наявністю теплової інерційності на вхідній ділянці, суттєвим температурним градієнтом на цій ділянці та ін. Незважаючи на деякі кількісні відхилення, порівняння графіків для крайній верхній площині показує якісне узгодження експериментальних та числових даних. При аналізі графіків для крайній нижній площини (рис.5.3) спостерігається як кількісне, так і якісне узгодження між експериментальними та числовими даними. Базуючись на наведеному вище, можна зробити висновок, що запропонована спряжена математична модель в цілому адекватно описує взаємопов'язані теплові та гідродинамічні процеси в теплоаккумуляторі, а результати числового моделювання добре узгоджуються із експериментальними результатами.

## 5.2. Верифікація результатів числового розв'язку тестової задачі Стефана шляхом порівняння із аналітичним розв'язком

В якості тестової задачі для верифікації запропонованого методу та числового алгоритму по визначенню розподілу температур в ТАМі



розглядалась одновимірною задачею Стефана в постановці, що передбачає аналітичний розв'язок.

Для верифікації задачі Стефана було представлено в класичній постановці (2.1.1) - (2.1.2):

$$\begin{cases} C p_s \rho_s \frac{\partial T_s}{\partial \tau} = \lambda_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2}, & \tau > 0, 0 < x < \xi \\ C p_l \rho_l \frac{\partial T_l}{\partial \tau} = \lambda_l \frac{\partial^2 T_l}{\partial x^2}, & \tau > 0, \xi < x < \infty \end{cases},$$

$$\lambda_s \frac{\partial T_s(\xi, \tau)}{\partial x} - \lambda_l \frac{\partial T_l(\xi, \tau)}{\partial x} = \gamma \rho_l \frac{\partial \xi}{\partial \tau},$$

$$T_s(\xi, \tau) = T_l(\xi, \tau) = T_{ph} = const$$

але за умови сталої температури на поверхні теплообміну

$$T_s(0, \tau) = T_{нов} = const$$

та зі сталою початковою умовою

$$T_l(x, 0) = T_0.$$

У такій спрощеній постановці задача має аналітичний розв'язок, який вперше був отриманий Стефаном під час розв'язання задачі про промерзання ґрунту [114].

Пошук розв'язку будувався на припущенні, що при наявності сформованої границі розподілу фаз, задачу Стефана можна розглядати як задачу про охолодження системи тіл, на границі зіткнення яких підтримується постійна температура та існує від'ємне джерело тепла. В такому випадку розподіл температур у кожному з тіл відомий

$$T_s(x, \tau) = A_s + B_s \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{a_s \tau}},$$

$$T_l(x, \tau) = A_l + B_l \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{a_l \tau}},$$

де  $a_s = \frac{\lambda_s}{C_{p_s} \rho_s}$ ,  $a_l = \frac{\lambda_l}{C_{p_l} \rho_l}$  – коефіцієнти теплопровідності твердої та рідкої фази, відповідно.

Сталі  $A_s$  та  $A_l$  знаходяться із відповідних граничних умов:

$$A_s = T_{нов}, \quad A_l = T_0 - B_l.$$

Таким чином, маємо:

$$T_s(x, \tau) = T_{нов} + B_s \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{a_s \tau}},$$

$$T_l(x, \tau) = T_0 - B_l \left( 1 - \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{a_l \tau}} \right).$$

Із умови на границі розподілу фаз маємо:

$$T_{нов} + B_s \operatorname{erf} \frac{\xi}{2\sqrt{a_s \tau}} = T_0 - B_l \operatorname{erfc} \frac{\xi}{2\sqrt{a_l \tau}} = T_{ph} = \text{const.}$$

Значення  $B_s, B_l$  є сталими при будь-якому часі  $\tau$ , тому, очевидно, що величина  $\frac{\xi}{\sqrt{\tau}}$  буде також сталою, тобто положення границі розподілу фаз визначається як  $\xi = \beta \sqrt{\tau}$ , де  $\beta$  – коефіцієнт пропорційності, який характеризує швидкість поглиблення зони промерзання.

Таким чином, маємо

$$B_s = \frac{T_{ph} - T_{нов}}{\operatorname{erf} \frac{\beta}{2\sqrt{a_s}}}, \quad B_l = \frac{T_0 - T_{ph}}{\operatorname{erfc} \frac{\beta}{2\sqrt{a_l}}}.$$

Остаточно, аналітичний розв'язок задачі Стефана в даній постановці приймає вигляд:

$$T_s(x, \tau) = T_{нов} + (T_{ph} - T_{нов}) \frac{\operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{a_s \tau}}}{\operatorname{erf} \frac{\beta}{2\sqrt{a_s}}}, \quad (5.2.1)$$

$$T_l(x, \tau) = T_0 + (T_0 - T_{ph}) \frac{\operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{a_l \tau}}}{\operatorname{erfc} \frac{\beta}{2\sqrt{a_l}}}.$$

Коефіцієнт  $\beta$  знаходиться із характеристичного рівняння, яке будується на основі нелінійних умов на границі розподілу фаз та має вигляд:

$$\frac{\lambda_s (T_{ph} - T_{нов})}{\sqrt{a_s} \operatorname{erf} \frac{\beta}{2\sqrt{a_s}}} \exp\left(-\frac{\beta^2}{4a_s}\right) + \frac{\lambda_l (T_0 - T_{ph})}{\sqrt{a_l} \operatorname{erfc} \frac{\beta}{2\sqrt{a_l}}} \exp\left(-\frac{\beta^2}{4a_l}\right) = \frac{\rho \gamma \sqrt{\pi}}{2} \beta. \quad (5.2.2)$$

Аналітичний розв'язок (5.2.1) – (5.2.2) дуже складно використовувати на практиці, бо вирази містять спеціальні математичні функції, а значення коефіцієнту  $\beta$  виражено неявно. Для знаходження цього значення необхідно створити додатковий ітераційний алгоритм, який був розроблений в даній роботі для тестування числових результатів [115].

Тестова задача Стефана для отримання аналітичного розв'язку була сформульована в класичній постановці – як задача про промерзання – танення льоду. В якості фізичної моделі для розрахунків та верифікації було обрано процес формування льоду на поверхні шару води товщиною  $\delta$  та з постійною початковою температурою, що дорівнює  $T_l(x, 0) = T_0 > T_{ph}$ . На поверхні води

встановлюється постійна температура  $T_s(0, \tau) = T_{нов} < T_{ph}$ , після чого спостерігається процес формування льоду на поверхні води. В такій фізичній постановці задача Стефана розв'язана методом уявленої теплоємності на основі математичної моделі (2.1.8) – (2.1.11) з використанням створеного числового алгоритму та програмного коду.

Числове моделювання було проведено при  $T_{нов} = -20^{\circ}C$  та  $T_0 = 20^{\circ}C$ . Значення теплофізичних коефіцієнтів для рідкої та твердої фази обирались згідно з даними [116].

Процес фазового переходу триває повільно, тому обирався часовий інтервал спостереження, що відповідає фізичній суті процесу. Для  $\delta = 0.1m$  час спостереження дорівнював  $Time = 30xв$ , а співвідношення між кроком за часом та простором дорівнювало  $20 \times 700$ . Із вибором цього співвідношення напряду пов'язано визначення температури ліквідусу  $T_{liq}$  та солідусу  $T_{sol}$  і кількості розрахункових вузлів, що потрапляють в проміжну зону. Як було відмічене вище, невірний вибір кількості розрахункових вузлів може призвести до неприпустимих похибок, коли теплоту фазового переходу не буде враховано. В розрахунках кількість вузлів у проміжній зоні визначалась на основі числових експериментів та варіювалась від 50 до 100 при температурі ліквідусу  $T_{liq} = 0.1^{\circ}C$  та солідусу  $T_{sol} = -0.1^{\circ}C$ .

На рис.5.4. показані результати розрахунку тестової одновимірної задачі Стефана методом уявленої теплоємності, що відповідає математичній моделі (2.1.8) – (2.1.11) з умовами постійної граничної та початкової температури.

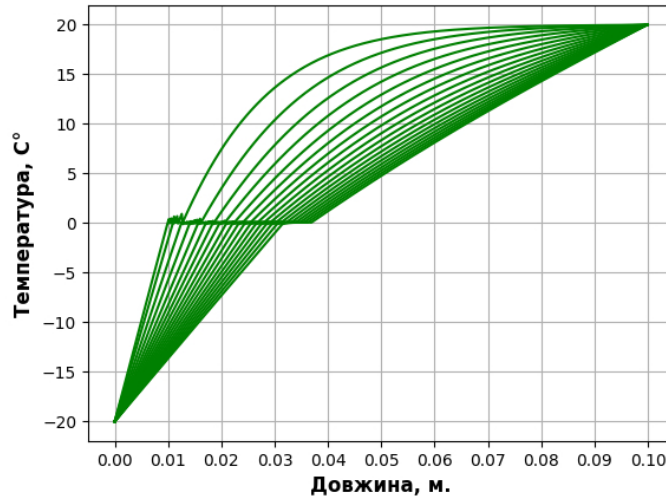


Рис. 5.4. Динаміка зміни температур при числовому розв'язанні  
одновимірної тестової задачі Стефана

На графіках, які отримані на основі розробленого числового алгоритму та створеного програмного коду, можна чітко прослідити формування та рух границі розподілу фаз, визначити швидкість цього руху та температурний розподіл в рідкій та твердій фазах.

Задача Стефана з тими ж числовими даними була також розв'язана аналітичним методом, базуючись на класичній математичній моделі (2.1.1) – (2.1.2). Для побудови аналітичного розв'язку (5.2.1) – (5.2.2.) для конкретного випадку необхідно додатково знайти значення коефіцієнту  $\beta$ . Рівняння (5.2.2) для визначення цього коефіцієнту є нелінійним трансцендентним рівнянням, яке містить спеціальні математичні функції, що визначаються за допомогою таблиць [117].

Це характеристичне рівняння було розв'язано методом простою ітерації на основі Python-коду за допомогою спеціальних вбудованих бібліотек. Для обраних початкових та граничних умов отримане значення дорівнює  $\beta = 0.000457$ . На рис. 5.5 показано порівняння результатів аналітичного та

числового розв'язків для розглянутої фізичної моделі при фіксованому часі  $Time = 30xв.$

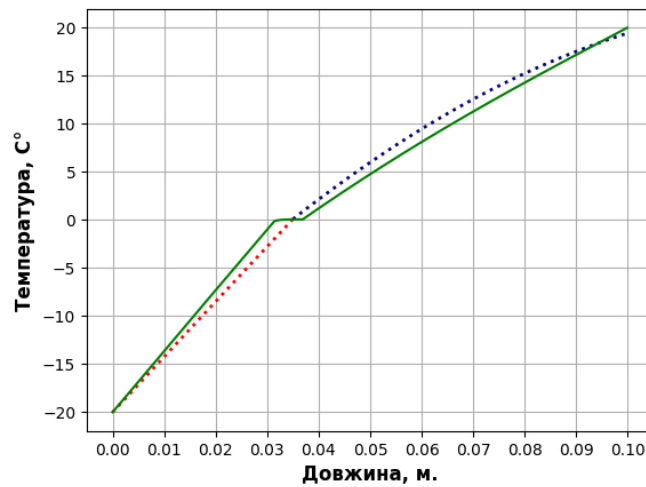


Рис. 5.5. Порівняння числового та аналітичного розв'язків одновимірної тестової задачі Стефана

На рис. 5.5 наглядно продемонстровано, що результати класичного аналітичного розв'язку (пунктирна лінія) майже співпадають із числовими даними, отриманими на основі методу уявленої теплоємності “mushy layer”. Як і очікувалось, деякі розбіжності спостерігаються в зоні фазового переходу, де існує розрив параметрів. Однак, ці розбіжності не впливають на розподіл температурних полів у твердої та рідкої фазах та на загальний енергетичний баланс системи. Тому запропонований підхід до розв'язання задачі Стефана, що базується на методі уявленої теплоємності, можна вважати повністю адекватним і отримані на основі нього розподіли температур в ТАМі відповідають фізичній сутності процесу як якісно, так і кількісно.

### 5.3. Верифікація результатів числового розв'язку тестової задачі Гретца-Нуссельта шляхом порівняння із аналітичним розв'язком

В якості тестової задачі для верифікації числового алгоритму по визначенню розподілу температур в потоці теплоносія розглядалась задача Гретца – Нуссельта [118]. Ця задача описує стаціонарний конвективний теплообмін рідини під час її ламінарного руху в каналі круглого перетину при постійній температурі стінки та постійній температурі на вході в канал.

Рівняння енергії для рідини в цьому випадку має вигляд:

$$w(r) \frac{\partial T_{TH}(r, z)}{\partial z} = a_{TH} \left( \frac{\partial^2 T_{TH}(r, z)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{TH}(r, z)}{\partial r} \right), \quad (5.3.1)$$

де  $a_{TH} = \frac{\lambda_{TH}}{Cp_{TH}\rho_{TH}}$  – коефіцієнт температуропровідності теплоносія.

Рівняння енергії доповнюється відповідними граничними умовами:

$$\text{при } r = R_{TH}, \quad 0 < z < L, \quad T_{TH}(R_{TH}, z) = T_{TAMin} = const, \quad (5.3.2)$$

$$\text{при } r = 0, \quad 0 < z < R_{TH}, \quad \frac{\partial T_{TH}(0, z)}{\partial r} = 0, \quad (5.3.3)$$

$$\text{при } z = 0, \quad 0 < r < R_{TH}, \quad T_{TH}(r, 0) = T_{THin} = const \quad (5.3.4)$$

та виразом, який описує профіль швидкості при ламінарному русі теплоносія профіля виду:

$$w(r) = 2\bar{w} \left( 1 - \frac{r^2}{R_{TH}^2} \right). \quad (5.3.5)$$

Аналітичний розв'язок математичної моделі (5.3.1) – (5.3.4) було отримано методом розділення змінних. Для використання цього методу були введені такі безрозмірні змінні: безрозмірна температура  $\theta = \frac{T - T_{TAMin}}{T_{THin} - T_{TAMin}}$ ,

безрозмірна радіальна координата  $R = \frac{r}{R_{TH}}$ , безрозмірна повздовжня координата

$$Z = \frac{a_{TH}}{2wR_{TH}} \cdot \frac{z}{R_{TH}} = \frac{l}{Pe_{TH}} \cdot \frac{z}{R_{TH}}.$$

В безрозмірних змінних математична модель (5.3.1) – (5.3.5) має вигляд:

$$(1 - R^2) \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \theta}{\partial R}, \quad (5.3.6)$$

$$\text{при } Z = 0, \quad 0 \leq R < 1, \quad \theta = 1, \quad (5.3.7)$$

$$\text{при } Z \geq 0, \quad R = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial R} = 0, \quad (5.3.8)$$

$$\text{при } Z \geq 0, \quad R = 1, \quad \theta = 0. \quad (5.3.9)$$

Розв'язок безрозмірної математичної моделі (5.3.6) – (5.3.9) є добуток двох функцій

$$\theta(Z, R) = \varphi(Z) \psi(R). \quad (5.3.10)$$

Після підстановки (5.3.10) в (5.3.6) маємо

$$\varphi \psi'' + \frac{1}{R} \varphi \psi' = (1 - R^2) \varphi' \psi$$

або

$$\frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{\psi'' + \frac{1}{R} \psi'}{(1 - R^2) \psi} = -\varepsilon^2.$$



Перепишемо останній вираз у вигляді двох звичайних диференціальних рівнянь:

$$\frac{d\varphi}{dZ} = -\varepsilon^2 \varphi, \quad (5.3.11)$$

$$\frac{d^2\psi}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{d\psi}{dR} + \varepsilon^2 (1 - R^2) \psi = 0. \quad (5.3.12)$$

Розв'язок першого рівняння є

$$\varphi = A \exp(-\varepsilon^2 Z),$$

де  $A$  – стала інтегрування.

Для пошуку розв'язку другого рівняння зручно перейти від змінної  $R$  до змінною  $\varepsilon R$ . Тоді

$$\frac{d^2\psi}{d(\varepsilon R)^2} + \frac{1}{\varepsilon R} \frac{d\psi}{d(\varepsilon R)} + \left(1 - \frac{(\varepsilon R)^2}{\varepsilon^2}\right) \psi = 0. \quad (5.3.13)$$

Рівняння (5.3.13) повинно задовольняти таким граничним умовам:

$$\text{при } R = 0, \quad \frac{d\psi}{dR} = 0, \quad (5.3.14)$$

$$\text{при } R = 1, \quad \psi = 0. \quad (5.3.15)$$

Розв'язок диференціального рівняння (5.3.13) будемо шукати в вигляді степеневого ряду:

$$\psi(\varepsilon R) = \sum_{n=0}^{\infty} b_{2n} (\varepsilon R)^{2n}. \quad (5.3.16)$$

Підставляючи (5.3.16) в (5.3.13), знаходяться коефіцієнти ряду  $b_{2n}$ .

Стала  $\varepsilon$  знаходиться із граничної умови (5.3.14). Якщо цю умову застосувати до (5.3.15), то отримаємо відповідний нескінченний ряд власних значень задачі  $\varepsilon_n$ . Кожному власному значенню відповідає власна функція  $\psi(\varepsilon_n R, \varepsilon_n) = \psi_n(R)$ .

Таким чином, частковий розв'язок диференціального рівняння (5.3.5) можна записати у вигляді:

$$\theta_n = A_n \exp(-\varepsilon_n^2 Z) \psi_n(R),$$

а загальний розв'язок є сума всіх часткових розв'язків:

$$\theta = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \psi_n(R) \exp\left(-\varepsilon_n^2 \frac{I}{Pe_{TH}} \frac{z}{R_{TH}}\right). \quad (5.3.17)$$

В (5.3.17) невідомі коефіцієнти знаходяться із граничної умови на вході (5.3.7). Після підстановки цієї граничної умови в (5.3.17), маємо

$$I = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \psi_n(R).$$

Використовуючи властивість ортогональності власних функцій, отримуємо значення невідомих коефіцієнтів

$$A_n = \frac{\int_0^1 \psi_n(R) R (1 - R^2) dR}{\int_0^1 \psi_n^2(R) R (1 - R^2) dR}. \quad (5.3.18)$$

Таким чином, співвідношення (5.3.17) та (5.3.18) є аналітичним розв'язком задачі Гретца-Нуссельта, на основі якої тестувався алгоритм розрахунку конвективного теплообміну в каналі теплоаккумулятора.

Багаточисельні дослідження показали, що ряд (5.3.17) швидко збігається – при збільшенні  $X$  вплив наступних членів в порівнянні із попередніми швидко зменшується [119]. Як правило, під час розрахунків на практики усіма членами, крім першого, нехтують. В такому разі розподіл температур в потоці теплоносія наближено буде виражатися формулою:

$$\frac{T - T_{TAMin}}{T_{THin} - T_{TAMin}} = A_n \psi_n(R) \exp\left(-\epsilon_n^2 \frac{l}{Pe_{TH}} \frac{z}{R_{TH}}\right). \quad (5.3.19)$$

Саме цей розв'язок був обраний для тестування задачі про конвективний теплообмін теплоносія в каналі теплоаккумулятора. В якості теплоносія в тестовій задачі було обрано Syltherm800. Його температура на вході в канал та температура стінки каналу відповідали початковим та граничним умовам для спряженої задачі, а саме  $T_{THin} = 350^{\circ}C$  та  $T_{TAMin} = 290^{\circ}C$ . Геометрія каналу та швидкість теплоносія також співпадали із даними спряженої задачі, які наведені в Таблиці 3.1.

На рис. 5.6. та рис. 5.7. наведено розподіли температур теплоносія в радіальному та повздовжньому напрямках, відповідно, які знайдені числовим та аналітичним методом.

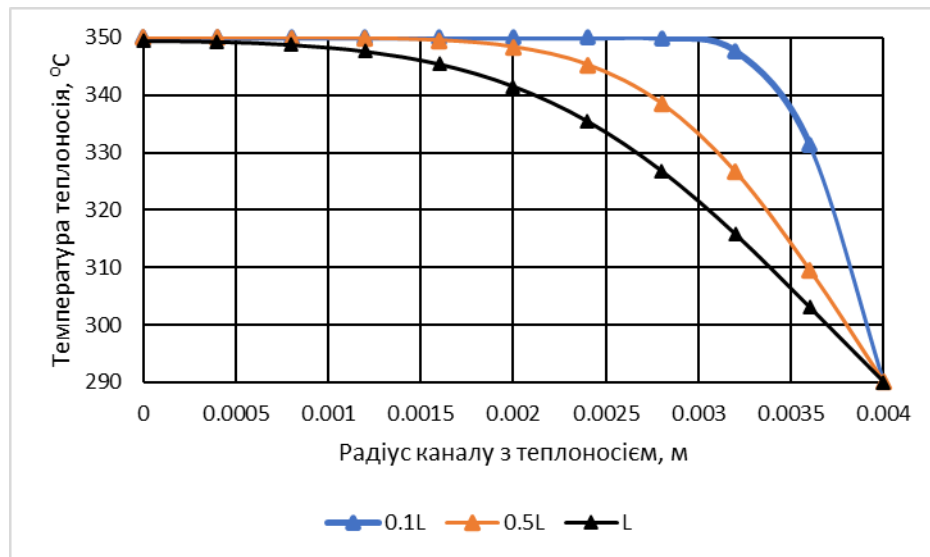


Рис. 5.6. Розподіл температур теплоносія в радіальному напрямку для тестової задачі Гретца-Нуссельта

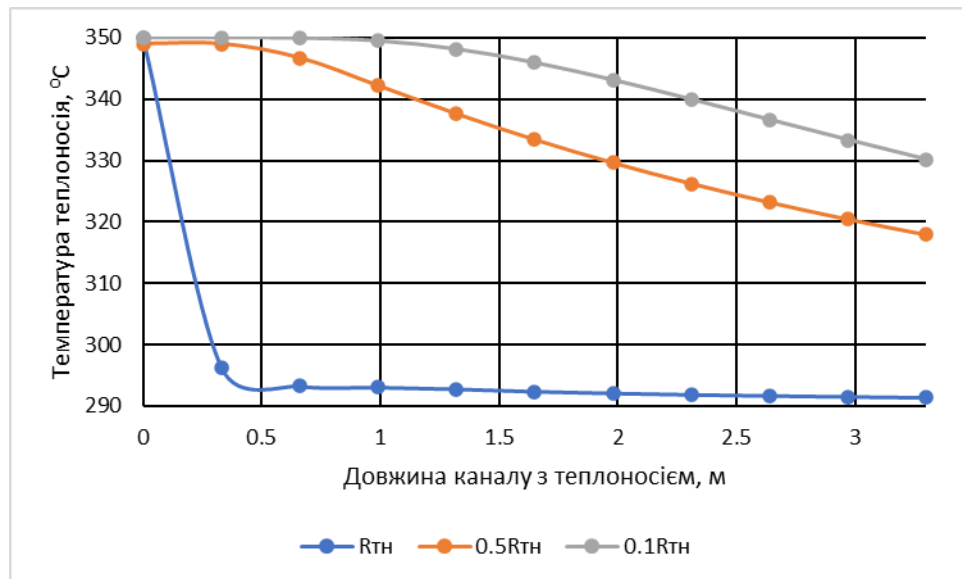


Рис. 5.7. Розподіл температур теплоносія в повздовжньому напрямку для тестової задачі Гретца-Нуссельта

Порівняння числових та аналітичних результатів тестової задачі Гретца-Нуссельта показало їх повний збіг, що свідчить про адекватність розробленої

математичної моделі та відповідного числового алгоритму для опису теплообміну в потоці теплоносія теплоаккумулятора.

### **Висновки до розділу 5**

1. Проведено верифікацію результатів комп'ютерного моделювання шляхом порівняння із даними натурного експерименту. Отримано добрий збіг числових та експериментальних даних в крайній нижній площині модельного теплоаккумулятора. Деякі розбіжності між числовими та експериментальними даними в крайній верхній площині знаходились в межах інженерної похибки і пояснювались наявністю початкової теплової ділянки.

2. Верифікацію числового алгоритму для задачі Стефана отримано на основі аналітичного розв'язку тестової одновимірної задачі Стефана в класичній постановці. Отримано майже повний збіг аналітичних та числових даних для тестової задачі, що свідчить про адекватність запропонованого підходу до числового розв'язання задачі Стефана.

3. Верифікацію числового алгоритму для задачі про конвективний теплообмін між теплоносієм і ТАМом отримано на основі аналітичного розв'язку тестової задачі Гретца – Нуссельта. Цей розв'язок відповідає стаціонарному конвективному теплообміну в круглому каналі при постійній температурі стінки. Отримано повний збіг аналітичних та числових даних для тестової задачі, що свідчить про адекватність запропонованого підходу до числового розв'язання задачі про конвективний теплообмін між теплоносієм і ТАМом.

## ВИСНОВКИ

Дисертація є закінченою науково-дослідною роботою, в якій проведено теоретичне узагальнення та комплексний розв’язок важливої науково-дослідної задачі, яка пов’язана із математичним та комп’ютерним моделюванням процесів енергопереносу у фазоперехідних теплових акумуляторах “тверде тіло – рідина” сонячних термодинамічних станцій.

Підсумовуючі проведені дослідження, які представлені в даній роботі, можна зробити наступні висновки.

1. На основі всебічного аналізу сучасної наукової літератури визначені особливості акумулювання енергії в сонячних енергетичних системах різного типу. Висвітлені методи акумулювання тепла в термодинамічних системах, зокрема, в параболоциліндричних сонячних станціях. Визначені переваги та недоліки пасивного теплового акумулювання із використанням теплоти фазового переходу “тверде тіло – рідина”. Проаналізовані різні методи підвищення ефективності фазоперехідних теплоакумуляторів, обґрунтовано вибір основних напрямків досліджень та сформульовані основні задачі.

2. **Вперше** розроблена 3D математична модель спряженої задачі Стефана, створений відповідний числовий алгоритм та **власний програмний продукт** для визначення особливостей теплообміну в тепловому акумуляторі з фазовим переходом “тверде тіло – рідина” типу “труба в трубі”.

3. Обґрунтовано доцільність використання методу уявленої теплоємності при формулюванні рівняння енергії для ТАМу. Рівняння енергії для теплоносія побудовано на основі рівнянь Нав’є-Стокса, а умови спряженості на границі теплоносія і ТАМу відповідали умовам ідеального теплового контакту – граничним умовам 4 роду. Визначені профілі швидкості для

теплоносія та знайдена залежність теплофізичних властивостей теплоносія від температури шляхом апроксимації експериментальних даних.

4. **Вперше** розроблено метод врахування вільної конвекції в розплаві теплоакумуючого матеріалу для теплового акумулятора типу “труба в трубі”, визначено вплив режиму теплоносія на інтенсивність вільної конвекції в розплаві.

5. Побудований числовий алгоритм для моделювання задачі Стефана в спряженій постановці, який базується на методі контрольних об’ємів із розщепленням за просторовими координатами та фізичними процесами. Детально описані основні етапи створення програмного коду на основі даного алгоритму, побудована відповідна блок-схема.

6. Проведені числові експерименти та визначені типові розподіли в просторі та часі температур теплоносія і ТАМу. Виявлено наявність суттєвої нерівномірності температур, яка збільшується при збільшенні швидкості теплоносія.

7. **Вперше** запропоновані методи вирівнювання розподілу температур в ТАМі, що базуються на варіаціях швидкості теплоносія у просторі та часі.

8. Розраховано локальний коефіцієнт тепловіддачі у фазоперехідному тепловому акумуляторі типу “труба в трубі”. Виявлено суттєве його зростання при підвищенні швидкості теплоносія. Проведений гідродинамічний аналіз фазоперехідного теплового акумулятора типу “труба в трубі” та знайдена залежність чисел Нуссельта від чисел Рейнольдса.

9. **Вперше**, базуючись на принципах нерівноважної термодинаміки, проведений ентропійний аналіз та визначені оптимальні значення чисел Рейнольдса, які забезпечують максимальну теплову ефективність фазоперехідного теплового акумулятора при мінімальних гідродинамічних втратах теплоносія.

10. Проведено верифікацію розробленої математичної моделі та отриманих числових результатів шляхом порівняння із експериментальними та аналітичними даними. Верифікація на основі експериментальних даних для модельного теплоаккумулятора показала добрий збір результатів. Аналітичні дані отримані на основі розв'язання двох тестових задач – одновимірної задачі Стефана в класичній постановці та задачі Гретца – Нуссельта про стаціонарний конвективний теплообмін ламінарного потоку теплоносія в круглій трубі при постійній температурі її поверхні. Отримано повний збіг аналітичних та числових даних для тестових задач.



## ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Dincer I, Rosen MA. Thermal energy storage, systems and applications. New York: Wiley; 2002.
2. Тучинський Б.Г., Кудря С.О., Іванченко І.В., Іванчук В.Ю. Невідворотність переходу України до відновлюваної енергетики. Відновлювальна енергетика. 2020. №4 (63).С. 6 – 21.
3. Безручко К.В., Книш Л.І., Сінченко С.В. Забезпечення точності опису характеристик груп фотоперетворювачів і фотоелектричних батарей на основі цільових експериментів на комплексному обладнанні, Відновлювальна енергетика, 2020, #3(62), С.35 – 41.
4. Захаров Д.В., Книш Л.І. Математичне моделювання впливу температурного режиму на ефективність сонячної панелі, Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. 2022. Т.34. С. 48 – 58.
5. Elumalai Vengadesan, Ramalingam Senthil. A review on recent development of thermal performance enhancement methods of flat plate solar water heater. Solar Energy. 2020.Vol. 206, P. 935 – 961
6. Книш Л.І. Метод врахування теплової провідності абсорбера в плоскому сонячному колекторі. Відновлювальна енергетика. 2014. №2(37). С.38 – 42.
7. Lissner M., Tissot J., Leducq D., Azzouz K., Fournaison L. Performance study of latent heat accumulators: Numerical and experimental study. Applied Thermal Engineering. 2016, Vol.102, P. 604 – 614
8. Книш Л.І. Математичне моделювання процесів теплообміну в акумулюючих системах “тверде тіло - рідина”. Промислова теплотехніка. 2014. №4, Т. 36. С. 5 – 10.
9. Knysh L. Modeling of energy characteristics of parabolic concentrators based on Monte Carlo ray tracing method, Applied Solar Energy, 2021, Vol. 57, Issue 5. P.413 – 419.

10. Масаликін С.С., Книш Л.І. Моделювання енергетичних втрат при розфокуванні сонячних параболоїдних концентраторів. Відроджена енергетика. 2022. №2(69). С.26 – 31.
11. Книш Л.І. Моделювання процесів енергопереносу в акумуляторі тепла “тверде тіло - рідина” космічної енергетичної установки. Збірник наукових праць “Системне проектування та аналіз характеристик аерокосмічної техніки”. Дніпропетровськ, 2014. Т.ХVII. С. 89 – 96.
12. Масаликін С.С., Книш Л.І. Алгоритм Монте-Карло для розрахунку переносу випромінювання в системі «Сонце – параболоїдний концентратор – теплоприймач», Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій, 2021, Т.33, №1, С. 114 –125.
13. Renewable Power Generation Costs in 2018. Режим доступу: <https://www.irena.org/publications/2019/May/Renewable-power-generation-costs-in-2018>
14. Merchán R.P., Santos M.J., Medina A., Calvo Hernández A. High temperature central tower plants for concentrated solar power: 2021 overview. Renewable and Sustainable Energy Reviews. Vol. 155, 2022, 111828.
15. Alnaimat F., Y Rashid Y. Thermal energy storage in concentrated solar power plants. Chapter 11. Energy Storage for Multigeneration, Elsevier. 2023. P. 275 – 294.
16. Gasa G., Lopez-Roman A., Prieto C., Cabeza L.F. Life cycle assessment of a concentrating solar power plant in tower configuration with and without thermal energy storage. Sustainability. 2021. 13(7), 3672.
17. Gasa G, Prieto C., Lopez-Roman A., Cabeza L.F. Life cycle assessment of a concentrating solar power plant in tower configuration with different storage capacity in molten salts. Journal of Energy Storage, 2022, Vol. 53, 105219.

18. Ahmed Bilal Awan, M.N. Khan, Muhammad Zubair, Evangelos Bellos. Commercial parabolic trough CSP plants: Research trends and technological advancements. *Solar Energy*. 2020. Vol. 211, P. 1422 – 1458.
19. Cable R., Cohen G, Kearney D. SEGS Plant Performance 1989-1997. ASME International Solar Energy Conference, Albuquerque, June 1997.
20. Cohen G., Kearney D., Price H. Performance history and future costs of parabolic trough solar electric systems. *Proceedings of the 9th Solar PACES International Symposium on Solar Thermal Concentrating Technologies*, September 1999.
21. Gonzalez-Roubaud, E., P´erez-osorio, D., Prieto, C., Review of commercial thermal energy storage in concentrated solar power plants: Steam vs. molten salts. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2017, Vol. 80, P. 133 –148.
22. Wang Zhifeng, In: *Design of Solar Thermal Power Plants*. Chapter 6 - Thermal Storage Systems. Elsevier, 2019, P. 387 – 415.
23. Ahmed Bilal Awana, Muhammad Zubair, R.P. Praveen, Abdul Rauf Bhatti. Design and comparative analysis of photovoltaic and parabolic trough based CSP plants, *Solar Energy*, Vol. 183, 2019, P. 551 – 565.
24. Ahmed Bilal Awan, M.N. Khan, Muhammad Zubair, Evangelos Bellos, Commercial parabolic trough CSP plants: Research trends and technological advancements, *Solar energy*, Vol. 211, 2020, P.1422 – 1458.
25. Guruprasad Alva, Yaxue Lin, Guiyin Fang, An overview of thermal energy storage systems. *Energy*. Vol. 144, 2018, P. 341 – 378.
26. Гарькавський І.В., Книш Л.І. Моделювання енергопереносу в фазоперехідному теплоаккумуляторі сонячної термодинамічної установки”, *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій*, 2020, Т.2, №32, С.5 –14.
27. Herrmann U., Kelly B., Price H. Two-tank molten salt storage for parabolic trough solar power plants. *Energy*, 2004, Vol.29, P.883 – 893.

28. Horst Michels, Robert Pitz-Paal, Cascaded latent heat storage for parabolic trough solar power plants, *Solar energy*, 2007, Vol.81, P.829 – 837.
29. Chandra D, Chellappa R, Chien W. Thermodynamic assessment of binary solid-state thermal storage materials. *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, 2005, Vol.66, P. 235– 240.
30. Antoni Gil, Marc Medrano, Ingrid Martorell, Ana La´zaro, Pablo Dolado, Belen Zalba, Luisa F. Cabeza, State of the art on high temperature thermal energy storage for power generation. Part 1—Concepts, materials and modellization, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2010, Vol. 14, P. 31 – 55.
31. Книш Л.І. Расчёт проектных параметров теплового аккумулятора с фазовым переходом «твёрдое тело – жидкость», Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць, 2014, №3(92), С. 50 – 56.
32. Agyenim F., Hewitt N., Eames P., Smyth M. A review of materials, heat transfer and phase change problem formulation for latent heat thermal energy storage systems, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2010, Vol.14, P. 615 – 628.
33. Xiang Zhang, Hadi Keramati, Martinus Adrian Arie etc. Recent developments in high temperature heat exchangers: A review. *Frontiers in Heat and Mass Transfer*, 2018, Vol.11, P.1 – 14.
34. Saeed Tiari, Addison Hockins, Mahboobe Mahdavi, Numerical study of a latent heat thermal energy storage system enhanced by varying fin configurations, *Case Studies in Thermal Engineering*, 2021, Vol.25, 100999.
35. Sajjad Ahangar Zonouzi, Arash Dadvar, Numerical investigation of using helical fins for the enhancement of the charging process of a latent heat thermal energy storage system, *Journal of Energy Storage*, 2022, Vol. 49, 104157.
36. Xinyu Huang, Shouguang Yao, Xiaohu Yang, Rui Zhou. Jianguo Luo, Xiaoyu Shen, Comparison of solidification performance enhancement strategies for a triplex-

- tube thermal energy storage system, *Applied Thermal Engineering*, 2022, Vol.204, 117997.
37. Junfei Guo, Zhan Liu, Bo Yang, Xiaohu Yang, Jinyue Yan Melting assessment on the angled fin design for a novel latent heat thermal energy storage tube, *Renewable Energy*, 2022, Vol.183, P.406 – 422.
38. Shuai Zhang, Yuying Yan, Evaluation of discharging performance of molten salt/ceramic foam composite phase change material in a shell-and-tube latent heat thermal energy storage unit, *Renewable energy*, 2022, Vol. 198, P. 1210 –1223.
39. Jerzy Wołoszyn, Krystian Szopa, Grzegorz Czerwiński, Enhanced heat transfer in a PCM shell-and-tube thermal energy storage system, *Applied thermal engineering*, 2021, Vol. 196, 117332.
40. Amit Kumar, Prashant Verma, L.Varshney, An experimental and numerical study on phase change material melting rate enhancement for a horizontal semi-circular shell and tube thermal energy storage system, *Journal of Energy Storage*, 2022, Vol.45, 103734.
41. Bohui Lu, Yongxue Zhang, Jianjun Zhu, Jinya Zhang, Dong Sun, Enhancement of the charging and discharging performance of a vertical latent heat thermal energy storage unit via conical shell design, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2022, Vol. 185, 122393.
42. Shahin Shoeibi, Hadi Kargarsharifabad, Seyed Ali Agha Mirjalily, Meisam Sadi, Ahmad Arabkoohsar A comprehensive review of nano-enhanced phase change materials on solar energy applications, *Journal of Energy Storage*, 2022, Vol. 50, 104262.
43. Kasaeian, A. T. Eshghi, M. Sameti, A review on the applications of nanofluids in solar energy systems, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2015, Vol. 43, P. 584 – 598.

44. Lyudmila Knysh. Thermo-fluid modeling and thermodynamic analysis of low-temperature parabolic trough systems with multi-walled carbon nanotubes/water nanofluids, *International Journal of Thermal Sciences*, 2022, Vol.181, 107770.
45. Reza Daneshazarian, Ayman M.Bayomy, Seth B.Dworkin, NanoPCM based thermal energy storage system for a residential building, *Energy Conversion and Management*, 2022, Vol. 254, 115208.
46. Vednath P.Kalbande, Ganesh Fating, Man Mohan, Kishor Rambhad, Agnivesh Kumar Sinha, Experimental and theoretical study for suitability of hybrid nano enhanced phase change material for thermal energy storage applications, *Journal of Energy Storage*, 2022, Vol.51, 104431.
47. H. Masoumi, R. Haghighi Khoshkhoo, S. M. Mirfendereski Experimental and numerical investigation of melting/solidification of nano-enhanced phase change materials in shell & tube thermal energy storage systems, *Journal of Energy Storage*, 2022, Vol.47, 103561.
48. Junrong Mo, Xiaoye Dai, Shuhan Xu, Lin Shi, Design method of combined cooling, heating, and power system coupled with cascaded latent heat thermal energy storage based on supply-demand energy-exergy matching, *Energy Conversion and Management*, 2022, Vol.268, 116040.
49. EL Saeed Saad ELSihy, Chao Xu, Xiaoze Du Cyclic performance of cascaded latent heat thermocline energy storage systems for high-temperature applications, *Energy*, 2022, Vol.239, Part C, 122229.
50. Man Fan, Zhaoyang Luan, Hua Yang, Xuemei Zhang, Mingdong Hou, Leihong Guo, Xiangfei Kong, Charging and discharging characteristics of cascaded latent heat storage (CLHS) tank for low-temperature applications, *Applied Thermal Engineering*, 2022, Vol. 213, 118698.

51. Ruihuan Ge, Qi Li, Chuan Li, Qing Liu, Evaluation of different melting performance enhancement structures in a shell-and-tube latent heat thermal energy storage system, *Renewable energy*, 2022, Vol. 187, P. 829 – 843.
52. A. Ramos, E. López, C. del Cañizo, A. Datas Cost-effective ultra-high temperature latent heat thermal energy storage systems, *Journal of Energy Storage*, 2022, Vol.49, 104131.
53. Zeeshan Munir, Franz Roman, Badar Munir Khan Niazi , Naveed Mahmood, Anjum Munir, Oliver Hensel, Thermal analysis of a solar latent heat storage system using Scheffler concentrator for agricultural applications, *Applied Thermal Engineering*, 2023, Vol. 218, 119230.
54. Lyudmila Knysh, Thermo-fluid performance enhancement in a long double-tube latent heat thermal energy storage system, *Journal of Energy Storage*, 2023, Vol. 70, 108020.
55. Zhenxing Han, Chatura Wickramaratne, D.Yogi Goswami, Chand Jotshi Experimental study on operating characteristics of nitrate salt-based latent heat thermal energy storage unit *Applied Thermal Engineering*, 2022, Vol.202, 117846.
56. Wei Wang, Xibo He, Yong Shuai, Jun Qiu, Yicheng Hou, Qinghui Pan Experimental study on thermal performance of a novel medium-high temperature packed-bed latent heat storage system containing binary nitrate, *Applied Energy*, 2022, Vol. 309, 118433.
57. Wei Wang, Yong Shuai, Jun Qiu, Xibo He, Yicheng Hou, Effect of steady-state and unstable-state inlet boundary on the thermal performance of packed-bed latent heat storage system integrated with concentrating solar collectors, *Renewable Energy*, 2022, Vol.183, P. 251 – 266.
58. Stefan, J., Übereinige Probleme der Theorie der Wärmeleitung, *Sitzungber., Wien, Akad., Material Nature* 98, 1889, P. 473–484.

59. J. Stefan, *Über die Theorie der Eisbildung, insbesondere über die Eisbildung im Polarmeere*, *Annalen der Physik und Chemie* 42, 1891, P. 269–286.
60. Лыков А.В. *Теория теплопроводности*. М.: Высшая школа, 1967. 600 стр.
61. Лейбензон Л.С. *Руководство по нефтепромысловой механике*, М.-Л., 1931, 148 с.
62. D.W. Murray, F. Landis, Numerical and machine solutions of transient heat conduction problems. I. Method of analysis and sample solutions, *Journal of Heat and Mass Transfer*, 1959, Vol. 81, P. 106 – 112.
63. J. Douglas, T.M. Gallie, On the Numerical Integration of a Parabolic Differential Equation Subject to a Moving Boundary Condition, *Duke Mathematical Journal*, 1955, Vol.22, P. 557 – 570.
64. R.S. Gupta, D. Kumar, A Modified Variable Time Step Method for One-Dimensional Stefan Problem, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1980, Vol. 23, P. 101 – 109.
65. R.S. Gupta, D. Kumar, Variable Time Step Methods for One-Dimensional Stefan Problem with Mixed Boundary Condition, *Journal of Heat and Mass Transfer*, 1981, Vol. 24, P. 251 – 259.
66. R.M. Furzeland, A Comparative Study of Numerical Methods for Moving Boundary Problems, *Journal of the Institute of Mathematics and its Applications*, 1980, Vol.26, P. 411– 429.
67. J.U. Brackbill, J.S. Saltzman, Adaptive Zoning for Singular Problems in Two Dimensions, *Journal of Computational Physics*, 1982, Vol. 46, P. 342.
68. Chan S.H., Kocamustafaogullari G., Cho D.H. Melting and solidification with internal radiative transfer – a generalized phase change model, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1983, Vol.26, no.4, P.621 – 633.



69. Oruma F.O., Ozisik M.N., Boles M.A. Effects of anisotropic scattering on melting and solidification of a semi – infinite, semi – transparent medium, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1985, Vol.24, no.2, P.441 – 449.
70. Gunter H., Meyer A. A numerical method for the solidification of a binary alloy, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1981, V.24, no.4, P.778 – 781.
71. Тимошпольский В.И., Беляев Н.М., Рядно А.А. Прикладные задачи металлургической теплофизики. Минск, Навука і тэхніка, 1991, 320 с.
72. V. Antony Aroul Raj, R. Velraj, Heat transfer and pressure drop studies on a PCM heat exchanger module for free cooling applications, *International Journal of Thermal Sciences*, 2011, Vol. 50, P.1573 – 1582.
73. Satyanarayana Kondle, Jorge L. Alvarado, Charles Marsh, Laminar Heat Transfer Behavior of a Phase Change Material Fluid in Microchannels with Staggered Pins, *Journal of Heat Transfer*, 2016, Vol.139, no.6, 062401.
74. M. Rajagopal, R. Dinesh Babu, V. Antony Aroul Raj, R. Velraj, Investigation on phase change material-based flat plate heat exchanger modules for free cooling applications in energy-efficient buildings, *Advances in Building Energy Research*, 2016, Vol.11, no.2, P.1– 23.
75. Mehmet Akif Ezan, Esra Ozcan Doganay, FazilErinc Yavuz, Ismail Hakk Tavman, A numerical study on the usage of phase change material (PCM) to prolong compressor off period in a beverage cooler, *Energy Conversion and Management*, 2017, Vol. 142, P. 95 – 106.
76. T. Bouhal, T. El Rhafiki, T. Kousksou, A. Jamila, Y. Zeraoulib, PCM addition inside solar water heaters: Numerical comparative approach, *Journal of Energy Storage*, 2018, Vol.19, P. 232 – 246.
77. Carla Balocco, Giuseppe Petrone, Numerical Modelling for the Thermal Performance Assessment of a Semi-Opaque Façade with a Multilayer of NanoStructured and Phase Change Materials, *Buildings*, 2017, Vol. 7, P. 90.

78. Nima Bonyadi, Süleyman Kazım Somek, Cemil Cihan Ozalevli, Baker Derek, Tari İlker, Numerical analysis of phase change material characteristics used in a thermal energy storage device, *Heat Transfer Engineering*, Taylor & Francis, 2018.
79. A. Ousegui, B. Marcos, M. Havet, Inverse method to estimate air flow rate during free cooling using PCM-air heat exchanger, *Applied Thermal Engineering*, 2019, Vol.146, P.432 – 439.
80. Ping Ping, Rongqi Peng, Depeng Kong, Guoming Chen, Jennifer Wen, Investigation on thermal management performance of PCM-fin structure for Li-ion battery module in high-temperature environment”, *Energy Conversion and Management*, 2018, Vol. 176, P. 131–146.
81. Morshed Alam, Jay Sanjayan, Patrick X.W.Zou, Sayanthan Ramakrishnan, John Wilson, Evaluating the passive and free cooling application methods of phase change materials in residential buildings: A comparative study, *Energy and Buildings*, 2017, Vol.148, P.238 – 256.
82. Shuli Liu, Muriel Iten, Ashish Shukla, Numerically Study the Performance of An Air—multiple PCMs unit for Free Cooling and Ventilation, *Energy and Buildings*, 2017, Vol.151, P.520 – 533.
83. S. Arun Prakash, C. Hariharan, R. Arivazhagan, R. Sheeja, V. Antony Aroul Raj, R. Velraj, Review on numerical algorithms for melting and solidification studies and their implementation in general purpose computational fluid dynamic software, *Journal of Energy Storage*, 2021, Vol.36, 102341.
84. Z.W. Ma, P. Zhang, Modeling heat transfer characteristics of flow melting of phase change material slurries in the circular tubes, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2013, Vol. 64, P. 874 – 881.
85. E. Meng, H. Yu, G. Zhang, Y. He, Experimental and numerical study of the thermal performance of a new type of phase change material room, *Energy Conversion and Management*, 2013, Vol. 74, P. 386 – 394.

86. J. Tissot, M. Lissner, K. Azzouz, D. Leducq, Thermal conductivity enhancement of phase change materials for thermal energy storage in automotive: experimental and numerical investigations, *Computational Thermal Sciences: International Journal*, 2013, Vol.6, no. 4, P. 329 – 339.
87. Schlichting H. *Boundary-layer theory*, 1982, 843 p.
88. Y.A. Cengel, A.J. Ghajar, “Heat and mass transfer: fundamentals & applications”, 4<sup>th</sup> ed., New York: McGraw-Hill, 2011, 924 p.
89. Юрков Р.С., Книш Л.І. Моделювання теплообміну в фазоперехідному тепловому акумуляторі сонячної термодинамічної установки, XXIII Міжнародна науково-практична онлайн—конференція "Відновлювана енергетика та енергоефективність у XXI столітті", 19 - 20 травня 2022 року, м. Київ, С. 160 – 162.
90. Lyudmila Knysh, Thermo-fluid modeling and thermodynamic analysis of low-temperature parabolic trough systems with multi-walled carbon nanotubes/ water nanofluids, *International Journal of Thermal Sciences*, 2022, Vol. 181, 107770.
91. H. Reichardt, Vollständige Darstellung der turbulenten Geschwindigkeitsverteilung in glatten Leitungen, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 1951, Vol. 31, no. 7, P. 208 – 219.
92. EW Lemmon, ML Huber, MO Mc Linden NIST Standard Reference Database 23: Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties-REFPROP, Version 10.0. National Institute of Standards and Technology, 2018, <https://pages.nist.gov>
93. Syltherm800 Heat Transfer Fluid. Product Technical Data, <http://www.dow.com/heattrans>
94. Юрков Р.С., Книш Л.І. Моделювання вільної конвекції в розплаві в тепловому акумуляторі фазового переходу “тверде тіло – рідина”, *Відновлювана енергетика*, 2022, №4(71), С.90 – 96.

95. González-Roubaud E., Pérez-Osorio D., Prieto C. Review of commercial thermal energy storage in concentrated solar power plants: Steam vs. molten salts. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2017. Vol.80, P.133 –148.
96. Sandra K. S. Boetcher, *Natural Convection from Circular Cylinders*, Springer, 2014, 57p.
97. Zukauskas A. *Heat transfer in turbulent fluid flows*, Springer, 1987, 282 p.
98. John H. Lienhard IV, John H. Lienhard V, *A Heat Transfer Textbook*, Fifth Edition, Phlogiston Press, Massachusetts Institute of Technology, 2020, 784p.
99. K. T. Yang. Natural convection in enclosures. In S. Kakaç, R. K. Shah, and W. Aung, editors, *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, Chap. 13. Wiley-Interscience, New York, 1987, P.47 –62.
100. Книш Л.І., Масаликін С.С., Юрков Р.С., Борисенко А.Г. Мультифізична математична модель тепломасообміну в системі прийому та акумулювання сонячної енергії, Збірник тез Міжнародної науково-технічної конференції «Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні – ІТММ'2022», м. Дніпро, 18 травня 2022 р., С. 123 – 126.
101. S.V. Patankar, “Numerical heat transfer and fluid flow”, Taylor&Francis, 1980. 214 p.
102. Книш Л.І., Русакова Т.І., Клим В.Ю. Моделювання та методи розрахунку процесів тепломасопереносу в трубах і каналах, Навчальний посібник. Дніпро, РВВ ДНУ, 2019, 92 с.
103. Юрков Р.С., Книш Л.І. Числовий алгоритм розрахунку задачі Стефана на основі метода “Mushy layer”. Збірник тез XXIII Міжнародної молодіжної науково-практичної конференції «Людина і космос», м. Дніпро, 14 –16 квітня 2021р., С.80.

104. Knysh Lyudmila, Yurkov Roman. Coupled mathematical model of heat and mass transfer in the thermal energy storage module with phase transition “solid body – liquid”, *Applied Solar Energy*. 2023. Vol.59, no.4, P. 579 – 586.
105. Набережнов А.А., Алексеева О.А., Кудрявцева А.В., Чернышов Д.Ю., Вергентьев Т.Ю., Фокин А.В. “Структурный переход и температурные зависимости коэффициентов теплового расширения  $\text{NaNO}_3$ , внедренного в нанопористое стекло”, *Физика твердого тела*, 2022, Т. 64, Вып.3, С. 365 – 370.
106. Lyudmila Knysh, Thermo-fluid performance enhancement in a long -tube latent heat thermal energy storage system, *Journal of Energy Storage*, Vol. 70, 2023, 108020.
107. Юрков Р.С., Книш Л.І., Оптимізація параметрів фазоперехідного теплового акумулятора методами нерівноважної термодинаміки, XXIV Міжнародна науково-практична конференція "Відновлювана енергетика та енергоефективність у XXI столітті", 18-19 травня 2023 року, м. Київ, С. 186 – 188.
108. Юрков Р.С., Книш Л.І. Комп'ютерне моделювання спряженої задачі Стефана в тепловому акумуляторі з фазовим переходом “тверде тіло – рідина”. Тези доповідей XXI Міжнародної науково-практичної конференції “Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем”, м. Дніпро, 22 – 24 листопада 2023р. С. 314 – 315.
109. Y.A. Cengel, A.J. Ghajar, “Heat and mass transfer: fundamentals & applications”, 4<sup>th</sup> ed., New York: McGraw-Hill, 2011, 924 p.
110. V. Pokrovskii, “Thermodynamics of Complex Systems: Principles and applications”, IOP Publishing, Bristol, UK, 2020, 212 p.
111. A. Bejan, “Entropy Generation Minimization. The Method of Thermodynamic Optimization of Finite-Size Systems and Finite-Time Processes”, CRC Press, 1995, 400 p.

112. A. Bejan, "Second law analysis in heat transfer", Energy, 1980, vol.5, no. 8–9, P. 721–732.
113. Emori Richard I., Schuring Dieterich J., Scale models in engineering: fundamentals and applications (2nd ed.). Elsevier, 2016, 312 p.
114. Carslaw H.S., Jaeger J.C. Conduction of Heat in Solids, 2th edition, Oxford University Press, Oxford, UK, 1959, 310 p.
115. Юрков Р.С., Книш Л.І. «Верифікація математичної моделі задачі Стефана в рамках методу «Mushy layer», Науковий журнал «Технічна механіка», ТМ, 2021, № 3, С. 119 – 125
116. Lemmon E., Bell I.H., Huber M., McLinden M., NIST Standard Reference Database 23: Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties, Refprop, Version 10.0, National Institute of Standards and Technology, Standard Reference Data Program, Gaithersburg, 2013.
117. Барковский В., Барковская Н., Лопатин А. Теорія ймовірностей та математична статистика. К.: Центр навчальної літератури. 2019, 424 с.
118. Knysh L.I. Verification of the Numerical Algorithm for Parameter Analysis of the Tube Heat Receiver of the Solar Parabolic Trough System. Applied Solar Energy, 2019, V.55, No.5, P.340 – 346.
119. Campo A., Marucho M.D, Approximate, Semi-Analytic Solution of the Graetz–Nusselt Problem: Method of Lines, Journal Thermophysics and Heat transfer, 2018, Vol.32, no.2, P.531 – 538.