

Міністерство освіти і науки України
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара
Міністерство освіти і науки України
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

МАСАЛИКІН СТАНІСЛАВ СЕРГІЙОВИЧ

УДК 517.9, 536.4

ДИСЕРТАЦІЯ

**СТАТИСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ПОТОКІВ В
СИСТЕМАХ КОНЦЕНТРАЦІЇ ЕНЕРГІЇ СОНЦЯ**

11 Математика та статистика
113 Прикладна математика

Подається на здобуття ступеня доктора філософії. Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів та текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ С. С. Масаликін

Науковий керівник:
Книш Людмила Іванівна
доктор технічних наук, професор

Дніпро – 2024

АНОТАЦІЯ

Масаликін С.С. Статистичне моделювання енергетичних потоків в системах концентрації енергії Сонця. – Кваліфікаційна наукова робота на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика. – Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, м. Дніпро, 2024.

Дисертаційна робота присвячена дослідженню процесів радіаційного переносу в системах концентрації сонячного випромінювання.

Метою роботи є розробка та узагальнення методів математичного і комп'ютерного моделювання переносу енергетичних потоків у сонячних енергетичних системах з концентраторами, визначенню співвідношень між геометричними та енергетичними параметрами таких систем за для забезпечення максимальних значень ефективності відповідного циклу перетворення, вплив на ці співвідношення неточності поверхні концентраторів та ефекту розфокусування.

Проведений аналіз основних типів перетворення сонячного випромінювання дозволив виявити суттєві переваги, які характерні для термодинамічного перетворення. Реалізація цих переваг неможлива без всебічного дослідження кожного елементу сонячного циклу.

Ключовим елементом більшості сонячних термодинамічних установок є система прийому сонячного випромінювання, що складається із концентратора та теплоприймача. Від енергетичних та економічних параметрів системи прийому залежить ефективність перетворення в цілому. Тому дослідження процесів радіаційного переносу в системах концентрації сонячного випромінювання та визначення на основі цих досліджень найбільш

раціональних показників цих систем є *актуальною науковою* задачею, яка була розв'язана в ході виконання дисертації.

Об'єктом дослідження є процеси радіаційного переносу, що мають місце в системах концентрації сонячного випромінювання.

Предметом дослідження є моделі, що описують процес концентрації сонячного випромінювання, методи та алгоритми для розв'язання та аналізу запропонованих моделей.

Під час дослідження були поставлені та розв'язані наступні *наукові задачі*:

- розроблена узагальнена математична модель процесу концентрації сонячного випромінювання;
- проведений аналіз та вибір відповідних припущень;
- побудований числовий алгоритм Монте-Карло та створений власний програмний код для проведення числових експериментів по визначенню раціональних геометричних та енергетичних показників системи концентрації на прикладі параболоїдного концентратора;
- проаналізовані отримані результати з точки зору впливу неточності поверхні концентратора та міри його розфокусування;
- проведена верифікація числових результатів на основі знайденого наближеного аналітичного розв'язку.

Основу дослідження складає розробка узагальненої математичної моделі, яка описує процес енергопереносу в системах концентрації незалежно від геометрії концентратора та теплоприймача. Модель будувалась в рамках фотометричного підходу на підставі закону дзеркального відбиття сонячних променів від поверхні концентратора.

Наявність впливу багатьох непередбачуваних факторів, що впливають на процес концентрації, унеможливило отримання загального розв'язку

узагальненої математичної моделі. Тому необхідним стає аналіз характерних припущень, в основу яких покладено вид функції індикатриси та метод визначення кутових відхилень сонячного променя від ідеального напрямку.

Для подальшого моделювання було обрано припущення, при якому величина просторового відбитого пучка промінів дорівнює куту розкриття Сонця, а енергія у такому відбитому пучці розподілена рівномірно. При таких припущеннях узагальнена математична модель була застосована для концентратора параболоїдної геометрії, в якому передбачалось, що сумарна неточність поверхні із відповідними кутовими відхиленнями підпорядковується нормальному закону розподілу.

Аналіз отриманої математичної моделі показав, що границі області пошуку розв'язку мають невизначений характер, тому серед можливих методів розв'язку було обрано метод статистичних випробувань Монте-Карло, якій найбільш відповідає постановці задачі. Розробка числового алгоритму Монте-Карло проводилась, базуючись на статистичній трактовці подвійного інтегралу, як математичного сподівання функції деякого двовимірного випадкового вектору. Проведений векторний аналіз напрямлених променів від Сонця на концентратор та від концентратора на теплоприймач дозволив визначити основні співвідношення та сформували структуру відповідного числового алгоритму. Процедури врахування неточності поверхні концентратора та ефекту розфокусування входили в основний C++ програмний код в якості окремих модулів.

Проведені на основі власного програмного коду числові експерименти дозволили визначити значення щільності теплового потоку від концентратора на поверхні теплоприймача, дослідити, як впливає на це значення неточність поверхні концентратора, яку пропонується визначати в долях кута розкриття Сонця. Окремо проаналізований вплив на значення щільності теплового потоку

ефекту розфокусуванням концентратора та знайдено співвідношення між сумарними похибками поверхні та похибками розфокусування. Виявлений факт наявності взаємної компенсації помилок поверхні та розфокусування. Тобто знайдено, що реальні концентратори із розфокусуванням можуть бути більш енергетично ефективні, ніж математично ідеальні із розфокусуванням.

Отримані числові дані були верифіковані через порівняння із даними, отриманими на основі знайденого аналітичного розв'язку. Характерною особливістю такого розв'язку є те, що його математична модель майже повністю відповідала математичній моделі числового розв'язку із відповідними припущеннями. Деякі спрощення стосувались характеру функції розподілу неточності поверхні концентратора, а саме, під час пошуку аналітичного розв'язку обиралась середня інтегральна ймовірність розподілу неточності поверхні. Проведене порівняння числових даних Монте-Карло та аналітичних даних показало їх задовільний збіг, який підтверджувався відповідними статистичними критеріями.

Наукова новизна отриманих результатів

1. На основі узагальненої математичної моделі розроблений числовий алгоритм Монте-Карло та **створений власний програмний продукт** для визначення основних енергетичних характеристик в системах концентрації сонячного випромінювання із урахуванням неточності поверхні концентратора та ефекту його розфокусування.

2. **Вперше визначено** вплив сумарної неточності поверхні реального концентратора на щільність теплового потоку в його фокальній площині при фіксації неточності в частках кута розкриття Сонця. Порівняно значення щільності теплового потоку від реального концентратора при рівномірному та нормального закону розподілу неточностей поверхні.

3. **Вперше встановлений факт** взаємної компенсації неточності поверхні концентратора та ефекту його розфокусування. Знайдено, що реальні концентратори із незначними неточностями та розфокусуванням можуть бути більш енергетично ефективні, ніж математично ідеальні з розфокусуванням.

4. **Вперше проведено верифікацію** отриманих методом Монте-Карло числових даних для щільності теплового потоку шляхом порівняння із даними **знайденого аналітичного розв’язку**, в якому неточність поверхні враховується на основі значення інтегральної ймовірності.

Практичне значення отриманих результатів

1. На основі розробленого числового алгоритму Монте-Карло був створений власний програмний C++код, який має узагальнений характер і може застосовуватися, в разі незначної корекції, для розрахунку концентраторів будь-якої геометрії. Крім того, створений програмний код має гнучку та прозору структуру, що дозволяє його трансформувати в залежності від типу обраних припущень та методів врахування неточності без суттєвих змін.

2. Результати проведеного дослідження можуть бути використані під час проектування та функціонування сучасних сонячних енергетичних установок різного температурного рівня та призначення, в складі яких знаходиться концентратор сонячного випромінювання відповідної геометрії.

3. Теоретичні та практичні положення роботи стали складовою частиною навчальних дисциплін “Моделі і методи прикладної математики”, “Методи ідентифікації параметрів математичних моделей”, які викладаються для здобувачів вищої освіти рівня PhD спеціальності 113 Прикладна математики в Дніпровському національному університеті імені Олеся Гончара.

4. Проведені дослідження та їх результати складають відповідний розділ ініціативної науково-дослідної роботи “Детерміновані та стохастичні алгоритми комп’ютерного моделювання об’єктів та процесів різної природи”

(2022-2024, науковий керівник проф. Книш Л.І., державний реєстраційний номер 0122U001467), яка проводиться на кафедрі комп'ютерних технологій факультету прикладної математики ДНУ

Ключові слова: перетворення енергія Сонця, сонячна радіація, концентратор, теплоприймач, теплова енергія, математична модель, числові методи, ймовірнісні розподіли, метод Монте-Карло, комп'ютерний алгоритм, числове моделювання, стаціонарний режим, наближений аналітичний розв'язок, верифікація результатів

ABSTRACT

Masalykin S.S. Statistical modeling of energy flows in the systems of solar energy concentration. – Qualifying scientific work on manuscript rights.

PhD thesis for the scientific degree of Philosophy Doctor in a specialty 113 Applied Mathematics. – Oles Honchar Dnipro National University, Dnipro, 2024.

The dissertation is devoted to research of radiation transfer processes in systems of concentration of solar radiation.

The purpose of the study is development and generalization of models of mathematics and computer modeling of radiative transfer in solar energy systems with concentrators, determination of correlations between geometric and energy parameters of such systems in order to ensuring of maximum efficiency for corresponded conversion cycle, influence on these correlations of errors of concentrator surface and defocusing effect.

Conducted analysis of main types of conversion of solar radiation allowed to reveal significant advantages, which are typical for thermodynamics conversion. Realization of these advantages is impossible without comprehensive research of each element of solar cycle. Therefore, researches of radiation transfer processes in systems of concentration of solar radiation and determinations based on these researches the most rational parameters these systems are *an actual scientific problem*, which was solved in this dissertation.

Object of study is processes of radiation transfer in systems of concentration of solar radiation.

Subject of study is models, which describe process of concentration of solar radiation, methods and algorithms for solution and analysis of presented models.

The scientific problems, which were set and solved during the research, are follow:

- development of generalized mathematical model of process of concentration of solar radiation;

- analysis and choice of corresponding assumptions;
- building of Monte-Carlo numerical algorithm and development of customer software for conduction of numerical experiments in order to determine efficient geometrical and energy parameters of system of concentration with parabolic concentrator;
- analysis of obtained results with view point of influence of concentrator surface error and measure of it defocusing;
- verification of numerical results based on found approximate analytical solution.

Development of generalized mathematical model, which describes energy transfer process in system of concentration is bases of this study. The developed model does not depend on geometry concentrator and heat receiver. The model is built within the photometric approach and based on the specular reflection law of solar rays from concentrator surface.

The influence of many unpredictable factors affecting the concentration process makes it impossible to obtain a general solution of a generalized mathematical model. So, the characteristic assumptions must be analyzed in study. The type of indicatrix function and method of determination of angle deviations of solar ray from ideal direction are criteria for assumptions.

The following assumptions were chosen for further modeling: the space angle of reflected beam of rays is equal to finite size of the Sun and energy in reflected beam is distributed uniformly. The generalized mathematical model with these assumptions was applied for modeling of parabolic concentrator. It was considered that total surface errors with certain angle deviations subject to the normal distribution law.

The analysis of developed mathematical model shows that boundaries of area of solution have indeterminate character. So, Monte Carlo ray tracing method was chosen for the solution founding. This method the best corresponds to the statement of the problem.

Creation of Monte Carlo numerical algorithm based on statistical interpretation of the double integral. The double integral was considered as the mathematical expectation of the function of some two-dimensional random vector.

The conducted analysis of directed rays from Sun to concentrator and from concentrator to heat receiver allows to determine the basic rations and to form the numerical algorithm structure. The errors of concentrator surface and defocusing effect were described using separate program modules. These modules were part of main C++ software.

The numerical experiments are conducted based on the developed customer software. The heat flux density from concentrator at heat receiver surface was determined during these numerical experiments. The concentrator surface errors are calculated as part of finite size of the Sun.

In addition, the influence of the defocusing on the solar flux density value was analyzed. Relationships between the total surface errors and errors of defocusing were founding in this study.

It is discovered that there is mutual compensation of surface errors and errors of defocusing. That is, found that the real concentrators with defocusing can be the most energy efficient than the mathematical ideal with defocusing.

The obtained numerical data were compared with analytical data. The analytical data are result of the founded approximate analytical solution.

The mathematical model for analytical solution corresponds fully to the mathematical model for numerical solution, however it had the add assumptions. These assumptions related to function of distribution of the concentrator surface

errors. Namely, the analytical solution is founded with average integral probability of distribution of surface errors. Comparison of Monte Carlo numerical data with analytical data shown their satisfactory match, which is confirmed by appropriate statistical criteria.

The scientific novelty of the obtained results

1. The Monte Carlo numerical algorithm was developed and **the customer software was created** for determination of general energy parameters in system of concentration of solar radiation taking into account errors of surface of concentrator and defocusing effect. The numerical algorithm and software are based on generalized mathematical model of process of concentration.

2. The impact of the total errors of surface of real concentrator on heat flux density in its focal area **was determined for the first time**. Heat flux density values from real concentrator with uniform and normal distribution law of surface errors were compared.

3. The fact of mutual compensation of errors of concentrator surface and defocusing effect **was established for the first time**. It is founded that real concentrators with insignificant errors and defocusing can be the most energy efficient than mathematical ideal concentrators.

4. The verification of the Monte Carlo numerical data for heat flux density **is conducted for the first time using the found analytical solution**. The errors of surface are taking into account in analytical solution based on integral probability value.

The practical significance of the obtained results

1. The customer C++ software was created based on developed numerical algorithm. The software is generalized and can use in case of minor correction for analysis of concentrators of any geometry. Moreover, the created software has

flexible structure that allows without significant changes to transform its in depend on chosen assumptions and methods of taking into account of errors.

2. The results of presented study can be used during design and operation of modern solar energy plants of different temperature level and purpose with solar concentrators of appropriate geometry.

3. The theoretical and practical provisions have become an integral part of educational subjects “Models and methods of applied mathematics”, “Methods of identification of parameters of mathematical models”, which are taught to students of higher education at the PhD level, specialty 113 Applied Mathematics in Oles Honchar Dnipro National University.

4. Conducted researches and their results make up the corresponding section of initial scientific work “Determinate and stochastic algorithms for computer modeling of objects and processes of different nature” (2022 – 2024, research supervisor Prof. Knysh L.I.) (state registration number: 0122U001467), which is carried out on Department of Computer Technologies, Faculty of Applied Mathematics, DNU.

Keywords: solar energy conversion, solar radiation, concentrator, heat receiver, heat energy, mathematical model, numerical methods, probability distributions, Monte Carlo ray tracing method, computer algorithm, numerical modeling, stationary regime, approximate analytical solution, verification of results.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

1. Stanislav Masalykin, Lyudmila Knysh, Construction of a mathematical model and approximate analytical solution to the problem of energy exchange in the “Sun – Paraboloid concentrator – heat receiver” system, Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2023. №3/8 (123). P. 37 – 45.

Режим доступу до ресурсу: <https://journals.uran.ua/eejet/article/view/282206>

DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2023.282206>

[Scopus, Q3]

2. Масаликін С.С., Книш Л.І. Моделювання енергетичних втрат при розфокусуванні сонячних параболоїдних концентраторів. Відроджена енергетика. 2022. №2(69). С.26 – 31.

Режим доступу до ресурсу: <https://ve.org.ua/index.php/journal/article/view/346/266>

DOI: [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2022.2\(69\).26-31](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2022.2(69).26-31)

[Scopus]

3. Масаликін С.С., Книш Л.І. Алгоритм Монте-Карло для розрахунку переносу випромінювання в системі “Сонце – параболоїдний концентратор – теплоприймач”, Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. 2021. Т.33. №1. С.114 – 125.

Режим доступу до ресурсу: <https://pommk.dp.ua/index.php/journal/article/view/535>

DOI: <https://doi.org/10.15421/4221010>

[фахове видання категорії Б]

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

4. Книш Л.І., Масаликін С.С. Метод статистичного моделювання для розрахунку задач концентрації сонячного випромінювання. Збірник тез XXIII Міжнародної молодіжної науково-практичної конференції “Людина і космос”, м. Дніпро, 14–16 квітня 2021р. С.75.

Режим доступу до ресурсу: https://spacehuman.org/_files/doc/sbornik2021.pdf

5.Масаликін С.С., Книш Л.І. Алгоритм розрахунку променевого переносу в системах концентрації сонячного випромінювання. Тези доповідей XIX Міжнародної науково-практичної конференції “Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем”, м. Дніпро, 17–19 листопада 2021р. С. 134.

Режим доступу до ресурсу:

<http://mpzis.dnu.dp.ua/wp-content/uploads/2021/12/mpzis-2021.pdf>

6.Книш Л.І., Масаликін С.С., Юрков Р.С., Борисенко А.Г. Мультифізична математична модель тепломасообміну в системі прийому та акумулювання сонячної енергії, Збірник тез Міжнародної науково-технічної конференції “Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні – ITMM’2022”, м. Дніпро, 18 травня 2022 р. С. 123 –126.

Режим доступу до ресурсу:

<https://journals.nmetau.edu.ua/index.php/itmm/issue/view/122>

7.Масаликін С.С., Книш Л.І. Моделювання ефекту розфокусування в системах концентрації сонячного випромінювання, Тези доповідей XX Міжнародної науково-практичної конференції “Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем”, м. Дніпро, 23 –25 листопада 2022. С. 137.

Режим доступу до ресурсу:

<http://mpzis.dnu.dp.ua/wp-content/uploads/2022/12/MPZIS-2022-1.pdf>

8. Масаликін С.С., Книш Л.І. Розробка узагальненого підходу до моделювання переносу сонячного випромінювання в системі “Сонце – концентратор – теплоприймач”, Тези доповідей XXI Міжнародної науково-практичної конференції “Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем”, м. Дніпро, 22 –24 листопада 2023р. С. 204 – 205.

Режим доступу до ресурсу:

<http://mpzis.dnu.dp.ua/wp-content/uploads/2023/11/mpzis-2023.pdf>

ЗМІСТ

ВСТУП	19
1. СИСТЕМА “КОНЦЕНТРАТОР – ТЕПЛОПРИЙМАЧ СОНЯЧНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ” ЯК СКЛАДОВИЙ ЕЛЕМЕНТ СИСТЕМ ПЕРЕТВОРЕННЯ ЕНЕРГІЇ СОНЦЯ	27
1.1. Типи систем перетворення сонячного випромінювання.	27
1.2. Фізична модель процесу. Характеристика геометричних та енергетичних параметрів параболоїдного концентратора	31
1.3. Прикладні задачі та відповідні типи параболоїдних концентраторів та теплоприймачів для застосування в сонячних енергетичних системах	36
1.4. Огляд методів досліджень системи “параболоїдний концентратора – теплоприймач”. Метод статистичних випробувань Монте-Карло при дослідженні процесів переносу сонячного випромінювання в параболоїдних концентраторах	43
Висновки до розділу 1	52
2. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСУ СОНЯЧНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ В СИСТЕМІ “СОНЦЕ – ПАРАБОЛОЇДНИЙ КОНЦЕНТРАТОР – ТЕПЛОПРИЙМАЧ”	54
2.1. Аналіз можливих підходів до створення узагальненої математичної моделі переносу сонячного випромінювання в системах концентрації	54
2.2. Створення узагальненої математичної моделі процесу переносу сонячного випромінювання	56
2.3. Вибір методу врахування неточності поверхні концентратора	64

2.4. Математична модель процесу концентрації в системі “Сонце – параболоїдний концентратор – теплоприймач”	70
Висновки до розділу 2	73
3. КОМП’ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПЕРЕНОСУ ВИПРОМІНЮВАННЯ В СИСТЕМІ “СОНЦЕ – ПАРАБОЛОЇДНИЙ КОНЦЕНТРАТОР – ТЕПЛОПРИЙМАЧ”	75
3.1. Розробка алгоритму Монте-Карло для визначення енергетичних характеристик систем концентрації	75
3.2. Врахування неточності поверхні концентратора при побудові алгоритму Монте-Карло	83
3.3. Результати моделювання задачі переносу сонячного випромінювання в системі “Сонце – параболоїдний концентратор – теплоприймач”	88
3.4. Моделювання енергетичних втрат при розфокусуванні сонячних параболоїдних концентраторів	92
Висновки до розділу 3	100
4. ВЕРИФІКАЦІЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТА РЕЗУЛЬТАТІВ КОМП’ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ СИСТЕМИ “СОНЦЕ – ПАРАБОЛОЇДНИЙ КОНЦЕНТРАТОР - ТЕПЛОПРИЙМАЧ”	102
4.1. Наближений аналітичний метод розрахунку енергетичних показників в системі “Сонце – параболоїдний концентратор – теплоприймач”	103
4.2.Верифікація результатів комп’ютерного моделювання, отриманих методом Монте-Карло	110
Висновки до розділу 4	115

ВИСНОВКИ	117
ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	119

ВСТУП

Актуальність теми.

Енергетичні системи на основі відновлюваних джерел енергії стають все більш популярними та займають значне місце в енергетичному балансі багатьох країн світу. В цьому балансі найбільший відсоток займає енергія, що генерується сонячними енергоустановками. Таки системи за фізичним типом перетворення енергії Сонця поділяються на фотоелектричні та термодинамічні. В фотоелектричних системах реалізується пряме перетворення сонячного випромінювання із одночасною генерацією постійного електричного струму. В термодинамічних системах отримання енергії здійснюється за допомогою відповідного термодинамічного циклу.

Термодинамічне перетворення сонячної енергії має значні переваги перед фотоелектричним. До цих переваг відноситься більш висока ефективність перетворення, яка збільшується при збільшенні потужності, відсутність деградації елементів, екологічна чистота при проектуванні, експлуатації та утилізації, значно більший термін експлуатації тощо. Для реалізації цих переваг необхідним є детальне дослідження та вибір раціональних параметрів кожного технологічного елементу термодинамічного сонячного циклу. Серед таких елементів ключове місце займає система концентрації сонячного випромінювання, яка складається із концентратора відповідної геометрії та теплоприймача. Саме від вибору параметрів системи концентрації залежить загальна енергетична та економічна ефективність всієї системи перетворення. Тому дослідження процесів переносу енергетичних потоків в системі “Сонце – концентратор – теплоприймач” є **актуальної науковою задачею**, яка розв’язувалась в даній роботі.

Розв'язання такої задачі експериментальними методами є дуже коштовним, а аналітичні методи можливо задіяти лише для найпростіших випадків математично ідеальних концентраторів. Тому розроблення та реалізація числових методів та алгоритмів для дослідження реальних систем концентрації є найбільш перспективним напрямком, який дозволить моделювати процеси в системах концентрації зі значно меншими витратами часу та коштів. Подальшому розвитку такого напрямку присвячена дана дисертаційна робота.

Будь-який числовий алгоритм базується на математичній моделі відповідного процесу. В роботі приведені етапи побудови узагальненої математичної моделі процесу концентрації, на основі якої стає можливим розробити математичну модель для будь-якої геометрії концентратора та теплоприймача. В роботі така модель для визначеності була створена для параболоїдного концентратора.

Поверхня реального концентратора далека від ідеальної математичної форми. Тому важливо провести систематизацію можливих помилок поверхні та визначити методи їх врахування. В якості критеріїв точності обиралась функція індикатриси випромінювання та значення кутових відхилень поверхні. При моделюванні вважалось, що кутові відхилення підпорядковуються ймовірнісним законам. Такий підхід узагальнює результати, дозволяє їх розширити на будь-яку систему концентрації.

Особливості протікання процесу переносу випромінювання в системах концентрації робить невизначеними не тільки щільність концентрованого теплового потоку від концентратора, а і форму фокальної плями. Тому є логічним проводити моделювання статистичними методами Монте-Карло.

Проведений аналіз літературних джерел за темою дисертаційного дослідження свідчить про те, що багато аспектів побудови алгоритмів

Монте-Карло для розрахунку систем концентрації залишаються недостатньо дослідженими. Більшість сучасних числових досліджень проводилось на основі стандартних комерційних пакетів із закритим кодом. При використанні таких пакетів неможливо визначити взаємний зв'язок параметрів, вплив на їх значення додаткових ефектів типу розфокусування тощо. Тому побудова власного програмного коду та проведення на його основі числових розрахунків та їх аналіз дозволить узагальнити знання в цьому напрямку, надати реальні практичні рекомендації щодо проектування та експлуатації систем концентрації. Крім того, розроблена математична модель, числовий алгоритм та власний програмний код може бути складовою частиною загального мультифізичного програмного додатку, який синхронізує та автоматизує роботи всіх складових елементів циклу перетворення енергії Сонця.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Дисертаційні дослідження здійснювалися у відповідності до планів наукових досліджень Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара в рамках наукових тем “Дослідження математичних моделей фізичних процесів методами ідентифікації та рекурентного аналізу із застосуванням інформаційних технологій” (№ держреєстрації 0119U101053, 2019-2021 рр.), “Детерміновані та стохастичні алгоритми комп'ютерного моделювання об'єктів та процесів різної природи” (№ держреєстрації 0122U001467, 2022-2024 рр.), які виконувались на кафедрі комп'ютерних технологій факультету прикладної математики ДНУ.

Мета і задачі дослідження.

Метою дисертаційної роботи є розробка та узагальнення методів математичного і комп'ютерного моделювання радіаційного переносу в

сонячних енергетичних системах з концентраторами, визначення співвідношень між геометричними та енергетичними параметрами таких систем за для забезпечення максимальних значень ефективності відповідного циклу перетворення, вплив на ці співвідношення неточності поверхні концентраторів та ефекту розфокусування.

Досягнення зазначеної мети сприятиме підвищенню теплової ефективності систем прийому термодинамічних сонячних станцій, зниженню їх вартості та термінів окупності, падінню ціни на кінцевий енергетичний продукт.

Для досягнення зазначеної мети були поставлені та розв'язані такі **наукові задачі**:

- розроблена узагальнена математична модель процесу концентрації сонячного випромінювання;
- проведений аналіз і вибір відповідних припущень;
- побудований числовий алгоритм Монте-Карло та створений власний програмний код для проведення числових експериментів по визначенню раціональних геометричних та енергетичних показників системи концентрації на прикладі параболоїдного концентратора;
- проаналізовані отримані результати з точки зору впливу неточності поверхні концентратора та міри його розфокусування;
- проведена верифікація числових результатів на основі знайденого наближеного аналітичного розв'язку.

Об'єктом дослідження є процеси переносу енергетичних потоків в системах концентрації енергії Сонця.

Предметом дослідження є моделі, що описують процес концентрації сонячного випромінювання, методи та алгоритми для розв'язання та аналізу запропонованих моделей.

Методи дослідження: для розв'язання зазначених задач застосовано методи математичного моделювання, теорії ймовірності та математичної статистики, методи обчислень, зокрема методи Монте-Карло, числового аналізу, об'єктно-орієнтованого програмування.

Достовірність отриманих результатів забезпечується використанням добре апробованих моделей, коректністю математичних постановок задач, використанням методів та алгоритмів, що є теоретично обґрунтованими та не суперечливими із відомими положеннями інших авторів, контрольованою точністю обчислень, доброю узгодженістю між собою числових та аналітичних результатів, несуперечністю отриманих результатів відповідним опублікованим результатам інших авторів.

Наукова новизна одержаних результатів полягає у наступному:

1. На основі узагальненої математичної моделі розроблений числовий алгоритм Монте-Карло та **створений власний програмний продукт** для визначення основних енергетичних характеристик в системах концентрації сонячного випромінювання із урахуванням неточності поверхні концентратора та ефекту його розфокусування.
2. **Вперше визначено** вплив сумарної неточності поверхні реального концентратора на щільність теплового потоку в його фокальній площині при фіксації неточності в частках кута розкриття Сонця. Порівняно значення щільності теплового потоку від реального концентратора при рівномірному та нормального законах розподілу неточностей поверхні.
3. **Вперше встановлений факт** взаємної компенсації неточності поверхні концентратора та ефекту його розфокусування. Знайдено, що реальні концентратори із незначними неточностями та розфокусуванням можуть бути більш енергетично ефективні, ніж математично ідеальні з розфокусуванням.

4. **Вперше проведено верифікацію** отриманих методом Монте-Карло числових даних для щільності теплового потоку шляхом порівняння із даними **знайденого аналітичного розв’язку**, в якому неточність поверхні враховується на основі значення інтегральної ймовірності.

Практичне значення одержаних результатів полягає у наступному:

1. На основі розробленого числового алгоритм Монте-Карло був створений власний програмний C++код, який має узагальнений характер і може застосовуватися, в разі незначної корекції, для розрахунку концентраторів будь-якої геометрії. Крім того, створений програмний код має гнучку та прозору структуру, що дозволяє його трансформувати в залежності від типу обраних припущень та методів врахування неточності без суттєвих змін.

2. Результати проведеного дослідження можуть бути використані під час проектування та функціонування сучасних сонячних енергетичних установок різного температурного рівня та призначення, в складі яких знаходиться концентратор сонячного випромінювання відповідної геометрії.

3. Теоретичні та практичні положення роботи стали складовою частиною навчальних дисциплін “Моделі і методи прикладної математики”, “Методи ідентифікації параметрів математичних моделей”, які викладаються для здобувачів вищої освіти рівня PhD спеціальності 113 Прикладна математики в Дніпровському національному університеті імені Олеся Гончара.

4. Проведені дослідження та їх результати складають відповідний розділ ініціативної науково-дослідну роботу “Детерміновані та стохастичні алгоритми комп’ютерного моделювання об’єктів та процесів різної природи” (2022-2024, науковий керівник проф. Книш Л.І., державний реєстраційний номер:0122U001467), яка проводиться на кафедрі комп’ютерних технологій факультету прикладної математики ДНУ.

Особистий внесок здобувача. Результати дисертаційної роботи відображено у 8 наукових працях. Усі результати дисертаційної роботи, що виносяться на захист, отримані автором особисто. У працях, що опубліковані у співавторстві, здобувачем в: [77] – презентовані етапи складання узагальненої математичної моделі процесу концентрації для будь-якої геометрії концентратора та теплоприймача; проведена класифікація можливих підходів до розв’язання узагальненої математичної моделі; визначені припущення та запропонований на основі цих припущень наближений аналітичний метод розв’язку задачі концентрації для концентратора параболоїдної геометрії; [84, 87, 90] – запропоновано метод Монте-Карло для комп’ютерного моделювання процесів енергопереносу в системах концентрації сонячного випромінювання; виділені та описані основні етапи розробки числового алгоритму Монте-Карло; наведені результати розрахунку для ідеальних та реальних параболоїдних концентраторів, які проведені з використанням розробленого програмного коду; [91, 105] – запропоновано метод врахування розфокусування поверхні концентратора та описані зміни в основному алгоритмі, які окремо враховують такий ефект; проведені параметричні дослідження щодо визначення впливу кутів розфокусування на енергетичні показники параболоїдного концентратора; порівняно впливи на ці показники неточності поверхні та ефекту розфокусування; [107] – доведена можливість використання розробленого програмного продукту як елементу мультифізичного комп’ютерного додатку для розрахунку повного енергетичного циклу сучасних термодинамічних сонячних станцій; [108] – сформульований узагальнений підхід до розрахунку енергетичних потоків в системах концентрації.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертаційної роботи доповідались і обговорювались на наукових семінарах “Актуальні питання

оптимізації та дискретної математики» при Науковій раді НАН України з проблеми “Кібернетика”, який функціонує при Дніпровському національному університеті імені Олеся Гончара (науковий керівник семінару член-кореспондент НАНУ, доктор фіз.-мат. наук, професор Кісельова О.М.); на Міжнародних наукових конференціях “Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем” (м. Дніпро, 2021, 2022, 2023 рр.); “Людина і космос” (м. Дніпро, 2021 р.), “Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні – ITMM’2022” (м. Дніпро, 2022 р.).

Публікації. Основні результати дисертаційної роботи опубліковано у 8 наукових працях: дві статті [77,91] у виданнях, що індексується наукометричною базою Scopus; одна стаття [87] у науковому фаховому виданні України категорії Б, 5 тез доповідей у збірниках матеріалів міжнародних наукових конференцій [84, 90, 105, 107, 108].

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, переліку використаних джерел, що містить 112 найменувань. Загальний обсяг дисертації – 131 сторінки. Робота містить 28 рисунків.

Подяки. Автор висловлює щирі подяки науковому керівнику, доктору технічних наук, професору Книш Людмилі Іванівні за постійну увагу, доброзичливе ставлення та допомогу в роботі.

1. СИСТЕМА “КОНЦЕНТРАТОР - ТЕПЛОПРИЙМАЧ СОНЯЧНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ” ЯК СКЛАДОВИЙ ЕЛЕМЕНТ СИСТЕМ ПЕРЕТВОРЕННЯ ЕНЕРГІЇ СОНЦЯ

1.1. Типи систем перетворення сонячного випромінювання.

Енергетичні системи на основі відновлюваних джерел енергії починають відігравати значну роль в структурі енергетичного балансу більшості країн світу. Серед таких джерел енергії невичерпні можливості має енергія сонячного випромінювання, перетворення якої за фізичною суттю здійснюється двома основними методами – фотоелектричним та термодинамічним. Ці методи перетворення мають характерні особливості, які визначають вибір кожного з них при проектуванні енергетичних систем відповідного призначення та потужності [1].

На рис. 1.1. представлена узагальнена схема систематизації систем перетворення сонячного випромінювання з точки зору фізичного принципу їх функціонування.

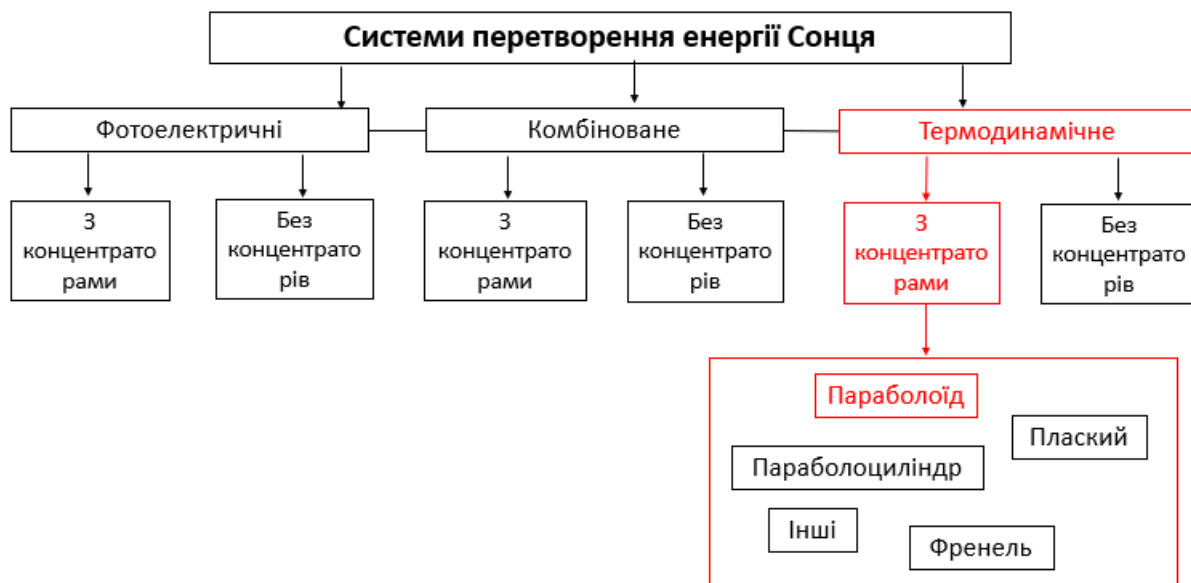


Рис.1.1 Систематизація систем перетворення сонячного випромінювання

В фотоелектричних системах перетворення енергії Сонця в електрику здійснюється прямим методом, без проміжних стадій. Постійний електричний струм генерується безпосередньо в шарі напівпровідників, які можуть виготовлятися із різних матеріалів. На сьогодні найбільш розповсюдженими в наземній енергетиці є сонячні елементи на основі моно- та полікришталевого кремнію, а в космічній енергетиці – сонячні елементи на основі арсеніду галію GaAs [2,3].

Технологія фотоелектричного перетворення сонячного випромінювання є достатньо апробованою, ціна кремнієвих сонячних панелей при масштабах їх виробництва стала відносно низькою, але такі системи мають недоліки, які складно усунути. До таких недоліків слід віднести:

- низький коефіцієнт корисної дії (10 –15%) більшості сонячних елементів, підвищення якого обмежується фізичною сутністю процесу фотоефекту;
- необхідність у використанні додаткових пристроїв (інверторів) для перетворення постійного електричного струму в змінній;
- проблеми комутації, які призводять до зниження загальної потужності сонячної фотоелектричної станції при збільшенні кількості сонячних панелей;
- фізична деградація в часі напівпровідникових сонячних елементів, яка призводить до суттєвого падіння їх ефективності;
- проблеми з утилізацією відпрацьованих сонячних панелей.

Деякі з цих недоліків можливо компенсувати за рахунок використання високотемпературних сонячних елементів типу арсеніду галію GaAs. Такі сонячні елементи мають більшу ефективність (25 – 30%), яка може ще більше підвищуватись під впливом концентрованого сонячного випромінювання [4].

Але ціна таких напівпровідників є дуже високою завдяки тому, що вони виготовляються із хімічних елементів, які мало розповсюджені на Землі. Технологія виготовлення високоефективних напівпровідникових сонячних елементів є також досить коштовною. Тим не менш, подібні сонячні елементи використовуються в сонячних панелях космічних апаратів, де їх вартість не критична і повністю компенсується енергетичної ефективністю.

Перспективним методом підвищення ефективності та зменшення деградації сонячних елементів стає проектування комбінованих термофотоелектричних пристроїв, в яких сонячні елементи додатково охолоджуються або нагріваються. Підвищення температури негативно впливає на ККД класичних кремнієвих сонячних панелей, тому їх додаткове охолодження сприяє стабілізації температурного режиму та підвищує ефективність системи перетворення [5]. Крім того, в комбінованих термофотоелектричних пристроях існує можливість отримувати не тільки електричну, а і теплову енергію, що також призводить до зростання загальної ефективності і зменшенню терміну окупності систем [6,7].

В залежності від типу сонячних елементів комбіновані термофотоелектричні системи перетворення можуть проектуватись як з концентраторами, так і без них. В класичних кремнієвих термофотоелектричних сонячних панелях використовуються низькотемпературні концентратори типу фокон – фоклін із коефіцієнтом концентрації 3 – 5. Останні роки активний науковий пошук ведеться в галузі використання середньо та високотемпературних концентраторів у комбінованих термофотоелектричних пристроях [8,9]. В подібних гібридних системах використовуються високотемпературні сонячні елементи типу GaAs, ефективність яких зростає під впливом концентрованого сонячного потоку. Залишкове тепло передається для перетворення в термодинамічному циклі типу Ренкіна [10,11].

Таким чином, у комбінованих високотемпературних термофотоелектричних станціях одночасно реалізується як фотоелектричне перетворення, так і термодинамічне, і їх загальна ефективність при визначених умовах складається із суми фотоелектричного та термодинамічного ККД. Тобто фотоелектричні та комбіновані сонячні енергетичні системи можуть функціонувати як з концентраторами, так і без них.

На відміну від них, термодинамічні системи перетворення енергії Сонця, як правило, містять у своєму складі концентратор. Цей тип перетворення є машинним, тобто передбачає використання додаткового теплового або механічного циклу – паротурбінного циклу Ренкіна, газотурбінного циклу Брайтона, циклу Стірлінга тощо. Реалізація теплових циклів передбачає наявність додаткового обладнання, що підвищує вартість і термін окупності подібних систем. Незважаючи на це, існують переваги термодинамічного перетворення перед фотоелектричним. До таких переваг відноситься:

- висока ефективність термодинамічних систем (до 30%), яка збільшується при підвищенні потужності сонячних станцій;
- відсутність деградації в системах уловлювання та перетворення;
- наявність промислового виробництва складових елементів термодинамічного циклу;
- значно більший термін експлуатації;
- екологічна чистота при виготовленні, функціонуванні та утилізації.

Щільність теплового потоку від Сонця є дуже низькою – на поверхні Землі вона не перевищує 1000 Вт/м^2 , а в навколоземному просторі складає близько 1360 Вт/м^2 . При такій щільності теплового потоку неможливо реалізувати будь-який термодинамічний цикл без додаткового концентрування.

Тому концентратор є головним і найкоштовним елементом будь-якої термодинамічної станції.

Геометрія концентратора напряду залежить від типу термодинамічного циклу перетворення. Температурний режим газотурбінного циклу Брайтона [12,13] та циклу Стірлінга [14,15] можливо забезпечити лише використовуючи концентратори параболоїдної форми. Паротурбінний цикл реалізовується із використанням концентратора параболоциліндричної геометрії [16,17] або концентраторів у вигляді лінз Френеля [18,19]. Високотемпературний цикл Ренкіна та цикл Брайтона можливо також реалізувати в сонячній станції у вигляді вежі з полем плоских сонячних концентраторів – геліостатів [20,21].

Серед наведених типів концентраторів існують такі, що вже стали промисловим стандартом. До них відносяться параболоциліндричні концентратори SEGS LS-2, SEGS LS-3, які виготовляються за технологією американо-ізраїльської компанії LUZ, або параболоциліндричний концентратор типу EuroTrough [22,23]. Але, як правило, будь-який сонячний концентратор – це унікальний енергетичний об'єкт, який проектується під відповідну систему перетворення. Тому **актуальною науковою задачею** є створення загального методу для визначення найбільш раціональних геометричних параметрів сонячного концентратора, які забезпечують необхідні значення ступеня концентрації сонячного випромінювання і максимальне значення ефективності відповідного циклу перетворення.

1.2. Фізична модель процесу. Характеристика геометричних та енергетичних параметрів параболоїдного концентратора

Збільшення щільності сонячного випромінювання, яке забезпечується будь-яким концентратором, напряду залежить від його геометрії. В якості

критерію, який характеризує це збільшення, виступає значення геометричного коефіцієнта концентрації або ступеня концентрації C . Під цим значенням розуміють відношення апертури концентратора, на яку падає сонячне випромінювання до апертури теплоприймача, на яку попадає вже сконцентроване сонячне випромінювання. В залежності від цього значення концентратори поділяються на низькотемпературні, середньотемпературні та високотемпературні [24].

До низькотемпературних сонячних концентраторів відносяться фокони, фокліни, лінійні дзеркала, які забезпечують ступінь концентрації від 3 до 5 при орієнтовній температурі в теплоприймачі від 340К до 510К. До середньотемпературних відносяться параболоциліндричні концентратори, концентратори у вигляді лінз Френеля зі ступенем концентрації від 20 до 150 і температурою в теплоприймача від 340К до 800К. Найбільш високі температури в теплоприймачі від 340К до 1200К і вище забезпечують параболоїдні концентратори, в яких ступінь концентрації може доходити до 1000 і вище. В сонячних вежах з полем плоских геліостатів ступінь концентрації перевищує 3500.

Наукові підходи, моделі, методи та висновки, які розглядаються в даній роботі, можна застосувати під концентратори будь-якої геометрії. Але для визначеності в якості фізичної моделі для подальших досліджень було обрано параболоїдний сонячний концентратор, одну з моделей якого представлено на рис. 1.2. [25]



Рис.1.2. Загальний вигляд параболоїдного концентратора [25]

На рис.1.2. зображений автономний параболоїдний модуль типу EuroDish з діаметром 8.5 м, площею апертури 56.7 м^2 і середнім ступенем концентрації 2500, який проектувався для реалізації циклу Стірлінга. Параболоїдний концентратор орієнтований точно на Сонце. Сонячні промені падають на дзеркальну поверхню параболоїдного концентратора, відображаються від неї і фокусуються на круговій площині малого радіуса з центром в фокусі концентратора, де розташовується теплоприймач. Теплоприймач приймає сконцентрований тепловий потік для подальшого перетворення. Щільність цього теплового потоку визначається геометрією концентратора, якістю його поверхні та, в загальному випадку, відстанню від Сонця.

На рис. 1.3. схематично представлений хід промінів в системі “Сонце – параболоїдний концентратор – теплоприймач” та її геометричні параметри.

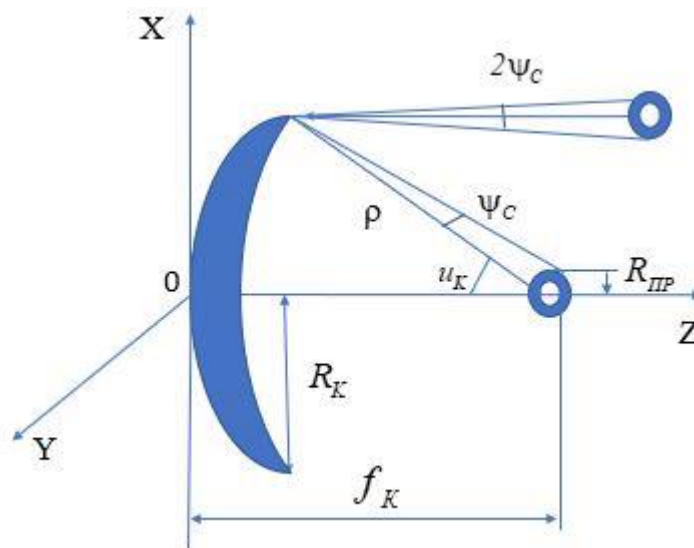


Рис.1.3. Хід промінів та геометричні параметри системи “Сонце – параболоїдний концентратор – теплоприймач”

Геометричні параметри математично ідеального параболоїдного концентратора визначаються рівнянням параболоїдної поверхні, яке в прямокутній системі координат має вигляд:

$$x^2 + y^2 = 4f_K z, \quad (1.2.1)$$

де f_K – фокусна відстань.

Як правило, під час досліджень зручно переходити до полярних координат, в яких взаємний зв'язок між геометричними параметрами параболоїда виражається як

$$R_K = \frac{2f_K \sin u_K}{1 + \cos u_K}, \quad (1.2.2.)$$

де R_K, u_K – радіус концентратора та його кут розкриття, відповідно.

Таким чином, геометрія параболоїдного концентратора характеризується двома незалежними параметрами, а третій параметр однозначно визначається із рівняння (1.2.2).

В якості визначального геометричного параметра, який забезпечує максимальне значення щільності концентрованого сонячного потоку, обирається кут розкриття u_K . Для знаходження величини цього кута необхідно визначити радіус фокальної плями R_{PP} . Із геометричних міркувань, маємо:

$$\frac{R_{PP}}{\sin \psi_C} = \frac{\rho}{\sin(90^\circ - u_K)}, \quad (1.2.3)$$

де $\psi_C = 16'$ – кут розкриття Сонця.

Враховуючи що $\sin \psi_C \approx \psi_C$, а $R_{PP} \approx \frac{\rho \cdot \psi_C}{\cos u_K}$, маємо:

$$\frac{R_{PP}}{R_K} = \frac{\rho \cdot \psi_C}{\sin(90^\circ - u_K) \cdot \rho \sin u_K} = \frac{\psi_C}{\cos u_K \cdot \sin u_K} = \frac{2\psi_C}{\sin 2u_K}.$$

Тоді ступінь концентрації для математично ідеального параболоїдного концентратора визначається як

$$C = \left(\frac{R_K}{R_{PP}} \right)^2 = \left(\frac{\sin 2u_K}{2\psi_C} \right)^2, \quad (1.2.4)$$

а оптимальний кут розкриття визначається із співвідношення $\frac{dC}{du_K} = 0$ і

дорівнює $u_{Kopt} = 45^\circ$.

Якщо значення цього кута підставити в рівняння (1.2.4), то в фокусі математично ідеального параболоїдного концентратора теоретично можливо отримати максимальну ступень концентрації $C_{MAX} = 11550$. Але поверхня реального концентратора завжди має відхилення від ідеальної. Багаточисельні

дослідження показали, що в реальних параболоїдних концентраторах оптимальний кут розкриття дорівнює $u_{\text{Корі}} \approx 60^{\circ}$ [26,27] .

1.3. Прикладні задачі та відповідні типи параболоїдних концентраторів та теплоприймачів для застосування в сонячних енергетичних системах

Сонячні енергетичні системи з параболоїдними концентраторами відносяться до класу високотемпературних енергетичних установок, що і обумовлює вибір типу теплоприймачів та типу перетворення. Теплоприймачі для таких систем можуть бути закритого (порожнинного) або відкритого типу. Оптимальне співвідношення між геометричними параметрами параболоїдного концентратора і теплоприймача забезпечує ефективну роботу всієї системи перетворення.

Вибір типу теплоприймача в значній мірі залежить від призначення енергетичної системи. Це можуть бути масштабні енергетичні системи типу Великої сонячної печі в Узбекистані та Франції [28 – 30], в яких можливо здійснювати навіть плавлення та отримання нових матеріалів, або Великого 400 м² параболоїдного концентратора (рис.1.4) в Австралійському національному університеті [31].

Поширеними є сонячні енергетичні системи із параболоїдними концентраторами та двигунами Стірлінга [32 – 34]. На рис. 1.5. представлений параболоїдний концентратор із двигуном Стірлінга номінальної потужності 33 кВт, який розташований на капмусі Університету Палермо (Італія) [34].



Рис.1.4. Великий параболоїдний концентратор SG3 [31]



Рис.1.5. Параболоїдний концентратор із двигуном Стірлінга в Університеті
Палермо (Італія) [34]

Але, поряд з такими масштабними коштовними проектами, в світі проводяться активні наукові дослідження сонячних параболоїдних енергетичних систем середньої та малої потужності, які проектуються для генерації високотемпературного тепла із подальшим його перетворенням у мережевих та автономних сонячних станціях. В таких системах теплоприймачі можуть бути правильної геометричної форми (циліндр, сфера, півсфера, конус) [35,36] або складної конструкції в вигляді спіралі [37], гексагональних пірамід [38] тощо.

Саме теплоприймач у вигляді зовнішньої спіральної трубки для підігріву води досліджувався в [39] разом із параболоїдним концентратором типу Шеффлера. Фото енергетичної установки представлено на рис. 1.6.

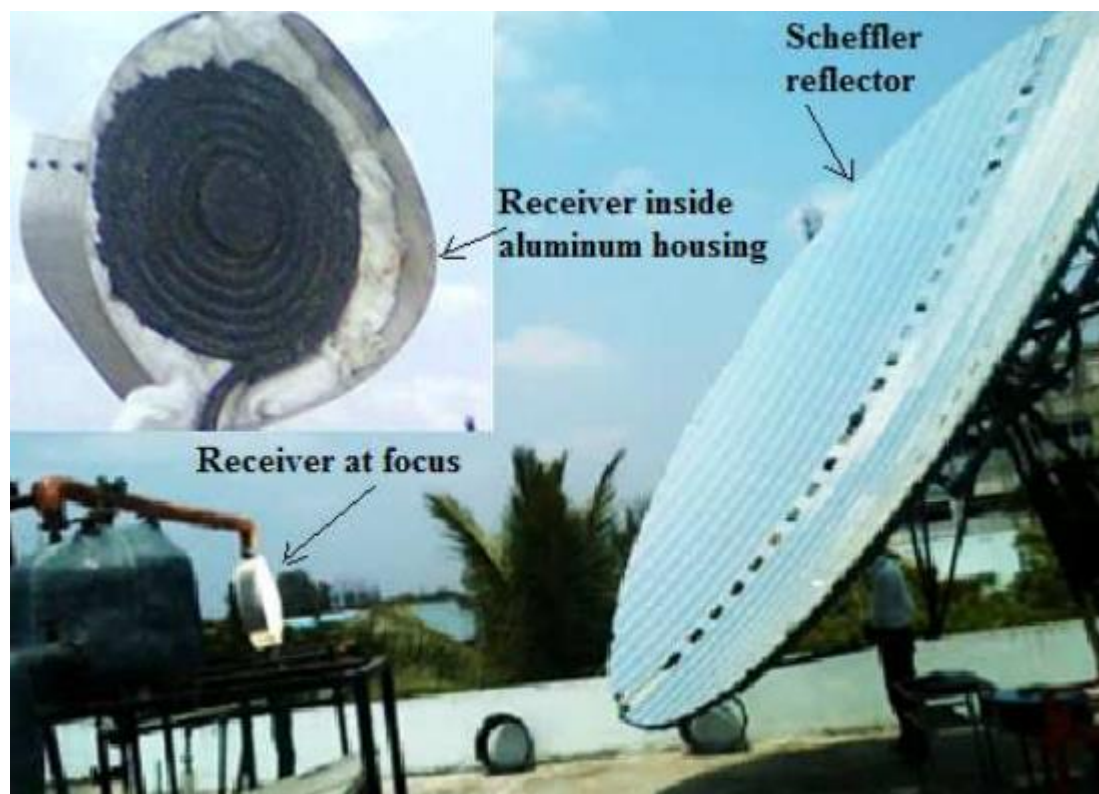


Рис. 1.6. Сонячна енергетична установка із параболоїдним концентратором типу Шеффлера та спіральним теплоприймачем [39]

Для забезпечення необхідної температури теплоносія в теплоприймачі від 30°C до 100°C обирався концентратор площею 16m^2 . Під час досліджень, які проводились при різних значеннях щільності сонячного випромінювання, було визначено середній коефіцієнт теплових втрат енергетичної системи та її середню теплову ефективність, яка дорівнювала більш ніж 56%.

В роботі [40] проводилось тестування параболоїдного концентратора з різними типами порожнинних теплоприймачів – циліндричним, кубічним, півсферичним (Рис.1.7).



Рис.1.7. Ізольований циліндричний, кубічний, півсферичним теплоприймач для сонячної енергетичної системи із параболоїдним концентратором [40]

В якості теплоносія у теплоприймачах використовувались різні типи нанорідин на основі технічних олій. Дослідження показали, що кубічний та півсферичний теплоприймачі є більш ефективними у порівнянні із циліндричним. Знайдено також, що використання нанорідин підвищує теплову ефективність на 12.9%, 5.84% та 1.44% в півсферичному, кубічному та циліндричному теплоприймачі, відповідно.

П'ять типів теплоприймачів – циліндричний, прямокутний, сферичний, конічний та циліндрично-конічний досліджувались в [41] для визначення їх оптимальних геометричних параметрів, які відповідають геометричних

параметрам обраного параболоїдного концентратора. Визначено, що найкращі енергетичні показники має теплоприймач циліндрично-конічної форми, в якому, в разі вибору оптимальних геометричних параметрів, теплова ефективність може досягати 67.95%, ексергетична – 35.73%, а оптична – 85.42%. Моделювання проводилось з використанням стандартного пакета SolidWorks Flow Simulation.

Система на основі параболоїдного концентратора для опріснення води, що представлена на рис.1.8, досліджувалась в [42].



Рис. 1.8. Система для опріснення води з параболоїдним концентратором [42]

Розроблена на основі нестационарних балансових рівнянь 1D математична модель була верифікована шляхом порівняння з експериментальними даними. Результати показали, що коефіцієнт відбиття поверхні концентратора, розмір його апертури, розмір поверхні фокуса, де знаходиться теплоприймач із соленою водою, значно впливають на швидкість та якість процесу опріснення. Знайдено, що параболоїдний концентратор діаметром 3м при оптимальних

параметрах системи може забезпечити до 75 кг дистильованої води в період з 8 –30 до 17 – 30 годин.

Порівняння параметрів плоского відкритого та порожнинного закритого теплоприймача в системі “параболоїдний концентратор – теплоприймач” проводилось в [43]. Знайдено, що використання порожнинних теплоприймачів підвищує загальну ефективність системи прийому більш ніж на 20%, при цьому температура на поверхні теплоприймача знижується більш ніж на 450°C , що значно зменшує його теплові втрати.

В [44] запропоновано покращений дизайн порожнинного теплоприймача, в середині якого розташовані додаткові мідні ребра. Досліджувались енергетичні параметри теплоприймача при трьох різних варіантах розташування ребр – із кроком 2.5 мм, 22 мм, 44 мм. Визначено, що теплова ефективність такого теплоприймача більш ніж на 31% більше за теплову ефективність теплоприймача із гладкими стінками. Дослідження проводились експериментально та на основі 1D балансової математичної моделі.

Півсферичний теплоприймач, що сумісний із фазоперехідним тепловим акумулятором “тверде тіло – рідина”, досліджувався в [45]. На рис.1.9 та рис. 1.10. показаний теплоприймач – теплоакумулятор (з ізоляцією та без ізоляції) та загальна схема енергетичної системи, відповідно.



Рис. 1.9. Теплоприймач-теплоакумулятор сонячної енергетичної системи із параболоїдним концентратором [45]



Рис. 1.10. Загальна схема сонячної енергетичної системи із параболоїдним концентратором [45]

В якості теплоакумулюючого матеріалу використовувалась суміш солів NaNO_3 and KNO_3 . Такий теплоприймач, як елемент сонячної енергетичної системи з параболоїдним концентратором, досягає енергетичної ефективності в 31.4% і здатен забезпечувати тепловий режим системи у разі відсутності Сонця.

Оптимізація параметрів системи “параболоїдний концентратор – порожнинний теплоприймач” представлено в [46]. Доказано, що теплоприймач конічної форми забезпечує найвищі показники теплової ефективності системи, які при відповідній початковій робочій температурі теплоносія можуть доходити до 70% при 87% оптичній ефективності параболоїдного концентратора.

Параболоїдний концентратора діаметром 3м пропонується використовувати в [47] для організації сонячного паротурбінного циклу Ренкіна. Доведено, що подібна енергетична система може генерувати до 1000Вт електричного струму при температурі пару 400.1°C та загальній ефективності

від 32% до 42%. Моделювання проводилось із використанням тренованих нейронних мереж і отримані результати перевірялись шляхом порівняння із даними експерименту.

Таким чином, проведений аналіз показує, що в останні роки в світі проводяться багаточисельні наукові дослідження, що пов'язані із пошуком найбільш енергетично ефективних параметрів системи “параболоїдний концентратор – теплоприймач” різної потужності та призначення. Ці дослідження базуються на широкому впровадженні сучасних методів математичного моделювання, результати якого підтверджуються експериментальними даними.

1.4. Огляд методів досліджень системи “параболоїдний концентратора - теплоприймач”. Метод статистичних випробувань Монте-Карло при дослідженні процесів переносу сонячного випромінювання в параболоїдних концентраторах

В приведеному вище огляді системи “параболоїдний концентратор – теплоприймач” досліджувались, як правило, експериментально або на основі 1D балансової математичної моделі. Такі дослідження дозволяють визначити оптимальний дизайн системи, особливості її функціонування, загальні енергетичні параметри тощо. **Але такі дослідження переносу сонячного випромінювання мають суттєвий недолік – їх результати дуже складно узагальнити, перенести на більш широкий клас подібних явищ.** Ця проблема взагалі характерна для задач радіаційного теплообміну в будь-яких системах концентрації, тому вкрай важливим є розробка достатньо точних та адекватних методів математичного моделювання, на основі яких ще на етапах

проектування можна визначити найбільш раціональні геометричні та енергетичні параметри концентратора та теплоприймача.

Серед таких методів особливу цінність мають **аналітичні методи**, які передбачають отримання точного розв'язку задачі концентрації. Для отримання такого розв'язку необхідно додатково визначити припущення, які б критично не зменшували його точність та адекватність. Як правило, такі моделі будуються для математично ідеальних концентраторів при різних вихідних умовах. Ранні наукові роботи в цьому напрямку були присвячені розрахунку параболоїдних концентраторів для космічних сонячних термодинамічних систем та великих сонячних печей [48,49].

В той же час існує клас аналітичних розв'язків, в яких враховувались неточності поверхні концентратора. Вважалось, що ці неточності підпорядковуються рівномірному [50] або нормальному законам розподілу [51].

Проміжне місце серед цих підходів займають комбіновані моделі типу Р.Апарісі, в яких пропонується введення додаткового параметру неточності в математичну модель для математично ідеального концентратора, що дозволяє розв'язати її аналітично.

На сьогодні класичним аналітичним розв'язком для визначення параметрів математично ідеального та реального параболоїдного концентратора вважається аналітичний розв'язок, запропонований в [52]. Запропонована процедура базується на усталених поняттях інтегралу потоку та інтенсивності випромінювання, але реалізується простими геометричними конструкціями, що включають нескінченно малі піраміди на поверхні концентратора. Отриманий аналітичний розв'язок вважається тестовим для оцінки точності сучасних числових алгоритмів.

В роботі [53] запропонований аналітичний підхід до визначення енергетичних параметрів параболоїдного концентратора, що складається із

квадратних дзеркальних фасет. За свідченням авторів, отримані аналітичні дані відрізняються від даних натурного експерименту на 8.84%, що свідчить про можливість використання розробленої математичної моделі для оціночних розрахунків фацетних параболоїдних концентраторів.

Особливості протікання процесів у системах концентрації зводять до мінімуму використання аналітичних підходів для визначення енергетичних показників таких систем. Найбільш популярними методами дослідження вважаються числові, серед яких є досить екзотичні.

Так, в роботі [54] пошук оптимальних параметрів параболоїдного концентратора, якій функціонує разом із машиною Стірлінга, проводився на основі багатоцільової оптимізації рою частинок. Розглядалися дев'ять параметрів, для яких було визначено оптимальну границю Парето, а оптимальний розв'язок знаходився на основі техніки лінійного програмування для багатовимірної аналізу переваг. Результати показали, що максимальне значення енергетичної потужності системи в 23.46 кВт відповідає оптимальному коефіцієнту ефективності 30.15%, що наближається до ідеального розв'язку. Більш того, аналіз чутливості задачі показав, що для концентратора діаметром від 2.5 до 15м значення оптимальної потужності буде варіюватися від 1.43 до 53.54 кВт з середнім коефіцієнтом ефективності від 29.8 до 30.2%. Визначено також критичний вплив на ці показники коефіцієнту забруднення концентратора.

Числовий оптико-механічний підхід було запропоновано в [55] для визначення впливу вітрового навантаження та навантаження за рахунок маси на енергетичні показники параболоїдного концентратора XEM-Dish system діаметром 17.7м. Дослідження проводилися для широкого спектру вітрових умов, при яких швидкість вітру досягала 17 м/с, а напрямок вітру змінювався від 0 до 180°. Основну увагу було приділено визначенню впливу вітрового

потенціалу та маси концентратора на неточність його поверхні та розподіл концентрованого теплового потоку на поверхні теплоприймача. При деформації концентратора за рахунок вітру похибка його поверхні може досягати максимальних значень від 1.755 мрад до 1.828 мрад при куті атаки від 45° до 0° , але при цьому загальне значення ефективності оптичної системи майже не змінюється і залишається на рівні 89.06%. При додаванні всіх типів деформацій середня похибка поверхні може досягати 7.702 мрад, що призводить до зниження загальної ефективності до 87%.

Проведений вище огляд показує, що для визначення раціональних енергетичних параметрів системи “параболоїдний концентратор – теплоприймач” використовуються експериментальні, інженерні (1D балансові), аналітичні та детерміновані числові методи. Але в світовій сонячній енергетиці існує загальноприйнятий консенсус, що метод статистичних випробувань Монте-Карло найбільш підходить для моделювання подібних процесів. Саме різні модифікації методу Монте-Карло покладені в основу більшості сучасних наукових досліджень в галузі переносу сонячного випромінювання в системах концентрації.

В роботі [56] узагальнено підходи до моделюванні систем концентрації сонячного випромінювання, що базуються на методах Монте-Карло. В огляді наведені інтегральні та відповідні їм числові формулювання найбільш поширених алгоритмів Монте-Карло, представлені програмні додатки для їх реалізації, надані підходи для проведення аналізу на чутливість запропонованих алгоритмів.

Вибір саме методу Монте-Карло для моделювання переносу випромінювання в сонячних концентраторах пов'язаний з тим, що поверхня реального концентратора далека від математично ідеальної. Реальна поверхня має неточності – аберації, отримані в процесі виготовлення або в процесі

експлуатації. Крім того, система “концентратор – теплоприймач” функціонує у відкритому просторі та піддається впливу умов навколишнього середовища – дощу, вітру, пилу та ін. Виникають також відхилення, пов’язані із похибками системи стеження за Сонцем, розфокусуванням. На поверхні концентратора здійснюється розсіювання світла, поверхня може бути затіненою. Все це робить невизначеною область інтегрування, що обумовлює використання методу статистичних випробувань Монте-Карло для задач концентрації.

В [57] метод Монте-Карло був застосований для розрахунку параметрів нового двохступінчатого параболоїдного концентратора із зовнішнім діаметром 20м і коефіцієнтом відбиття поверхні 0.949. Автори розробили власний алгоритм Монте-Карло, в якому враховували розподіл в пучці сонячних променів, що падають на концентратор і що відображаються від нього. Для цього використовувалась сонячна модель Буї. Неточності поверхні визначались двома кутами – зенітним кутом, що відхиляється від прямого напрямку на Сонце, та азимутальним. Розподіл першого відповідав закону арксинуса, а розподіл другого – рівномірному розподілу випадкової величини. Отримані на основі власного Монте-Карло коду енергетичні показники двоступінчастого параболоїдного концентратора майже співпадали із даними, що отримувались з використанням комерційного програмного продукту TracePro®, який застосовується для проектування та аналізу оптичних систем та систем освітлення.

Вплив співвідношення геометричних параметрів теплоприймача на оптичні показники системи “математично ідеальний параболоїдний концентратор – порожнинний теплоприймач” досліджувалось методом Монте-Карло в [58]. На основі обробки отриманих числових даних було знайдено узагальнене кореляційне співвідношення, яке зв’язує відносний радіус концентратора (відношення радіуса концентратора до радіуса теплоприймача),

відносну висоту теплоприймача (відношення висоти теплоприймача до його радіуса) та поглинаючу здатність стінок теплоприймача.

Локальні та середні оптичні показники двоступінчастого направлено до низу параболоїдного концентратора досліджувались в [59] методом Монте-Карло. Система концентрації складалась із первинного параболоїдного концентратора, вторинного плоского концентратора та теплоприймача. Були визначені оптимальний кут розкриття параболоїдного концентратора, кут нахилу плоского концентратора, відстань між первинним та вторинним концентраторами. Поряд із плоским вторинним концентратором було досліджено гіперболоїдний вторинний концентратор. Знайдено, що оптичні показники плоского та гіперболоїдного вторинного концентратора майже однакові, але перший має переваги з точки зору простоти виготовлення та встановлення. Числові значення теплового потоку та середньої оптичної ефективності, які забезпечує така система, дорівнюють 8.089 кВт та 78.9%, відповідно.

В [60] метод Монте-Карло для розрахунку радіаційного теплообміну в системі “параболоїдний концентратор – теплоприймач” був використаний разом із CFD моделюванням для визначення вітрових конвективних втрат з поверхні теплоприймача. Результати моделювання були отримані для різних кутів нахилу концентратора, різних напрямків та швидкостей вітру. Знайдено, що наявність концентратору зменшує вітрові конвективні втрати з поверхні теплоприймача. Запропоновані критеріальні співвідношення для визначення середніх чисел Нуссельта на поверхні теплоприймача при наявності концентратора.

Енергетичні показники параболоїдного концентратора діаметром 1.8 м та фокусною відстанню 0.92 м (рис.1.11), який функціонує на даху Енергетичного центру м. Туріна (Італія), знаходились методом Монте-Карло в [61]. Автори розраховували тепловий потік та температурні показники теплоприймача для

двох випадків – математично ідеального концентратора та концентратора із загальною 80% неточністю поверхні. Отримані числові дані порівнювались із натурними експериментами. Знайдені відхилені коливались від 2% до 7% в залежності від випадково обраного дня року.



Рис.1.11. Дослідницький параболоїдний концентратор Енергетичного центру м. Туріна (Італія) [61]

В [62] методом Монте-Карло досліджувались енергетичні показники параболоїдного концентратора, який функціонує із циліндричним теплоприймачем особливого типу. Такий теплоприймач мав одне з чотирьох типів увігнутого кварцового вікна – конічне, сферичне, синусоїдальне та у вигляді гіперболічного тангенсу. Знайдено, що у порівнянні із плоским кварцовим вікном, увігнуті вікна зменшують коефіцієнт нерівномірності майже в два рази – з 0.68 до 0.31 – 0.39 в залежності від геометрії.

Вплив геометричних параметрів параболоїдного концентратора на його оптичну ефективність було визначено в [63], базуючись на алгоритмі

Монте-Карло. Концентратор складається із однакових квадратних дзеркальних поверхонь, які розташовані на параболоїдній рамі. В алгоритмі враховувалися неточності поверхні концентратора та неточності системи стеження за Сонцем. Верифікація отриманих числових даних здійснювалась шляхом порівняння із результатами експериментів, які проводились на модельному концентраторі малого розміру. Знайдені оптимальні співвідношення між великим діаметром концентратора та шириною малих квадратних дзеркал, що забезпечують максимальні значення оптичної ефективності та рівномірність теплового потоку на поверхні теплоприймача.

В [64] детально представлені етапи побудови алгоритму Монте-Карло для параболоїдного концентратора з ймовірнісним розподілом неточності його поверхні, які підпорядковувались розподілу Релея. На відміну від попередніх досліджень, де вплив неточності поверхні розраховувався, як правило, фотометричними методами (методами геометричної оптики), в цьому досліджуванні для врахування помилок поверхні використовувалась також і теорія розсіювання світла. Знайдено, що недооцінка ефекту розсіювання може спричинити похибку в 5.45% при дослідженні модельного параболоїдного концентратора з кутом розкриття 60^0 та фокусною відстанню 5м.

Сумісне функціонування параболоїдного концентратора з теплоприймачами різних форм у вигляді багатогранників досліджувалось методом Монте-Карло в [65]. Під час розрахунків враховувалась геометрія системи, коефіцієнт відбиття поверхні концентратора та неточності поверхні. Знайдено, що теплоприймач у вигляді чотиригранника має найкращі енергетичні показники у порівнянні із п'яти- та шестигранниками.

Комерційний програмний комплекс SolTrace, який розроблено в Національній лабораторії по відновлюваній енергетики США (National Renewable Energy Laboratory (NREL)), було застосовано під час дослідження

параболоїдного концентратора діаметром 3м в [66]. Програма SolTrace розроблена для моделювання сонячних енергетичних систем із концентраторами методом Монте-Карло. Під час досліджень значення неточності поверхні концентратора варіювались від 1.7453 до 34.907 мрад, радіуса апертурного отвору – від 0.125 до 0.162 м, коефіцієнту відбиття поверхні концентратора – від 0.75 до 0.95 при фокусної відстані від 1.7 до 1.95 м. Базуючись на отриманих числових даних, були знайдені оптимальні значення наведених величин, які відповідали максимальній тепловій ефективності теплоприймача обраного дизайну.

Таким чином, приведений вище огляд показує, що найбільш популярним методом дослідження енергетичних та геометричних показників системи концентрації сонячного випромінювання на основі параболоїдних концентраторів є метод статистичних випробувань Монте – Карло. Цей метод має суттєві **переваги**, до яких слід віднести [67]:

- простоту алгоритмів і можливість швидкої їх перебудови при змінах умов задачі;
- нечутливість до збоїв під час розрахунків;
- використання малого об'єму пам'яті.

Але поряд з цим, методу притаманні **недоліки**, серед яких:

- невисока точність;
- необхідність реалізації великої кількості випробувань, що потребує значних затрат машинного часу.

Останній недолік майже повністю нівелюється останнім часом, коли швидкодія персональних комп'ютерів та сервером є дуже високою.

Незважаючи на простоту алгоритмів, більшість досліджень наведеного огляду виконувались, базуючись на коштовних комерційних програмних пакетах, в яких етапи створення є “чорною скринькою”. Тому, в край

важливими науковими **задачами**, які поставлені та розв’язані в даній роботі є такі:

- розробка узагальненої математичної моделі процесу концентрації сонячного випромінювання;
- аналіз і вибір відповідних припущень;
- побудова числового алгоритму Монте-Карло та створення власного програмного коду для проведення числових експериментів по визначенню раціональних геометричних та енергетичних показників системи концентрації на прикладі параболоїдного концентратора;
- аналіз отриманих результатів з точки зору впливу неточності поверхні концентратора та міри його розфокусування;
- верифікація числових результатів на основі знайденого наближеного аналітичного розв’язку.

Висновки до розділу 1

1. Проведено огляд та систематизацію методів перетворення енергії Сонця за їх фізичною сутністю. Визначені переваги термодинамічного способу перетворення у порівнянні з фотоелектричним.
2. Обґрунтована необхідність використання концентраторів для реалізації термодинамічного перетворення. Знайдена відповідність та проведена класифікація типів концентраторів в залежності від температурного рівня системи перетворення.
3. Проілюстровані основні геометричні та енергетичні параметри концентратора на прикладі концентратора параболоїдної геометрії.
4. Проведений огляд реальних та дослідницьких проектів, в яких використовується параболоїдний концентратор. Описані можливі типи теплоприймачів.

5. Наданий опис можливих методів дослідження процесів переносу сонячного випромінювання в системах концентрації. Обґрунтовано вибір методу Монте-Карло, як основного методу числового розрахунку параметрів системи “Сонце – концентратор – теплоприймач”.
6. Сформульовані основні задачі дослідження.

2. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСУ СОНЯЧНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ В СИСТЕМІ “СОНЦЕ – ПАРАБОЛОЇДНИЙ КОНЦЕНТРАТОР – ТЕПЛОПРИЙМАЧ”

Створення математичної моделі переносу сонячного випромінювання в системах концентрації на основі параболоїдних концентраторів проводилось на основі узагальненої математичної моделі процесу переносу для систем концентрації. Така модель може бути розроблена як із використанням методів фізичної (хвильової) оптики, так і на основі уявлень теоретичної (геометричної) фотометрії (геометричної оптики).

2.1. Аналіз можливих підходів до створення узагальненої математичної моделі переносу сонячного випромінювання в системах концентрації

Процес концентрації сонячного випромінювання можна вважати частковим випадком розповсюдження радіаційної енергії в системі тіл, розділених діатермічним середовищем. До дослідження подібних процесів можна підходити двояко: на основі фізичної оптики або на основі фотометрії.

У фізичній оптиці інтенсивність поля електромагнітного випромінювання визначається квадратом модуля напруженості електромагнітного поля. Для визначення цієї величини необхідно розв’язувати систему рівнянь Максвела, в яку в явному вигляді не входить ні геометрія поля випромінювання, ні його фотометричні показники, що особливо важливо у задачах концентрації. Експериментальні дослідження в цій області також мають труднощі. Це пов’язано з тим, що в оптичному діапазоні спектру частоти електромагнітних коливань є настільки високими, що вимірювати модуль вектору напруженості електромагнітного поля практично неможливо. Ці факти вказують на наявність

об'єктивних труднощів під час розрахунку поля випромінювання методами фізичної оптики.

Крім того, сонячні концентратори у більшості випадків мають відносно невисоку геометричну точність і тому відносяться до класу оптичних систем із сильно вираженими абераціями. В таких системах хвильові ефекти, пов'язані із дифракцією, практично повністю згладжуються в силу більш суттєвого впливу аберацій [68,69].

Незважаючи на це, використання методів електромагнітної теорії випромінювання для розрахунку високотемпературних концентраторів іноді оправдується. Це особливо актуально при дослідженні параболоїдних концентраторів малого діаметра, в яких вплив дифракцій є порівнюваним із впливом аберацій. В таких концентраторах існує суттєва нерівномірність розподілу випромінювання по краях фокальної плями, що підтверджується результатами натурних експериментів [70].

В роботах [71,72] розроблений посегментний метод, який дозволяє будувати картини інтенсивності електромагнітних хвиль для внутрішньої області концентратора будь-якої геометрії, стежити за змінами в потоках, враховуючи відхилення відбитого променя від оптичної осі. Це дозволяє уточнити оптимальне положення теплоприймача із врахуванням впливу розсіювання.

Наявність подібних ефектів безумовно має теоретичний інтерес, але кінцевою метою будь-якого дослідження систем концентрації є визначення теплових показників в області фокального зображення. Нерівномірність розподілу теплового потоку за рахунок розсіювання в цій області мало впливає на інтегральні теплові показники системи. Тому сплесками, які фіксуються на границях фокальної площини, в практичних розрахунках, як правило, нехтують. Крім того, в світовій сонячній енергетиці простежується загальна тенденція до

підвищення потужності сонячних теплових установок, що призводить до збільшення розмірів концентраторів та до зменшення їх точності. Тому для створення математичних моделей таких систем в більшості випадків достатньо мати інформацію про макроструктуру поля відбиття випромінювання. Отримати подібну інформацію можна на основі методів теоретичної фотометрії, які і складають основу даного дослідження.

В рамках теоретичної фотометрії [73,74] передбачається, що енергія передається в пучці променів нескінченно малого поперечного перерізу і розміри елементарних площадок поверхонь тіл, які приймають участь в радіаційному теплообміні, значно більше довжини хвиль випромінювання, що переноситься, і значно менше відстані між площадками. Такий підхід повністю відповідає процесу концентрації, тому саме методи геометричної фотометрії покладено в основу створення узагальненої математичної моделі процесу концентрації сонячного випромінювання.

2.2. Створення узагальненої математичної моделі процесу переносу сонячного випромінювання

В процесі переносу сонячного випромінювання в системах концентрації задіяними є три об'єкти – Сонце, концентратор, теплоприймач. Кожен з цих об'єктів має властивості, які характеризуються відповідними величинами.

Сонце в системах концентрації вважається нескінченно віддаленим випромінювачем, який посиляє в кожную точку поверхні концентратора круговий конічний пучок променів, який характеризується:

- кутом розкриття $2\psi_c \approx 32'$;

- одиничним вектором \mathbf{I}_c^0 , що показує напрям від Сонця на точку концентратора;
- індикатрисою випромінювання, яка визначає розподіл енергії в пучці:

$$f_c(\psi) = \frac{dI(\psi)}{dI(0)}, \quad (2.2.1)$$

де $0 \leq \psi \leq \psi_c$; $I(\psi)$ – інтенсивність випромінювання в довільному напрямку в середині кінчного пучка промінів; $I(0)$ – інтенсивність випромінювання в напрямку, який обраний за основний в середині пучка промінів.

- E_c – щільність потоку сонячної радіації (сонячна стала).

Для навколоземного простору значення сонячної сталої наближено дорівнює $E_c \approx 1360 \text{ Вт} / \text{м}^2$. Розрахунок сонячної сталої на поверхні Землі – це окрема багатопланова задача, розв’язок якої залежить від багатьох географічних, кліматичних та часових факторів [75].

Окремо слід відмітити, що значення функції індикатриси та значення сонячної сталої в загальному випадку залежать від довжини хвилі. Але під час розв’язання задач концентрації спектральні характеристики, як правило, не враховуються і всі математичні викладки проводять із інтегральними потоками сонячного випромінювання.

Концентратор під час розрахунку систем концентрації визначає загальний енергетичний рівень системи. Для створення математичної моделі необхідно знати:

- рівняння поверхні концентратора:

$$F_K(x, y, z) = 0, \quad (2.2.2)$$

де $(x, y, z) \in S_K$, а S_K – площа відбиваючій поверхні концентратора;

- дані, в яких враховуються неточності поверхні концентратора за рахунок різних впливів;
- коефіцієнт відбиття поверхні концентратора β_k ;
- функцію індикатриси випромінювання у відбитому пучці:

$$f(\varphi) = \frac{dI(\varphi)}{dI(0)}, \quad (2.2.3)$$

де $0 \leq \varphi \leq \varphi_0$; $I(\varphi)$ – інтенсивність випромінювання в довільному напрямку в середині відбитого пучка, $I(0)$ – інтенсивність випромінювання в напрямку, який обраний за основний в середині відбитого пучка промінів.

Крім того, в рамках фотометричного підходу вважається, що відбиття пучка промінів від поверхні концентратора підпорядковується закону дзеркального відбиття [76].

Теплоприймач характеризується:

- рівнянням поверхні

$$F_{\Pi}(x, y, z) = 0, \quad (2.2.4)$$

де $(x, y, z) \in S_{\Pi}$, а S_{Π} – площа поверхні теплоприймача;

- типом теплоприймача – відкритий або закритий.

Створення узагальненої математичної моделі процесу концентрації доцільно проводити в два етапи – на першому етапі необхідно промодельовати теплообмін в системі “Сонце – концентратор”, а на другому – в системі “концентратор – теплоприймач” [77].

1 етап – система “Сонце - концентратор”

Виділимо на дзеркальній поверхні концентратора, що схематично зображена на рис. 2.1, елементарну ділянку dS_K , яка є околom точки $Q_i(x_K, y_K, z_K)$. Місцезнаходження ділянки dS_K однозначно визначається напрямком вектору нормалі до поверхні концентратора \mathbf{n}_K .

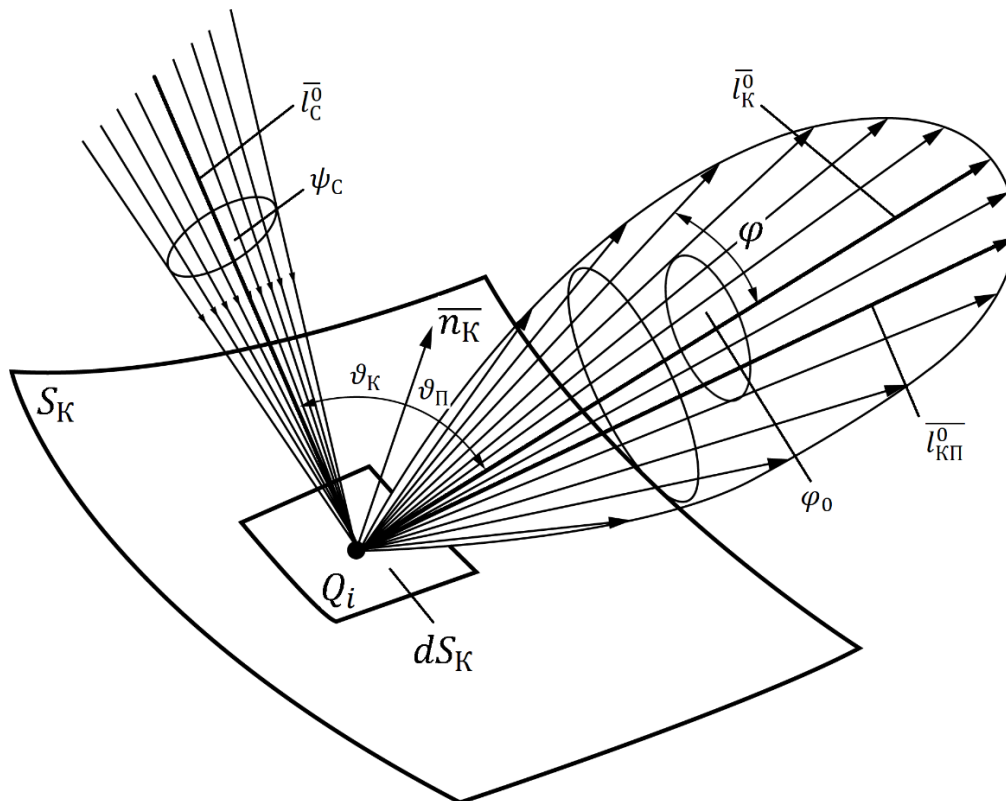


Рис.2.1. Схема відбиття сонячного випромінювання від поверхні концентратора

Будемо вважати, що в точку $Q_i(x_K, y_K, z_K)$ падає пучок сонячних променів \mathbf{l}_C^0 , який формує тілесний кут $2\psi_C$. Відбитий від елементу поверхні концентратора dS_K пучок променів \mathbf{l}_K^0 характеризується кутом φ . Нормаль концентратора \mathbf{n}_K утворює із векторами $-\mathbf{l}_C^0$ і \mathbf{l}_K^0 систему кутів $\vartheta_K, \vartheta_{\Pi}$, які визначають розташування концентратора відносно Сонця та відносно

теплоприймача, відповідно. Вектор $\mathbf{l}_{\text{КП}}^0$ формує тілесний кут φ_0 , який характеризує напрямок від концентратора до приймача для пучка променів, що точно потрапляють на теплоприймач.

Повний потік випромінювання, відбитий елементом dS_K , визначається співвідношенням:

$$d\Phi_K = \beta_K d\Phi_{\text{над}} = \beta_K E_C dS_{K\perp}, \quad (2.2.5)$$

де $dS_{K\perp} = dS_K \cos \vartheta_K$ – проекція елементарної ділянки dS_K , а $\cos \vartheta_K = \mathbf{l}_C^0 \mathbf{n}_K$.

Відбите випромінювання поширюється в сонячному пучці з функцією індикатриси

$$f_0(\varphi) = \frac{dI(\varphi)}{dI(0)}. \quad (2.2.6)$$

Проведено нормування в межах відповідного тілесного кута таким чином:

$$d\Phi_K = \int_0^{2\pi} \int_0^\varphi dI(\varphi) d\omega, \quad (2.2.7)$$

де $d\omega = \sin \varphi d\varphi d\theta$ – елементарна площа сферичної поверхні радіуса 1.

Після підстановки (2.2.6) в (2.2.7) маємо:

$$d\Phi_K = dI(0) 2\pi \int_0^{\varphi_0} f_0(\varphi) \sin \varphi d\varphi. \quad (2.2.8)$$

Прирівнювавши праві частини рівнянь (2.2.5) та (2.2.8), маємо:

$$dI(0) = \frac{\beta_K E_C dS_{K\perp}}{2\pi \int_0^{\varphi_0} f_0(\varphi) \sin \varphi d\varphi} . \quad (2.2.9)$$

На основі рівнянь (2.2.9) та (2.2.6) отримаємо співвідношення для сили випромінювання в будь-якому напрямку в середині відбитого пучка:

$$dI(\varphi) = \frac{f_0(\varphi) \beta_K E_C dS_{S\perp}}{2\pi \int_0^{\varphi_0} f_0(\varphi) \sin \varphi d\varphi} . \quad (2.2.10)$$

2 етап – система “Концентратор - теплоприймач”

Визначення характеристик теплоприймача можна розглядати як перенос випромінювання між двома поверхнями, які довільно орієнтовані у просторі. Виділимо на поверхні теплоприймача, яка задана рівнянням (2.2.4), будь-яку точку $P_i(x_{\Pi}, y_{\Pi}, z_{\Pi})$ і проведемо до неї із точки $Q_i(x_K, y_K, z_K)$ концентратора промінь $\mathbf{l}_{K\Pi}$. Одиничний вектор цього променя, що характеризує його напрям у просторі, визначається рівнянням:

$$\mathbf{l}_{K\Pi}^0 = \frac{(x_{\Pi} - x_K)\mathbf{i} + (y_{\Pi} - y_K)\mathbf{j} + (z_{\Pi} - z_K)\mathbf{k}}{l_{K\Pi}^2} , \quad (2.2.11)$$

де $l_{K\Pi} = |\mathbf{l}_{K\Pi}|$ - довжина вектору.

На основі класичного фотометричного співвідношення [77] знайдемо тепловий потік, що попадає в обрану точку теплоприймача у вигляді:

$$dE_{\Pi} = \frac{dI(\mathbf{l}_{K\Pi}) \cos \vartheta_{\Pi}}{l_{K\Pi}^2}, \quad (2.2.12)$$

$$\text{де } \cos \vartheta_{\Pi} = -\mathbf{l}_{K\Pi}^0 \mathbf{n}_{\Pi}, \text{ а } \mathbf{n}_{\Pi} = \frac{\text{grad} F_{\Pi}(x, y, z)}{|\text{grad} F_{\Pi}(x, y, z)|}.$$

Для визначення сили випромінювання $dI(\mathbf{l}_{K\Pi})$ в напрямку вектору $\mathbf{l}_{K\Pi}^0$ необхідно встановити, чи попадає в цьому напрямку потік від концентратора на задану точку теплоприймача, а також визначити величину цього потоку.

Для визначення можливості попадання променю $\mathbf{l}_{K\Pi}^0$ в тілесний кут φ_0 , який “охоплює” обрану точку теплоприймача, доречним бачиться введення функції Хевісайда виду:

$$\xi(\mathbf{l}_{K\Pi}) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } (\mathbf{l}_{K\Pi}^0 \mathbf{l}_K^0) \geq \cos \varphi_0 \\ 0, & \text{якщо } (\mathbf{l}_{K\Pi}^0 \mathbf{l}_K^0) < \cos \varphi_0 \end{cases}, \quad (2.2.13)$$

Для визначення можливості попадання променю $\mathbf{l}_{K\Pi}^0$ у вхідний отвір S_{BX} теплоприймача закритого (порожнинного) типу вводиться ще одна функція Хевісайда виду:

$$\chi(\mathbf{l}_{K\Pi}) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } \mathbf{l}_{K\Pi} \cap S_{BX} \neq 0 \\ 0, & \text{якщо } \mathbf{l}_{K\Pi} \cap S_{BX} = 0 \end{cases}. \quad (2.2.14)$$

З урахуванням значень функцій $\xi(\mathbf{l}_{K\Pi})$ та $\chi(\mathbf{l}_{K\Pi})$ вираз для сили випромінювання в напрямку $\mathbf{l}_{K\Pi}$ можна записати як:

$$dI(\mathbf{l}_{K\Pi}) = dI(\varphi) \xi(\mathbf{l}_{K\Pi}) \chi(\mathbf{l}_{K\Pi}). \quad (2.2.15)$$

Після підстановки виразу (2.2.15) у співвідношення (2.2.12) із подальшою підстановкою у (2.2.10), маємо:

$$dE_{\Pi} = \frac{E_C \beta_K f_0(\varphi) \xi(\mathbf{l}_{KP}) \chi(\mathbf{l}_{KP}) \cos \vartheta_K \cos \vartheta_{\Pi} dS_K}{2\pi l_{KP}^2 \int_0^{\varphi_0} f_0(\varphi) \sin \varphi d\varphi}. \quad (2.2.16)$$

Враховуючи властивості адитивності потоку (повний потік випромінювання складається із суми елементарних потоків), потік випромінювання в точці Р знаходимо шляхом інтегрування виразу (2.2.16) по всій дзеркальній поверхні концентратора:

$$E_{\Pi} = \frac{E_C}{2\pi} \iint_{S_K} \frac{\beta_K f_0(\varphi) \xi(\mathbf{l}_{KP}) \chi(\mathbf{l}_{KP}) \cos \vartheta_K \cos \vartheta_{\Pi} dS_K}{l_{KP}^2 \int_0^{\varphi_0} f_0(\varphi) \sin \varphi d\varphi}. \quad (2.2.17)$$

Часто для аналізу зручно використовувати безрозмірний аналог значення потоку випромінювання у вигляді:

$$\varepsilon_{\Pi} = \frac{E_{\Pi}}{E_C} = \frac{1}{2\pi} \iint_{S_K} \frac{\beta_K f_0(\varphi) \xi(\mathbf{l}_{KP}) \chi(\mathbf{l}_{KP}) (\mathbf{l}_{KP}) \cos \vartheta_K \cos \vartheta_{\Pi} dS_K}{l_{KP}^2 \int_0^{\varphi_0} f_0(\varphi) \sin \varphi d\varphi}. \quad (2.2.18)$$

Таким чином, вирази (2.2.17) або (2.2.18) можна вважати узагальненою моделлю переносу сонячного випромінювання у системі “Сонце – концентратор

– теплоприймач”. Ця узагальнена математична модель не залежить від геометрії концентратора.

Запропонована узагальнена математична модель не буде замкнутою без визначення закону відбиття. Для цього слід відмітити, що дзеркальна поверхня концентратора не є оптично гладкою по відношенню до падаючого сонячного випромінювання. Тому, в загальному випадку процес відбиття носить направлено розсіюваний характер. Це означає, що вісь пучка, відбитого елементарною ділянкою концентратора, направлена дзеркально по відношенню до осі падаючого пучка, а його тілесний кут може бути більшим за тілесний кут падаючого пучка в силу розсіювання на мікрорельєфі. Математично ця властивість записується у вигляді закону дзеркального відбиття [79]:

$$(-\mathbf{l}_c^0)\mathbf{n}_K\mathbf{l}_K^0 = 0, \quad (-\mathbf{l}_c^0)\mathbf{n}_K = \mathbf{n}_K\mathbf{l}_K^0, \quad \psi_c \leq \varphi_0 \leq \frac{\pi}{2}, \quad (2.2.19)$$

Крім закону дзеркального відбиття, до узагальненої математичної моделі також необхідно додати метод врахування неточності поверхні дзеркала. Огляд таких методів наведений нижче.

2.3. Вибір методу врахування неточності поверхні концентратора

Врахування неточності поверхні концентратора проводиться на основі аналізу значень двох критеріїв – геометричних та оптичних. Геометричні вказують на ступень відхилення поверхні концентратора від ідеальної форми, а оптичні – фіксують нерівномірність розподілу енергії випромінювання в елементарному пучці сонячних променів, що падає або відбивається від поверхні концентратора.

Очевидно, що найбільш точні та адекватні значення геометричних та оптичних відхилень можна отримати на основі експериментальних даних

реальних концентраторів. Під час їх проведення створюються спеціальні таблиці – абєрограми, в яких фіксуються значення відхилення відбитого від концентратора променя в кожній із рівномірно обраних дискретних точок на поверхні концентратора. Числове значення відхилення – це значення тілесного кута δ_K між нормаллю реального концентратора \mathbf{n}_K та нормаллю математично ідеального концентратора \mathbf{n}_K^I . Для фіксації цього значення тілесний кут δ_K проектується на два плоских кута $\Delta\gamma_K = \Delta\gamma_K(x, y, z)$ та $\Delta\nu_K = \Delta\nu_K(x, y, z)$. Після знаходження значення плоских кутів у вигляді таблиць або у вигляді апроксимуючих функцій, відхилення нормалі реального концентратора від ідеальної форми виражається функціональною залежністю виду $\mathbf{n}_K = \mathbf{n}_K(\mathbf{n}_K^I, \Delta\gamma_K, \Delta\nu_K)$, яка потім використовується у подальшому моделювання. На рис. 2.2 показано розташування плоских кутів відносно нормалей реального та математично ідеального концентратора.

До недоліків такого метода визначення неточності поверхні відноситься те, що абєрограми будуються для вже існуючих концентраторів. Більш того, ці концентратори необхідно виготовити у натуральну величину, бо до задач концентрації практично неможливо застосувати теорію подібності та розмірності – значення з модельних концентраторів вкрай складно перенести на реальні концентратори. Крім того, подібні натурні випробування достатньо коштовні та тривалі, бо адекватність результатів, які отримані у лабораторних умовах під штучним освітленням необхідно зіставити із реальними умови функціонування системи. Тому актуальною задачею під час дослідження систем концентрації є визначення таких теоретичних підходів до врахування неточності поверхні концентратора, які б їх описували найбільш точно і адекватно, наближаючи отримані значення до експериментальних.

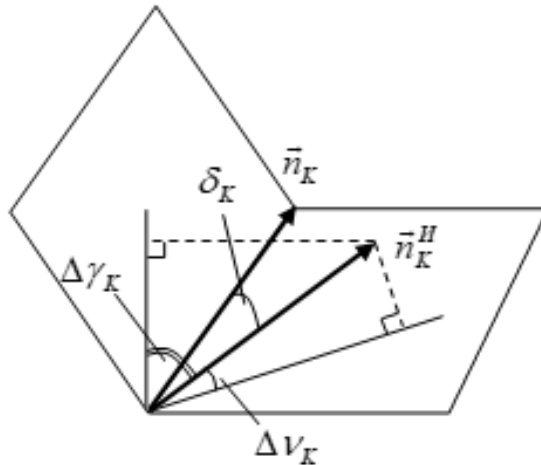


Рис.2.2. Відхилення нормалі реального концентратора від нормалі математично ідеального концентратора

Проведений аналіз показав, що всі теоретичні підходи до врахування неточності поверхні концентратора умовно можна розділити на чотири основні групи в залежності від значення функції індикатриси та значення кутів $\Delta\gamma_K = \Delta\gamma_K(x, y, z)$ та $\Delta\nu_K = \Delta\nu_K(x, y, z)$. Як правило, за базовий параметр обирається значення функції індикатриси у відбитому пучці. На рис. 2.3 схематично наведений подібний розподіл.

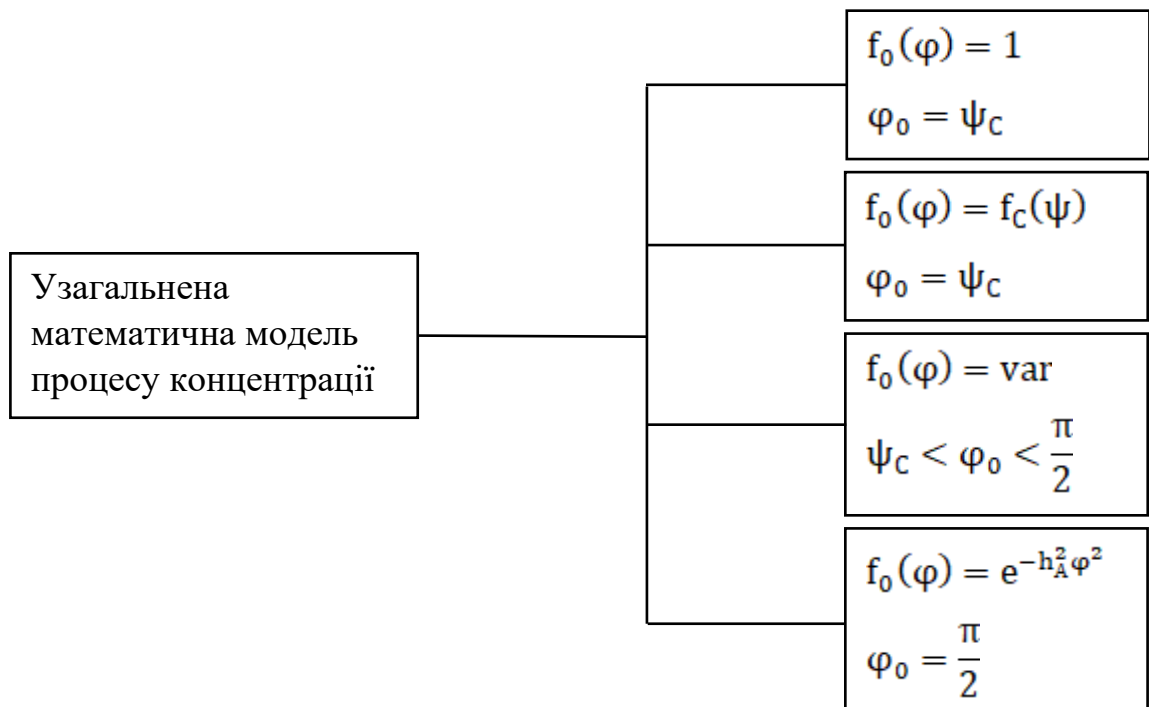


Рис. 2.3. Класифікація підходів до врахування неточності поверхні концентратора в залежності від функції індикатриси

До **першої групи** відносяться моделі, побудовані у припущенні, що розмір відбитого пучка дорівнює розміру падаючого пучка і розподіл випромінювання в пучці є рівномірним. Математично це припущення можна записати наступним чином:

$$\varphi_0 = \psi_c, \quad f_0(\varphi) = 1. \quad (2.3.1)$$

Таку ідеалізовану модель було покладено в основу багатьох ранніх та сучасних досліджень. Модель може бути застосована як для математично ідеальних концентраторів ($\Delta\gamma_K = 0, \Delta\nu_K = 0$), так і для реальних концентраторів ($\Delta\gamma_K = \Delta\gamma_K(x, y, z)$, $\Delta\nu_K = \Delta\nu_K(x, y, z)$). В разі ідеального концентратора з точною орієнтацією на Сонце задача концентрації в даній постановці може бути розв'язана аналітичним методом елементарних відображень (методом еліпсів),

якій широко застосовується в практиці розрахунків різних пристроїв освітлення [80].

Для ідеальних концентраторів з неточною орієнтацією (наявність розфокусування) вперше така задача була розв'язана в [81,82] на основі числових методів. У сучасних дослідженнях реальних систем концентрації наведений підхід є також досить розповсюдженим, бо допускає будь-які способи завдання неточності поверхні концентраторів – дискретний, наближений, ймовірнісний [83,84].

Другу групу складають моделі, побудовані у припущенні, що падаючий та відбитий пучки променів повністю ідентичні з точки зору значення індикатриси випромінювання. Математично ця умова виглядає наступним чином:

$$\varphi_0 = \psi_C, \quad f_0(\varphi) = f(\psi_C). \quad (2.3.2)$$

При такому припущенні також існує можливість задавати неточності поверхні різними способами, однак виникають додаткові проблеми, що пов'язані із визначенням функції індикатриси в пучці променів, що надходять від Сонця. Для цього може бути використане співвідношення

$$f_C(\psi) = f^*(\beta) \cos \beta,$$

де $0 \leq \psi \leq \psi_C$; β – кут між напрямком променя в пучці та нормаллю до поверхні сонячної сфери; $f^*(\beta)$ – кутова функція, яка виражає відносну зміну яскравості сонячного диску за напрямками.

Зв'язок між кутами β та ψ може бути знайдений із простого геометричного співвідношення:

$$\beta \approx \arccos \sqrt{1 - \left(\frac{\psi}{\psi_C} \right)^2} = \arcsin \left(\frac{\psi}{\psi_C} \right),$$

а значення функції $f^*(\beta)$ описується апроксимуючими функціями типу

$$f^*(\beta) = \frac{1 + 1.564 \cos \beta}{2.564},$$

або

$$f^*(\beta) = 0.513 + 0.487 \cos \beta,$$

які базуються на астрономічних даних [85].

Наведений підхід є актуальним під час розрахунку параметрів космічних сонячних енергетичних систем, особливо тих, які проектується для використання в міжпланетних польотах.

До **третьої групи** відносяться моделі, які будуються із використанням характеристик реальних концентраторів – істинних аберограм поверхні, вимірюваних або розрахованих функцій індикатриси. Математичний опис цих моделей має вигляд

$$\psi_C \leq \varphi_0 \leq \frac{\pi}{2}, \quad f_0(\varphi) = var \quad (2.3.3)$$

і, як було відмічене вище, в найбільшому ступені відповідає характеру процесів переносу, які мають місце в системах концентрації сонячного випромінювання.

В окрему **четверту групу** слід виділити підхід, якій вперше запропонував Р. Апарісі, і який будується на припущенні, що відбитий від концентратора умовний пучок при фіксованому куті φ_0 має індикатрису виду:

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}, \quad f_0(\varphi) = e^{-h_A^2 \varphi^2}, \quad (2.3.4)$$

де h_A – параметр функції розподілу енергії в умовному відбитому пучці (параметр Апарісі).

Особливість даного підходу полягає у тому, що реальна дзеркальна поверхня замінюється геометрично ідеальною, а неточність поверхні у неявному вигляді враховуються за допомогою параметра h_A , який виступає в якості міри точності [86].

Запропонований підхід, з одного боку, дуже спрощує розв’язок задачі, бо цей розв’язок необхідно знаходити для математично ідеального концентратора, але, з іншого боку, виникає окрема додаткова проблема пошуку значення параметра точності h_A .

Таким чином, проаналізувавши всі наведені вище методи врахування неточності поверхні концентратора, можна переходити до створення конкретної математичної моделі для дослідження енергетичних характеристик концентраторів відповідної геометрії.

2.4. Математична модель процесу концентрації в системі “Сонце – параболоїдний концентратор – теплоприймач”

Застосуємо основні положення узагальненої математичної моделі процесу концентрації до дослідження сонячних енергетичних систем із параболоїдними концентраторами [87]. На рис.2.4. показаний хід сонячних променів від Сонця на параболоїдний концентратор і від параболоїдного концентратора на теплоприймач.

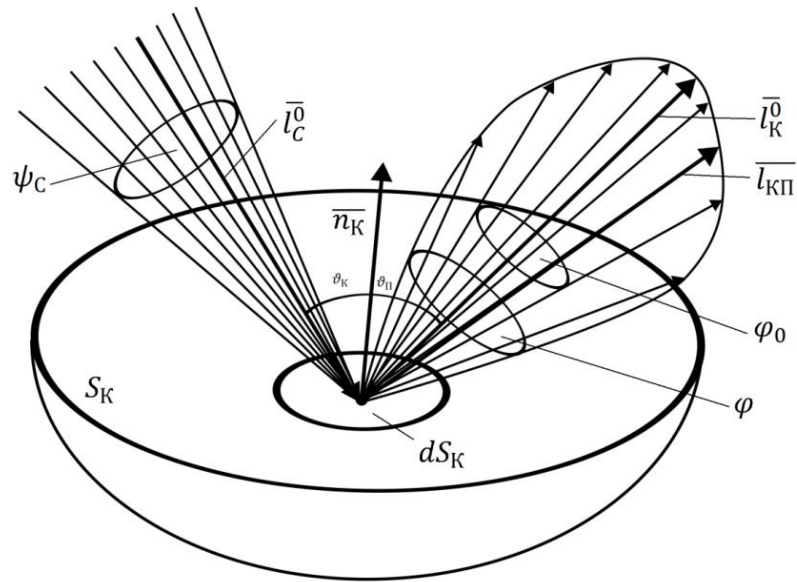


Рис.2.4. Схема ходу променів в системі “Сонце – параболоїдний концентратор – теплоприймач”

Узагальнена математична модель (2.2.17) була використана для параболоїдного концентратора, рівняння якого має вигляд:

$$x^2 + y^2 = 4f_K z.$$

Для визначення щільності теплового потоку E_{Π} , що надходить від параболоїдного концентратора на теплоприймач, зроблені наступні припущення:

- досліджується теплоприймач відкритого типу, тобто $\chi(\mathbf{l}_{КП}) = 1$;
- концентратор точно орієнтований на Сонце;
- коефіцієнт відбиття поверхні концентратора є сталим, тобто $\beta_K = const$;
- функція індикатиси має вигляд $f(\varphi) = 1$, а кут $\varphi_0 = \psi_C = 16'$.

Використовуючи наведені припущення та враховуючи що при малому куті

$$\sin \varphi \approx \varphi \quad \text{і} \quad \int_0^{\varphi_0} \sin \varphi d\varphi \approx \int_0^{\psi_C} \varphi d\varphi = \frac{\psi_C^2}{2}, \quad \text{узагальнену математичну модель} \quad (2.2.17)$$

можна переписати у вигляді:

$$E_{\Pi} = \frac{E_C \beta_K}{\pi \psi_C^2} \iint_{S_K} \frac{\xi(\mathbf{l}_{K\Pi}) \cos \vartheta_K \cos \vartheta_{\Pi} dS_K}{l_{K\Pi}^2}. \quad (2.4.1)$$

Застосуємо класичну формулу переходу від поверхневого інтегралу (2.4.1) до подвійного для явно заданої функції у формі [88]:

$$\iint_{S_K} f(x, y, z) dS = \iint_{S'_K} f(x, y, z(x, y)) \sqrt{1 + (z'_x)^2 + (z'_y)^2} dx dy,$$

де S'_K – площа поверхні параболоїдного концентратора.

Після визначення похідних та спрощення, знаходимо математичну модель концентрації для параболоїдного концентратора у декартових координатах:

$$E_{\Pi} = \frac{E_C \beta_K}{2\pi f_K \psi_C^2} \iint_{S'_K} \frac{\xi(\mathbf{l}_{K\Pi}) \cos \vartheta_K \cos \vartheta_{\Pi} \sqrt{4f_K + x^2 + y^2} dS'_K}{l_{K\Pi}^2}. \quad (2.4.2)$$

Для зручності подальшого моделювання у виразі (2.4.2) необхідно перейти від декартових координат (x, y) до полярних (r, θ) , а саме:

$$E_{\Pi} = \frac{E_C \beta_K}{2\pi f_K \psi_C^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_K} \frac{\xi(\mathbf{l}_{KP}) \cos \vartheta_K \cos \vartheta_{\Pi} \sqrt{4f_K + r^2} r dr d\theta}{l_{KP}^2}, \quad (2.4.3)$$

де

$$\xi(\mathbf{l}_{KP}) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } \varphi_0 \leq \psi_C \\ 0, & \text{якщо } \varphi_0 > \psi_C \end{cases}. \quad (2.4.4)$$

Отримане співвідношення (2.4.3), яке доповнюється умовами (2.4.4), можна вважати математичної моделлю переносу випромінювання в системі “Сонце – параболоїдний концентратор – теплоприймач”.

Висновки до розділу 2

1. Проаналізовані дві концепції, які можливі при побудові узагальненої математичної моделі процесу концентрації. Обґрунтовано вибір фотометричного підходу для створення узагальненої математичної моделі.
2. Визначені величини, яка характеризують властивості об’єктів в системі концентрації “Сонце – концентратор – теплоприймач”.
3. Базуючись на балансових енергетичних співвідношеннях в системі “Сонце – концентратор” та “концентратор – теплоприймач”, побудована узагальнена математична модель енергообміну в системах концентрації, яка не залежить від геометрії концентратора та теплоприймача.
4. Запропонована класифікація підходів до врахування неточності поверхні концентратора в залежності від функції індикатриси; визначені основні методи розрахунку кутових відхилень поверхні реального концентратора від математично ідеальної.

5. На основі створеної узагальненої математичної моделі та відповідних спрощень побудована математична модель для параболоїдного концентратора, на основі якої передбачається проведення числових досліджень.

3. КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПЕРЕНОСУ ВИПРОМІНЮВАННЯ В СИСТЕМІ “СОНЦЕ – ПАРАБОЛОЇДНИЙ КОНЦЕНТРАТОР – ТЕПЛОПРИЙМАЧ”

Розроблена математична модель процесу концентрації сонячного випромінювання (2.4.3) – (2.4.4) містить величину щільності сонячного випромінювання в явному вигляді. Тому її знаходження зводиться до розрахунку подвійного інтегралу. Для числового розрахунку подвійних інтегралів можна використовувати класичні кубатурні формули або методи статистичного інтегрування. Вибір методу обумовлено властивістю підінтегральної функції, яка визначається умовами задачі. Границі підінтегральної функція інтегралу (2.4.3) мають складний та невизначений характер. Контури границь інтегрування залежать від значення функції $\xi(I_{KP})$, поведінку якої в області інтегрування практично неможливо передбачити. Ці обставини свідчать про доцільність використання методу статистичних випробувань Монте-Карло для знаходження числового розв'язку розробленої математичної моделі процесу концентрації.

3.1. Розробка алгоритму Монте-Карло для визначення енергетичних характеристик систем концентрації

До початку створення алгоритму Монте-Карло необхідно визначитися із ймовірнісною трактовкою будь-якого подвійного інтегралу. В залежності від неї обирається метод статистичного моделювання. Якщо відоме співвідношення між інтегралом та ймовірністю події, то використовується перший метод статистичного моделювання. Відповідно другого методу значення подвійного

інтегралу – це математичне сподівання функції деякого двомірного випадкового вектору [89].

Перший метод є відносно неточним і передбачає попереднє завдання екстремальних значень підінтегральної функції. Тому при створенні алгоритму перевага віддана другому методу статистичного інтегрування [90].

Завдяки тому, що значення подвійного інтегралу у виразі

$$E_{\Pi} = \frac{E_C \beta_K}{2\pi f_K \psi_C^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_K} \frac{\xi(\mathbf{l}_{K\Pi}) \cos \vartheta_K \cos \vartheta_{\Pi} \sqrt{4f_K^2 + r^2} r dr d\theta}{l_{K\Pi}^2}$$

є математичним сподіванням відповідної ймовірнісної функції, оцінку цього інтегралу має вигляд:

$$I_E = 2\pi R_K \frac{\sum_{i=1}^N g(r_i, \theta_i)}{N}, \quad (3.1.1)$$

де $g(r_i, \theta_i) = \frac{\xi(\mathbf{l}_{K\Pi}) \cos \vartheta_{\Pi} \cos \vartheta_K r_i \sqrt{4f_K^2 + r_i^2} dr d\theta}{l_{K\Pi}^2}$; (r_i, θ_i) – система двох

незалежних випадкових величин, які рівномірно розподілені в області $0 \leq r_i \leq R_K$ та $0 \leq \theta_i \leq 2\pi$, а N – число випробувань для генерації (r_i, θ_i) .

Процедура генерації системи випадкових величин (r_i, θ_i) зводиться до лінійного перетворення виду

$$\begin{cases} r_i = R_K \omega_1 \\ \theta_i = 2\pi \omega_2 \end{cases}, \quad (3.1.2)$$

де ω_1 та ω_2 – випадкові числа, рівномірно розподілені в діапазоні $[0;1]$.

Оцінка інтегралу I_E складалась із декількох етапів. **На першому етапі** на неперервній поверхні теплоприймача, що розташований у фокусі концентратора, формувався рівномірний розрахунковий шаблон дискретних точок. Після чого обиралась конкретна дискретна точка поверхні теплоприймача $(x_{\Pi}, y_{\Pi}, z_{\Pi})$ з цього шаблону, якій ставилася у відповідність випадкова точка поверхні концентратора (r_i, θ_i) . Вважалося, що саме від точки (r_i, θ_i) відбивається промінь, що спрямований на точку теплоприймача $(x_{\Pi}, y_{\Pi}, z_{\Pi})$.

На другому етапі обчислювались координати точки (r_i, θ_i) в системі координат, що пов'язана із концентратором. Після знаходження значення координати цієї точки (x_K, y_K, z_K) , розраховувалась довжина вектору \mathbf{l}_{KP} у відповідності до співвідношення:

$$l_{KP} = \sqrt{(x_{\Pi} - x_K)^2 + (y_{\Pi} - y_K)^2 + (z_{\Pi} - z_K)^2}. \quad (3.1.3)$$

Значення $\cos \vartheta_{\Pi} = \cos(\mathbf{l}_{KP}^0, -\mathbf{n}_{PP})$ характеризує взаємне розташування концентратора та теплоприймача у просторі, а значення $\cos \vartheta_K = \cos(-\mathbf{l}_C^0, \mathbf{n}_K)$ показує орієнтацію концентратора відносно Сонця. Для розрахунку цих значень скористаємось правилом скалярного добутку двох векторів, а саме:

$$\cos \vartheta_{\Pi} = l_{KPx}^0 n_{Px} + l_{KPy}^0 n_{Py} + l_{KPz}^0 n_{Pz} \quad (3.1.4)$$

та

$$\cos \vartheta_K = -\left(l_{Cx}^0 n_{Kx} + l_{Cy}^0 n_{Ky} + l_{Cz}^0 n_{Kz}\right). \quad (3.1.5)$$

Після розрахунку цих значень знаходимо проміжне значення підінтегрального виразу:

$$I_i = \frac{\cos \vartheta_{\Pi} \cos \vartheta_K r_i \sqrt{4f_K^2 + r_i^2}}{l_{\Pi}^2}, \quad (3.1.6)$$

$$\text{де } \cos \vartheta_{\Pi} = \frac{z_{\Pi} - z_K}{l_{\Pi}}, \text{ а } \cos \vartheta_K = \frac{2f_K}{\sqrt{r_i^2 + 4f_K^2}}.$$

На третьому етапі розрахунку перевіряється умова попадання променя на поверхню теплоприймача, яка характеризується значенням функції Хевісайду $\xi(\mathbf{l}_{\Pi})$. Для цього проводиться розрахунок кута, в якому можливо знаходиться промінь:

$$\varphi_0 = \arccos(l_{Kx}^0 l_{\Pi x}^0 + l_{Ky}^0 l_{\Pi y}^0 + l_{Kz}^0 l_{\Pi z}^0). \quad (3.1.7)$$

Під час розрахунку кута φ_0 виникає окрема задача, яка пов'язана із визначенням координат вектору \mathbf{l}_K^0 [91]. Ці координати знаходяться, базуючись на законі дзеркального відбиття (2.2.19), а саме:

$$(-\mathbf{l}_C^0) \mathbf{n}_K \mathbf{l}_K^0 = 0, \quad (-\mathbf{l}_C^0) \mathbf{n}_K = \mathbf{n}_K \mathbf{l}_K^0, \quad \psi_C \leq \varphi_0 \leq \frac{\pi}{2}.$$

Відповідно закону дзеркального відбиття, промінь, що падає, відбитий промінь та нормаль до поверхні є компланарними векторами, тобто знаходяться в одній площині. Основна властивість компланарних векторів – це рівність нулю їх змішаного добутку або наявність відповідної лінійної залежності. Для випадку системи векторів $\mathbf{l}_K^0, \mathbf{l}_C^0, \mathbf{n}_K$ ця лінійна залежність має вигляд:

$$\mathbf{l}_K^0 = p \mathbf{l}_C^0 + q \mathbf{n}_K, \quad (3.1.8)$$

де p та q – довільні константи.

Помножимо рівняння (3.1.8) на $\mathbf{l}_K^0, \mathbf{l}_C^0, \mathbf{n}_K$, відповідно, та отримаємо систему рівнянь виду:

$$\begin{cases} \mathbf{l}_K^0 \cdot \mathbf{n}_K = p(\mathbf{l}_C^0 \cdot \mathbf{n}_K) + q(\mathbf{n}_K \cdot \mathbf{n}_K) \\ \mathbf{l}_K^0 \cdot \mathbf{l}_K^0 = p(\mathbf{l}_C^0 \cdot \mathbf{l}_K^0) + q(\mathbf{n}_K \cdot \mathbf{l}_K^0) \\ \mathbf{l}_K^0 \cdot \mathbf{l}_C^0 = p(\mathbf{l}_C^0 \cdot \mathbf{l}_C^0) + q(\mathbf{n}_K \cdot \mathbf{l}_C^0) \end{cases} \quad (3.1.9)$$

Із першого рівняння маємо:

$$\mathbf{l}_K^0 \cdot \mathbf{n}_K = p(\mathbf{l}_C^0 \cdot \mathbf{n}_K) + q. \quad (3.1.10)$$

Друге та третє рівняння перепишемо у вигляді:

$$\left(\mathbf{l}_K^0\right)^2 = p\left(\mathbf{l}_C^0 \cdot \mathbf{l}_K^0\right) - q\left(\mathbf{n}_K \cdot \mathbf{l}_C^0\right) \quad (3.1.11)$$

та

$$\mathbf{l}_K^0 \cdot \mathbf{l}_C^0 = p\left(\mathbf{l}_C^0\right)^2 + q\left(\mathbf{n}_K \cdot \mathbf{l}_C^0\right). \quad (3.1.12)$$

Після додавання рівняння (3.1.12) до рівняння (3.1.11) маємо:

$$\left(\mathbf{l}_K^0\right)^2 + \mathbf{l}_K^0 \cdot \mathbf{l}_C^0 = p\left(\mathbf{l}_C^0 \cdot \mathbf{l}_K^0\right) + p\left(\mathbf{l}_C^0\right)^2.$$

Приведення подібних в останньому рівнянні

$$(1-p)\left(\left(\mathbf{l}_C^0\right)^2 + \mathbf{l}_K^0 \cdot \mathbf{l}_C^0\right) = 0$$

та аналіз отриманого результату дозволяє зробити висновок, що $p = 1$.

Підставимо це значення в (3.1.10) та отримуємо:

$$q = \mathbf{l}_K^0 \cdot \mathbf{n}_K - \mathbf{l}_C^0 \cdot \mathbf{n}_K = -2\left(\mathbf{l}_C^0 \cdot \mathbf{n}_K\right).$$

Підставимо значення p та q в (3.1.8) та остаточно маємо вираз для вектору \mathbf{l}_K^0 у векторній

$$\mathbf{l}_K^0 = \mathbf{l}_C^0 - 2\mathbf{n}_K\left(\mathbf{l}_C^0 \cdot \mathbf{n}_K\right)$$

або в координатній формі

$$\begin{cases} l_{Kx}^0 = l_{Cx}^0 - 2n_{Kx}(l_{Cx}^0 n_{Kx} + l_{Cy}^0 n_{Ky} + l_{Cz}^0 n_{Kz}) \\ l_{Ky}^0 = l_{Cy}^0 - 2n_{Ky}(l_{Cx}^0 n_{Kx} + l_{Cy}^0 n_{Ky} + l_{Cz}^0 n_{Kz}) \\ l_{Kz}^0 = l_{Cz}^0 - 2n_{Kz}(l_{Cx}^0 n_{Kx} + l_{Cy}^0 n_{Ky} + l_{Cz}^0 n_{Kz}) \end{cases} \quad (3.1.13)$$

У випадку, якщо концентратор точно орієнтований на Сонце, компоненти $l_{Cx}^0 = l_{Cy}^0 = 0$, а $l_{Cz}^0 = -1$. Тоді

$$\begin{cases} l_{Kx}^0 = 2n_{Kx}n_{Kz} \\ l_{Ky}^0 = 2n_{Ky}n_{Kz} \\ l_{Kz}^0 = 2n_{Kz}^2 - 1 \end{cases} \quad (3.1.14)$$

Після знаходження значення кута φ_0 перевіряється виконання умови (2.4.4)

$$\xi(\mathbf{l}_{KP}) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } \varphi_0 \leq \psi_C \\ 0, & \text{якщо } \varphi_0 > \psi_C \end{cases}.$$

Якщо ця умова виконується, то отримані значення додаються до суми у виразі (3.1.1), якщо умова не виконується, то генерується ще одна випадкова точка на поверхні концентратора і цикл розрахунку здійснюється ще раз. Після виконання такого циклу N разів щільність концентрованого сонячного потоку в обраній точці теплоприймача вважається знайденою і слід переходити до наступної точки шаблону, який побудований на поверхні теплоприймача.

Окремо в розробленому алгоритмі передбачається процедура вибору оптимального значення кількості випробувань N , при якому точність та достовірність отриманих результатів буде максимальною. Необхідність такої процедури пов'язана з тим, що під час розв'язання задачі методом Монте-Карло реалізується штучний випадковий процес і тому оцінка результату \tilde{I}_E завжди є

величиною випадковою, а його точність носить ймовірнісний характер. Тому можна стверджувати, що похибка виразу $\tilde{I}_E \approx I_E$ не перевищує ε із достовірністю α , якщо ймовірність нерівності $|\tilde{I}_E - I_E| < \varepsilon$ дорівнює α , тобто якщо

$$P(|\tilde{I}_E - I_E| < \varepsilon) = \alpha. \quad (3.1.15)$$

Іншими словами це значить, що похибка при заміні інтеграла I_E його оцінкою \tilde{I}_E з ймовірністю α не буде перевищувати ε .

Точність і достовірність оцінки залежать від дисперсії підінтегральної функції та числа проведених випробувань. Ці значення пов'язані залежністю виду [92]:

$$N = t_\alpha \frac{D}{\varepsilon^2}, \quad (3.1.16)$$

де N – кількість випробувань; D – дисперсія підінтегральної функції; $t_\alpha = \sqrt{2}\Phi^{-1}(\alpha)$.

Дисперсія підінтегральної функції розраховується в алгоритмі за наступною наближеною формулою:

$$D \approx (2\pi)^2 R_K^2 \left(\frac{\sum_{i=1}^N g^2(r_i, \theta_i)}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^N g(r_i, \theta_i)}{N} \right)^2 \right), \quad (3.1.17)$$

а значення функції $\Phi^{-1}(\alpha)$, яка є оберненою до функції Лапласу – за допомогою таблиць спеціальних математичних функцій або вбудованих бібліотек.

Таким чином, для визначення необхідної кількості випробувань слід спочатку задатися будь-яким числом випробувань $N = N'$ та провести з ним розрахунки. Після чого розрахувати значення дисперсії та визначити на основі (3.1.16) нове значення числа випробувань N'' . Це значення повинне відповідати обраної точності ε та достовірності ($\alpha \approx 0.9 \div 0.95$). Після цього перевіряється відносна похибка між початковим числом випробувань та розрахованим $\bar{N} = \frac{|N'' - N'|}{N'}$. Якщо ця величина буде менша за задану, то процес розрахунку вважається завершеним, а якщо більше за задану, то процес розрахунку необхідно повторити із знайденим числом кількості випробувань N'' . Структура описаного алгоритму наведена в блок-схемі на рис. 3.1.

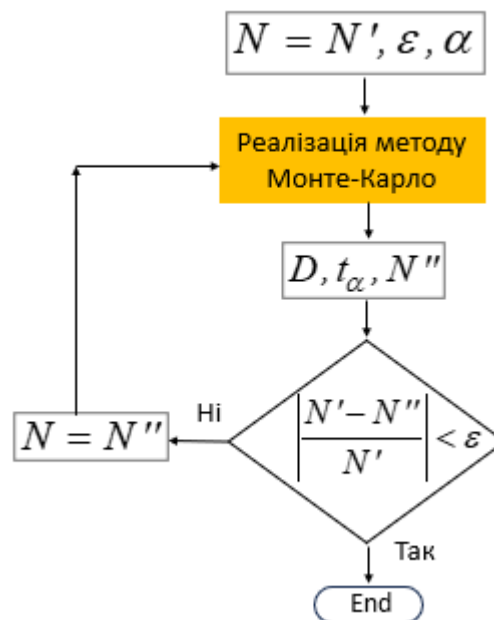


Рис.3.1. Блок-схема алгоритму вибору оптимальної кількості випробувань

3.2. Врахування неточності поверхні концентратора при побудові алгоритму Монте-Карло

В підрозділі 2.3. надана систематизація методів врахування неточності поверхні концентратора, в основу якої покладений вид функції індикатриси. При цьому вибір значення кутів, які характеризують неточність поверхні, не розглядались. Перш ніж перейти для розрахунки цих значень необхідно відзначити, що неточності поверхні можуть мати різну природу. Їх систематизація наведена в [93,94], де всі потенційні неточності розділяють на

- похибки, що пов'язані із “недзеркальністю” (дифузністю) поверхні;
- похибки профілю – шорсткість поверхні;
- похибки опорної конструкції;
- похибки стеження за Сонцем;
- похибки зміщення теплоприймача відносно фокальної площини.

Крім того, до цих неточностей можуть додаватися впливи навколишнього середовищу – вітер, дощ, пил, тощо [95]. Під час експлуатації концентраторів на їх поверхні можуть виникнути фізичні пошкодження та деформування. При такій кількості ефектів різної природи визначити вплив кожного дуже складно. Тому, у відповідності до теорії ймовірності, всі помилки можна розглядати як незалежні випадкові процеси, які описуються нормальним законом розподілу Гауса з нульовим математичним очікуванням.

Стандартне відхилення кожного типу помилки σ_i при апроксимації нормального розподілу Гауса можна підсумувати та використовувати в аналізі узагальнений параметр виду:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2} , \quad (3.2.1)$$

де n – кількість впливів, що враховуються.

Отримане значення може використовуватися не тільки як сумарне відхилення при статистичному методі врахування неточності поверхні, а і як одна зі змінних в узагальнених оптичних функціях типу коефіцієнту фактору перехоплення або універсального параметру помилок [96]. При моделюванні за допомогою цих функцій все неточності (помилки) поверхні концентратора поділяються на дві великі групи – випадкові помилки та систематичні помилки. Вважається, всі випадкові помилки пов’язані зі змінами потужності променю в пучці, який надходить від Сонця, ефектами оптичного розсіювання на поверхні концентратора та ефектами випадкових помилок, що спричинені умовами навколишнього середовища – вітер, дощ, пил тощо. Систематичні помилки – це помилки, спричинені виробництвом, налаштуванням та експлуатацією концентратора – шорсткість профілю, зміщення концентратора відносно Сонця та зміщення теплоприймача відносно фокусу концентратора. Вважається, що систематичні помилки мають сильніший вплив на енергетичну продуктивність системи порівняно із випадковими помилками.

Наведений розподіл на випадкові та систематичні помилки та інші методи систематизації неточності мають, скоріш за все, виключно теоретичний інтерес. Скористатися такою систематизацією на практиці майже неможливо. Тому, як правило, при дослідженнях обирають інші **дві підходи** до визначенню помилок, а саме:

- при статистичному аналізі помилок в параметрі σ_{Σ} враховуються сумарні неточності поверхні, які є найбільш вираженими в даній системі концентрації;
- детально аналізується лише одна помилка, ефект від якої можна врахувати експериментально або шляхом введення в математичну модель та числовий алгоритм.

В роботі [64] автор об'єднав в одну ефективну помилку чотири типи поверхневих помилок, пов'язаних із відхиленням відбитого променя від дзеркального напрямку. Це помилки дзеркальності, шорсткості та недосконалості геометричної форми поверхні концентратора та помилка стеження за Сонцем.

Для дослідження в [97] були обрані помилки двох типів – неточність поверхні концентратора, яка виникає під дією сил гравітації та неточність, яка пов'язана із якістю системи фокусування.

При час побудові числового алгоритму Монте-Карло в даній роботі використовувались два наведених підходу. На першому етапі сумарний вплив всіх помилок поверхні концентратора враховувався в єдиному параметрі відхилення поверхні, який є кутом між нормальними реального та математично ідеального концентратора. На другому етапі дослідження в числовий алгоритм додавався додатковий блок, в якому окремо моделювався ефект розфокусування концентратора – відхилення його оптичної осі від точного напрямку на Сонце.

Реалізації першого підходу базується на припущенні, що сумарні неточності поверхні підпорядковуються нормальному закону розподілу із нульовим математичним очікуванням. Для введених у підрозділі 2.3. двох плоских кутів $\Delta\gamma_K = \Delta\gamma_K(x, y, z)$ та $\Delta\nu_K = \Delta\nu_K(x, y, z)$, які формують систему незалежних випадкових величин $(\Delta\gamma_K, \Delta\nu_K)$, щільність ймовірності має вигляд:

$$P(\Delta\gamma_K, \Delta\nu_K) = \frac{1}{2\pi\sigma_\gamma\sigma_\nu} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta\gamma_K^2}{\sigma_\gamma^2} + \frac{\Delta\nu_K^2}{\sigma_\nu^2}\right)}, \quad (3.2.2)$$

де $\sigma_\gamma, \sigma_\nu$ – сумарні середньоквадратичні відхилення, в яких враховуються всі типи помилок в напрямках кутів $\Delta\gamma_K$ та $\Delta\nu_K$, відповідно.

Слід відмітити, що для відносно точних параболоїдних концентраторів, як правило, $\Delta\gamma_K \gg \Delta\nu_K$. В цьому разі вираз для щільності нормального розподілу (3.2.2) спрощується і стає таким:

$$P(\Delta\gamma_K) = \frac{1}{\sigma_\gamma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{\Delta\gamma_K^2}{\sigma_\gamma^2}}. \quad (3.2.3)$$

При створення алгоритму Монте-Карло в даній роботі вважалось, що відхилення зі щільністю (3.2.2) існує в кожній випадково обраній точці поверхні концентратора. Числове значення цього відхилення моделювалось на основі центральної граничної теореми теорії ймовірностей (правило “дванадцяти”) [98]:

$$\Delta\gamma_K = \sqrt{\frac{12}{n}} \sum_{i=1}^n (\alpha_i - 0.5),$$

де $\alpha_i \in [0, 1]$ – вектор випадкових рівномірно розподілених величин.

Знайдене значення $\Delta\gamma_K$ додавалось до значення кута γ , яке входить у вирази для компонентів нормалі математично ідеального концентратора у випадковій точці. Остаточне значення компонент одиничної нормалі реального концентратора у випадковій точці в сферичній системі координат (r, γ, θ) має вигляд:

$$\begin{cases} n_{Kx} = \sin \tilde{\gamma} \cos \theta \\ n_{Ky} = \sin \tilde{\gamma} \sin \theta, \\ n_{Kz} = -\cos \tilde{\gamma} \end{cases}$$

де $\gamma = \gamma^I + \Delta\gamma_K$, а γ^I – значення сферичного кута математично ідеального концентратора.

Ще одним відкритим моментом є значення середньоквадратичного відхилення. Це значення знайти в абсолютних величинах достатньо складно, крім того воно є унікальною характеристикою конкретного концентратора. Для узагальнення результатів дослідження середньоквадратичне відхилення σ_γ розраховувалось в частках величини кута розкриття Сонця [83]:

$$\sigma_\gamma = K\psi_c, \quad (3.2.4)$$

де $K \in [0,1]$ – коефіцієнт пропорційності.

Слід відмітити, що крім нормального закону розподілу Гауса при статистичному визначенні неточності поверхні можуть використовуватися і інші закони розподілу. В [99] вважалось, що сумарні статистичні похибки поверхні концентратора підпорядковуються розподілу Релея, який характеризує загальне кутове відхилення двох нормально розподілених некорельованих між собою кутових помилок і має щільність розподілу ймовірності виду

$$P(\Delta, \sigma) = \frac{\Delta}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}\right), \quad (3.2.5)$$

де $\Delta = \sqrt{\Delta\gamma_K^2 + \Delta\nu_K^2}$.

Моделювання проводилось для концентратора із відносно малою сумарної середньоквадратичної похибкою поверхні при двох ймовірнісних розподілах кутових помилок – одновимірному нормальному та релеєвському. Порівняння результатів показало, що використання розподілу Релею призводить до заниження майже на 16% значення щільності теплового потоку у фокальній площині по відношенню до значення, яке отримане при нормальному розподілі.

Розподіл Релея був використаний в [100] для врахування неточності поверхні великого параболоїдного концентратора площею 400 м², що побудований в Австралійському національному університеті. Дослідження проводилось для порівняння інтегральних енергетичних значень, отриманих на

основі нормального двовимірного розподілу і розподілу Релея. Дані моделювання були верифіковані експериментальними даними, на основі чого зроблений висновок, що використання розподілу Релея та нормального розподілу дає фактично однакові значення щільності теплового потоку в фокусі.

Теоретичний та порівняльний інтерес може мати і аналіз дії рівномірного закону розподілу кутових помилок поверхні, тобто коли розподіл точок перетину осей відбитих пучків із фокальною площиною вважається рівномірним із центром у фокусі параболоїда. Очевидно, що від системи лінійних випадкових величин, які характеризують положення точки в фокальній площині, нескладно перейти до відповідних кутових відхилень осі пучка, а потім і до кутових відхилень нормалі до поверхні в точці відбиття. Відповідно створеної математичної моделі щільність рівномірного розподілу кутів $\Delta\gamma_K = \Delta\gamma_K(x, y, z)$ та $\Delta\nu_K = \Delta\nu_K(x, y, z)$ в границях тілесного кута $\pi\delta_{MAX}^2$ має вигляд:

$$P(\Delta\gamma_K, \Delta\nu_K) = \begin{cases} \frac{1}{\pi\delta_{MAX}^2}, & \text{при } (\Delta\gamma_K^2 + \Delta\nu_K^2) \leq \delta_{MAX}^2 \\ 0 & \text{при } (\Delta\gamma_K^2 + \Delta\nu_K^2) > \delta_{MAX}^2 \end{cases}, \quad (3.2.6)$$

де δ_{MAX} – кут, що відповідає радіусу кола розсіювання у фокальній площині.

3.3. Результати моделювання задачі переносу сонячного випромінювання в системі “Сонце – параболоїдний концентратор – теплоприймач”

Для проведення числових експериментів був розроблений власний програмний продукт на мові C++, який базується на створеному та описаному вище алгоритмі Монте-Карло. Моделювання проводилось для параболоїдного

концентратора із радіусом $R_K = 2\text{ м}$ та кутом розкриття $u_K = 60^\circ$. Максимальний радіус теплоприймача дорівнював $r_{II} = 0.04\text{ м}$. В ході числових експериментів цей радіус було оптимізовано з точки зору найбільш раціональних енергетичних характеристик системи. На рис. 3.2. наведено результати моделювання розподілу щільності концентрованого теплового потоку в фокальній площині математично ідеального параболоїдного концентратора обраної геометрії.

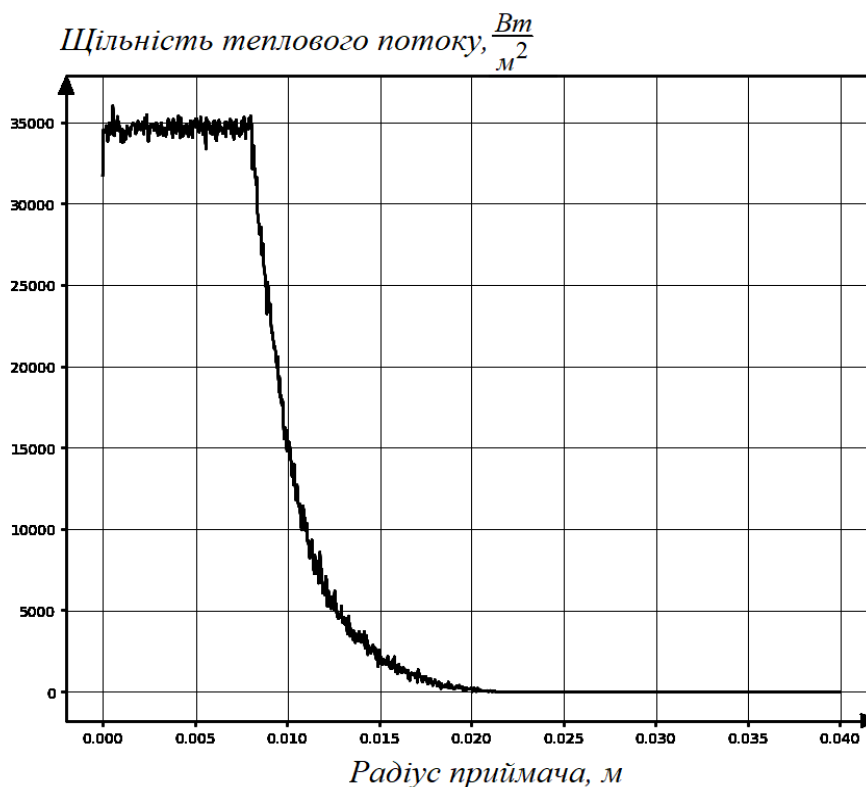


Рис. 3.2. Розподіл щільності теплового потоку на поверхні приймача для ідеального концентратора

Як і очікувалося, для математично ідеального параболоїдного концентратора існує максимальне значення щільності теплового потоку, яке рівномірно розподілене по радіусу теплоприймача. При цьому для розглянутої

геометрії концентратора відповідне значення радіуса фокальної плями не перевищує 0.08 м .

Розподіл щільності теплового потоку, що поступає на поверхню теплоприймача від реального концентратора, показано на рис.3.3. Графіки побудовано у припущенні, що кутові відхилення поверхні відповідають нормальному закону розподілу.

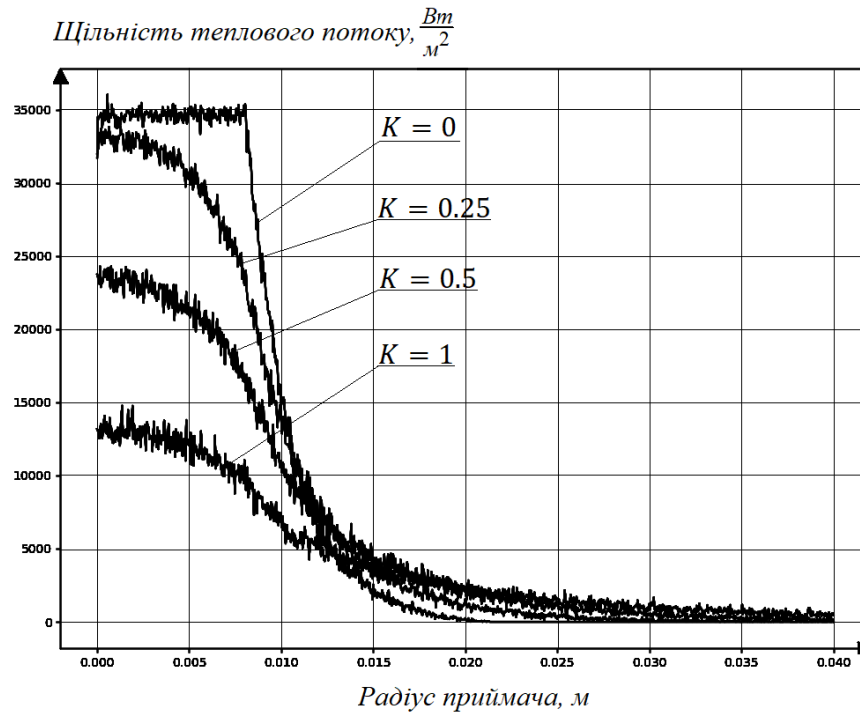


Рис. 3.3. Щільність теплового потоку на поверхні теплоприймача для реального концентратора (нормальний закон розподілу кутових помилок)

Аналізуючи наведені графіки можна зробити висновок, що навіть при незначній неточності поверхні при $K=0.5$, яка в абсолютних величинах не перевищує $\delta' = 2.33\text{ мрад}$, спостерігається майже 35% падіння енергетичних показників системи. Таким чином, відхилення поверхні концентратора від ідеальної форми призводить до суттєвого зменшення щільності теплового потоку на поверхні теплоприймача, але майже не впливає на величину радіуса

фокальної плями. Це факт необхідно враховувати під час проектування порожнинних теплоприймачів, величина апертурного отвору яких повинна співпадати із величиною фокусної плями. Це дозволить мінімізувати теплові втрати такого теплоприймача. У випадку відкритого теплоприймача також необхідно чітко визначити границі фокусної плями для найбільш раціонального використання фокусної площини під час організації на ній різноманітних теплових процесів – підігрів, плавлення тощо.

Для більшого теоретичного узагальнення отриманих результатів та їх всебічного аналізу проведено моделювання розподілу теплового потоку в фокусі концентратора у припущенні, що аберації поверхні концентратора розподілені рівномірного із щільністю ймовірності (3.2.6). На рис. 3.4. приведено порівняння щільності теплового потоку для реального концентратора при нормальному та рівномірному законах розподілу кутових помилок.

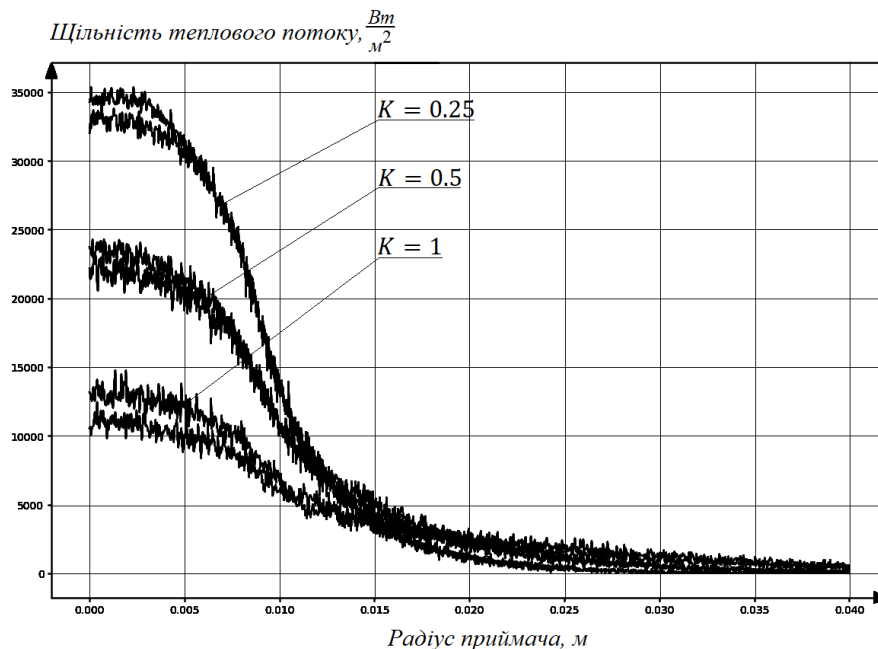


Рис. 3.4. Щільності теплового потоку для реального концентратора при нормальному та рівномірному законах розподілу кутових помилок

Як можна спостерігати, що для відносно точних концентраторів з $0.25 \leq K \leq 0.5$ значення теплового потоку в фокусі мало залежить від вибору відповідних ймовірнісних законів. При збільшенні неточності поверхні концентратора розбіжності між енергетичними показниками збільшуються, а саме рівномірний розподіл надає більш занижені дані по відношенню до нормального.

3.4. Моделювання енергетичних втрат при розфокусуванні сонячних параболоїдних концентраторів.

Більшість параболоїдних концентраторів мають двовісні системи стеження за Сонцем, що дозволяє організувати чітку орієнтацією на Сонце для отримання максимальних енергетичних показників у фокусі. Тому забезпечення точності автоматизованої системи орієнтації відіграє значну роль під час розрахунку і проектування систем концентрації. Як було відмічена вище, неточності та помилки поверхні, які виникають завдяки наявності збоїв у системі, часто включаються у вираз для сумарної похибки (3.2.1). Але часто цей тип помилок можна дослідити окремо, завдяки можливості їх вимірювання або прозорості визначення під час математичного моделювання. В роботі [101] розроблено модель для визначення помилки розфокусування параболоїдного концентратора, яка виникає завдяки нахилу колони, що тримає концентратор. Можлива помилка розфокусування описувалась за допомогою радіального та окружного кутів, які характеризували напрямки нахилу колони. Розроблена математична модель, яка враховувала зміну кутів Сонця протягом доби, місяця, року, підтверджувалась натурними експериментами. Визначено, що максимальна добова помилка стеження не може перевищувати $1.91 \sim 3.49$ мрад, а протягом року не може перевищувати 0.1° .

Новий метод мінімізації похибок стеження за Сонцем для параболоїдного концентратора було запропоновано в [102]. Автори пропонують компенсувати можливі похибки розфокусування шляхом корекції положення теплоприймача та його пристосування до змін в положенні концентратора. Реалізований для визначення положення теплоприймача алгоритм Монте-Карло був верифікований шляхом порівняння із натурним експериментом.

Модель механічного руху твердого тіла, в якій зв'язуються азимутальний, висотний та фокусний напрямки, було використано в роботах [103,104] для визначення показників стеження за Сонцем параболоїдного концентратора. Радіальний та тангенціальний кути використовувались для опису відхилень у кожному з напрямків. Результати моделювання показали, що загальна помилка відстеження зростає, а продуктивність відстеження знижується зі збільшенням помилки радіального кута. Знайдені оптимальні співвідношення кутів між напрямками, які можуть забезпечувати максимальну ефективність системи при наявності розфокусування.

У розробленій математичній моделі та створеному комп'ютерному алгоритмі Монте-Карло також існує можливість врахувати вплив ефекту розфокусування на енергетичні показники параболоїдного концентратора [105]. Відповідно закону дзеркального відбиття (2.2.19)

$$(-\mathbf{l}_C^0)\mathbf{n}_K\mathbf{l}_K^0 = 0, \quad (-\mathbf{l}_C^0)\mathbf{n}_K = \mathbf{n}_K\mathbf{l}_K^0, \quad \psi_C \leq \varphi_0 \leq \frac{\pi}{2}$$

зв'язок між векторами $\mathbf{l}_K^0, \mathbf{l}_C^0, \mathbf{n}_K$ можна представити в координатній формі у вигляді (3.1.13)

$$\begin{cases} l_{Kx}^0 = l_{Cx}^0 - 2n_{Kx}(l_{Cx}^0 n_{Kx} + l_{Cy}^0 n_{Ky} + l_{Cz}^0 n_{Kz}) \\ l_{Ky}^0 = l_{Cy}^0 - 2n_{Ky}(l_{Cx}^0 n_{Kx} + l_{Cy}^0 n_{Ky} + l_{Cz}^0 n_{Kz}) \\ l_{Kz}^0 = l_{Cz}^0 - 2n_{Kz}(l_{Cx}^0 n_{Kx} + l_{Cy}^0 n_{Ky} + l_{Cz}^0 n_{Kz}) \end{cases}$$

В точно орієнтованому на Сонце концентраторі $l_{Cx}^0 = l_{Cy}^0 = 0$, а $l_{Cz}^0 = -1$. Відхилення концентратора від точного напрямку характеризується просторовим кутом, величину якого необхідно зв'язати зі значеннями компонент $l_{Cx}^0, l_{Cy}^0, l_{Cz}^0$. Для цього пропонується в системі координат, яка пов'язана з концентратором, відповідний просторовий кут розкласти на два плоских кути μ та λ . Схематичне це показано на рис.3.5.

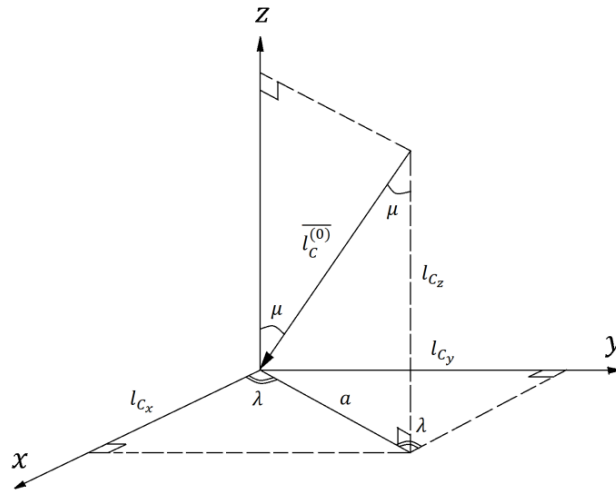


Рис.3.5. Схема розподілу кутів при розфокусуванні.

Із геометричних міркувань маємо $a = \sin \mu |l_C^0| = \sin \mu$ і проекції падаючого пучка променів від Сонця на осі прямокутної системи координат, яка зв'язана із концентратором, мають вигляд:

$$\begin{cases} l_{Cx} = a \cos \lambda = \sin \mu \cos \lambda \\ l_{Cy} = a \sin \lambda = \sin \mu \sin \lambda \\ l_{Cz} = |l_C^0| \cos \mu = \cos \mu \end{cases} \quad (3.4.1)$$

Отримане значення компонент (3.4.1) вводилось в основний алгоритм Монте-Карло і шляхом числових експериментів по зміні величини кутів λ та

μ досліджувався вплив просторового кута розфокусування на розподіл теплового потоку на поверхні теплоприймача.

Числові експерименти по визначенню ефекту розфокусування проводились для концентратора розглянутої вище геометрії, а саме, радіус концентратора $R_K = 2\text{ м}$, кут розкриття $u_K = 60^\circ$. Щільність теплового потоку, яка надходить від Сонця, дорівнювала $600\text{ Вт} / \text{м}^2$, коефіцієнт відбиття поверхні концентратора $\beta_K = 1$.

На рис. 3.6 можна спостерігати вплив збільшення величини кута μ при незмінному куті λ на щільність теплового потоку, що надходить на теплоприймач від математично ідеального концентратора.

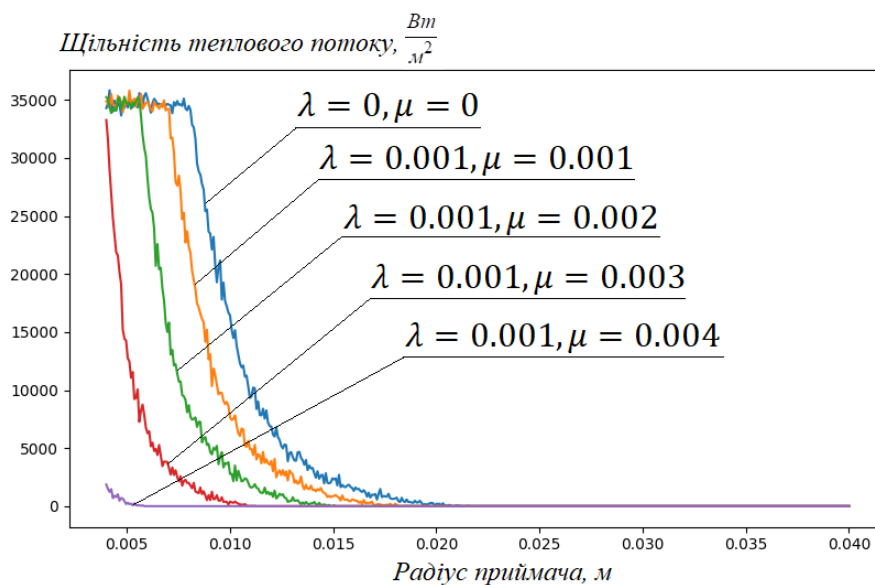


Рис.3.6. Вплив величини кута μ при $\lambda = const$ на щільність теплового потоку на поверхні теплоприймача

Як можна спостерігати, при $\mu < 0.004\text{ рад}$ суттєво зменшується розмір фокальної плями при майже незмінній максимальній щільності теплового

поток. Розмір фокальної плями при $\mu \geq 0.004 \text{ рад}$ стає мінімальним, що дозволяє зафіксувати це значення як критичне при розфокусуванні.

Числові розрахунки показали, що величина теплового потоку мало залежить від значення кута $\lambda \in [0, 2\pi]$. Цей факт наглядно проілюстровано на рис. 3.7, де видно, що при збільшенні кута λ і фіксованому куті $\mu = 0.001 \text{ рад}$, щільність теплового потоку залишається незмінною.

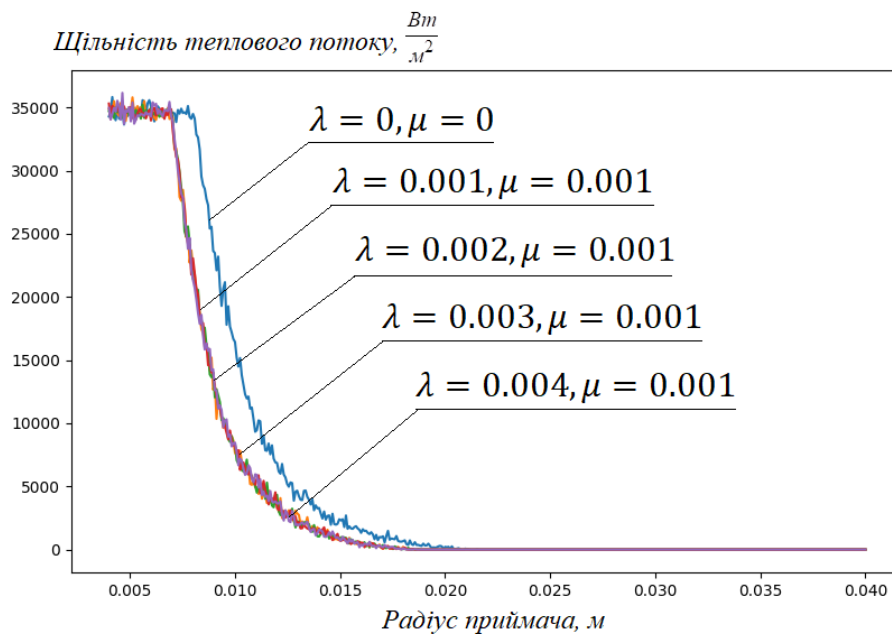


Рис. 3.7. Вплив величини кута λ при $\mu = const$ на щільність теплового потоку

Таким чином, значення кругового кута λ при розфокусуванні майже не впливає на енергетичні параметри системи.

Базуючись на розробленому числовому алгоритмі, було проведено також дослідження співвідношення між сумарними похибками поверхні і похибками розфокусування, тобто фактично визначено частку ефекту розфокусування в загальному балансі неточності поверхні. На рис. 3.8 проілюстровано вплив різних факторів на енергетику системи прийому. Розглянуто випадки

математично ідеального ($K = 0$) та реального ($K = 0.5$) концентратора із чіткою орієнтацією на Сонце ($\lambda = 0, \mu = 0$), а також випадки математично ідеального ($K = 0$) та реальних ($K = 0.5$ та $K = 1$) концентраторів з наявністю розфокусування ($\lambda = 0.002 \text{ рад}$, $\mu = 0.002 \text{ рад}$).

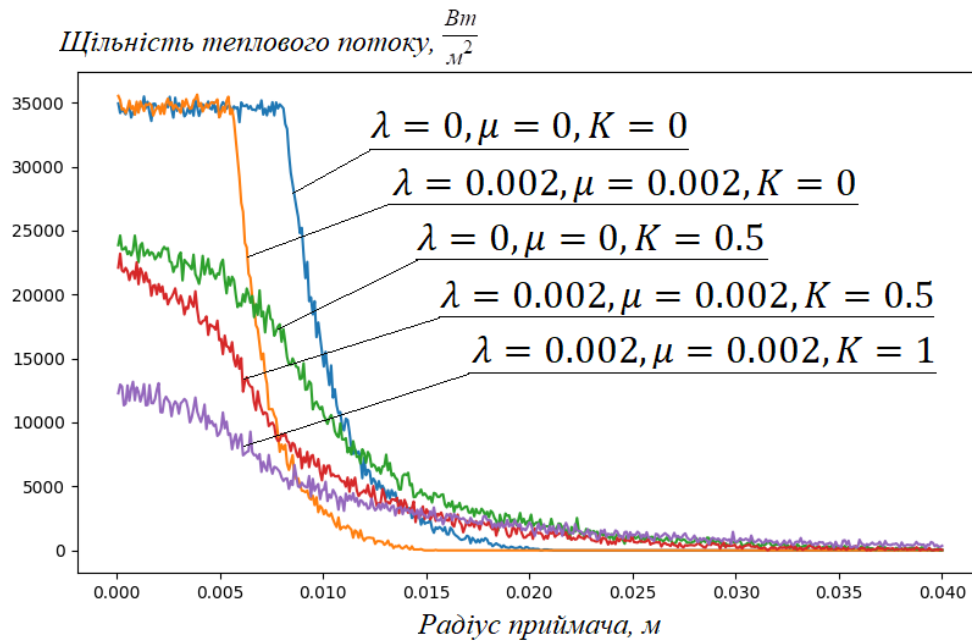


Рис.3.8. Вплив помилки розфокусування та аберацій поверхні концентратора на щільність теплового потоку.

Аналіз графіків показав, що аберації поверхні та розфокусування по-різному впливають на енергетичні показники системи. Так, для математично ідеального концентратора збільшення кута розфокусування призводить до значного зменшення радіуса фокальної плями на поверхні теплоприймача. При врахуванні в моделі аберацій поверхні концентратора, розмір фокальної плями навпаки збільшується, але максимальна щільність теплового потоку помітно зменшується.

Для визначення впливу аберацій поверхні та її розфокусування на загальну енергетичну ефективність системи прийому було розраховано середнє

значення щільності концентрованого теплового потоку \bar{E} у фокусній площині у вигляді:

$$\bar{E} = \frac{1}{\pi R_{\Pi}^2} \int_0^{R_{\Pi}} \int_0^{2\pi} E(r) r dr d\theta, \quad (3.4.2)$$

де R_{Π} – максимальне значення радіуса приймача.

Для розглянутого випадку маємо:

$$\bar{E} = \frac{2}{R_{\Pi}^2} \int_0^{R_{\Pi}} E(r) r dr. \quad (3.4.3)$$

Середнє значення щільності теплового потоку знаходилось шляхом числового інтегрування виразу (3.4.3) за класичною квадратурної формулою трапецій [106].

Дискретні значення теплового потоку $E(r)$ розраховувались на основі методу Монте-Карло при різних співвідношеннях кутів μ , λ та значеннях коефіцієнту K . В якості критерія для порівняння було обрано математично ідеальний концентратор без розфокусування. Для обраної геометрії системи на основі комп'ютерного моделювання було визначено оптимальний радіус фокусної плями, який дорівнює $R_{\Pi} \approx 0.021 \text{ м}$. Саме для такого радіуса були розраховані середнє значення щільності теплового потоку при різних співвідношеннях параметрів μ , λ та K . Розраховане середнє значення щільності теплового потоку для математично ідеального концентратора приблизно дорівнювало $\bar{E} = 2500 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

На рис. 3.9. наведено порівняння середніх значень щільності теплового потоку для теплоприймачів при фіксованому радіусі фокусної плями.

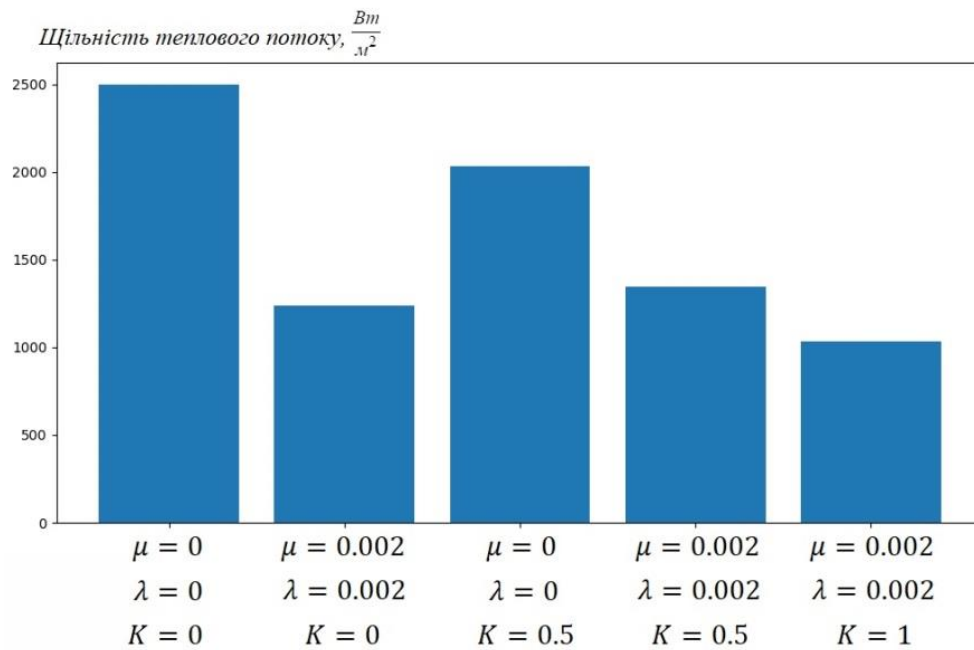


Рис. 3.9. Порівняння середніх значень щільності теплового потоку при різних значеннях параметрів μ , λ та K

Аналіз гістограми свідчить про те, що у випадку математично ідеального концентратора навіть при невеликих значеннях кутів розфокусування $\mu = 0.002 \text{ рад}$ та $\lambda = 0.002 \text{ рад}$, середнє значення щільності теплового потоку зменшується суттєво, майже на 50%.

Але помічено, що для реального концентратора з невеликими абераціями ($K = 0.5$) при розфокусуванні середня щільність теплового потоку зменшується в порівнянні з ідеальним концентратором з розфокусуванням лише на 46%. Такий ефект може виникнути через взаємну компенсацію помилок. При збільшенні коефіцієнту неточності поверхні до $K = 1$ середнє значення щільності теплового потоку закономірно зменшується майже на 60%.

Всі числові дані були отримані на основі власного комп'ютерного коду, який може використовуватись як самостійний програмний модуль, так і як

частина мультифізичного комп'ютерного додатку для розрахунку повного енергетичного циклу сучасних термодинамічних сонячних станцій [107].

Висновки до розділу 3

1. Створено числовий алгоритм для визначення енергетичних показників в системі “Сонце – параболоїдний концентратор – теплоприймач”, який базується на методі статистичних випробувань Монте-Карло.
2. Проаналізовані типи неточності поверхні та методи їх врахування. Обґрунтовано вибір ймовірнісних законів для врахування неточності поверхні, розроблено алгоритми розрахунку неточності поверхні.
3. Вдосконалено розроблено математичну модель шляхом урахування в ній фактору розфокусуванні за допомогою двох відповідних кутів.
4. Створений програмний код для визначення енергетичних показників систем концентрації із математично ідеальним концентратором, із реальним неточним концентратором, із розфокусованим концентратором.
5. Проведені числові експерименти із математично ідеальними концентраторами та реальними концентраторами із розфокусуванням та без розфокусування. В якості критерія оцінки точності поверхні запропонований множник, що визначає частку кута розкриття Сонця, а в якості критерії розфокусування – абсолютне значення двох відповідних кутів.
6. Знайдено вплив кожного з кутів розфокусування на енергетичні показники системи, а саме, виявлено, що ефект розфокусування для параболоїдного концентратора визначається лише одним з кутів. Визначено критичне значення цього кута, при якому розмір фокальної плями буде мінімальним.

7. Проведено порівняння впливу ефектів розфокусування і неточності поверхні концентратора на середнє значення щільності теплового потоку, що надходить від концентратора на поверхню теплоприймача. Вперше виявлено наявність взаємної компенсації помилок при розфокусування для концентраторів із незначними абераціями поверхні.

4. ВЕРИФІКАЦІЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТА РЕЗУЛЬТАТІВ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ СИСТЕМИ “СОНЦЕ – ПАРАБОЛОЇДНИЙ КОНЦЕНТРАТОР - ТЕПЛОПРИЙМАЧ”

Отримані числові розв'язки будь-якої задачі мають один суттєвий недолік – вони знайдені для конкретної системи і можливості узагальнення числових результатів дуже обмежені. Крім того, обов'язковим етапом числового дослідження є перевірка адекватності отриманих результатів – їх верифікація.

Найбільш виразно взаємозв'язок між параметрами, які характеризують процес концентрації, можна виявити, спираючись на результати аналітичних досліджень. Огляд аналітичних розв'язків подібних задач, який наведений в підрозділі 1.4, показав, що таких розв'язків існує дуже мало і всі вони, як правило, знайдені для концентраторів математично ідеальної форми або з іншими суттєвими припущеннями.

В даній роботі також пропонується наближений аналітичний розв'язок, який базується на розробленій математичній моделі із припущеннями, які були обрані для створення алгоритму Монте-Карло и для пошуку числових розв'язків. Крім того, що за допомогою цього аналітичного розв'язку можливо оцінити основні параметри системи концентрації, його було також використано для верифікації розробленої математичної моделі та отриманих числових результатів.

4.1. Наближений аналітичний метод розрахунку енергетичних показників в системі “Сонце – параболоїдний концентратор – теплоприймач”

Пошук наближеного аналітичного розв’язку проводився у припущенні (2.3.1), а саме $\varphi_0 = \psi_C$ та $f_0(\varphi) = 1$. Вважалося, що кут між відхиленням променя, відбитого від поверхні реального та математично ідеального концентратора в кожній точці відповідає нормальному закону розподілу, а саме

$$P(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\varphi} e^{-\frac{\varphi^2}{2\sigma_\varphi^2}}, \quad (4.1.1)$$

де φ – випадкове кутове відхилення осі відбитого пучка від ідеального напрямку; σ_φ – середньоквадратичне відхилення φ .

На відміну від числового алгоритму, де розрахунок теплового потоку від концентратора на теплоприймач проводився у зворотному порядку, пошук аналітичного розв’язку знаходиться в прямому порядку [108]. На поверхні концентратора обирається точка Q , яка є вершиною пучка променів, що накривають точку поверхні теплоприймача A . На рис. 4.1. та рис.4.2 у перерізі показано хід променів від точки концентратора Q до точки на поверхні теплоприймача A .

Локальна щільність теплового потоку в точці A відповідає співвідношенню (2.2.16), а саме:

$$dE_{II} = \frac{E_C \beta_K f_0(\varphi) \xi(\mathbf{l}_{KP}) \chi(\mathbf{l}_{KP}) \cos \vartheta_K \cos \vartheta_{II} dS_K}{2\pi l_{KP}^2 \int_0^{\varphi_0} f_0(\varphi) \sin \varphi d\varphi}.$$

Враховуючи умови (2.3.1), а також припускаючи, що пучок відбитих променів попадає на теплоприймач відкритого типу $\xi(\mathbf{l}_{KP}) = 1, \chi(\mathbf{l}_{KP}) = 1$, маємо

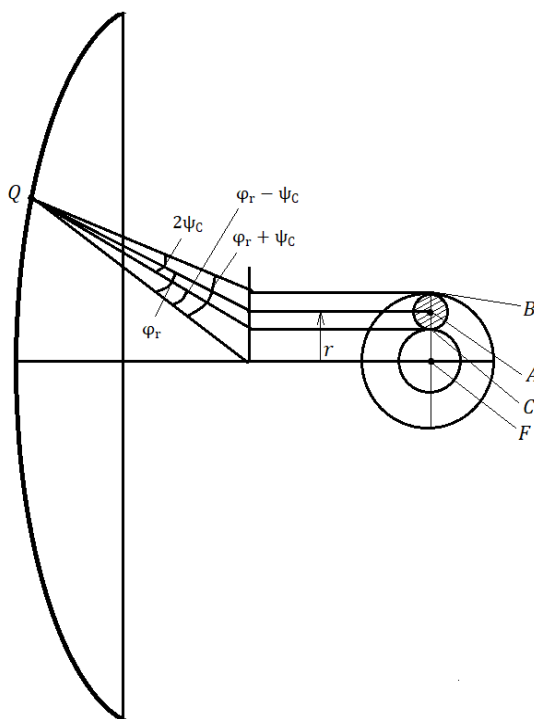


Рис.4.1. До визначення ймовірності опромінювання точки в фокальній площині кільцевої зони концентратора при $\varphi_r \geq \psi_C$

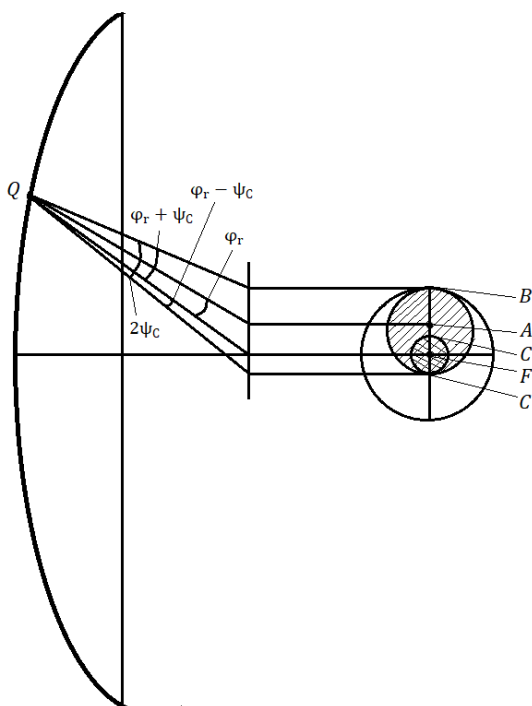


Рис.4.2. До визначення ймовірності опромінювання точки в фокальній площині кільцевої зони концентратора при $\varphi_r \leq \psi_C$

$$dE_A = \frac{E_C \beta_K \cos \vartheta_A dS_{K\perp}}{\pi \psi_C^2 l_{QA}^2}, \quad (4.1.2)$$

де ϑ_A – кут між променем QA і нормаллю до поверхні теплоприймача в точці A ;
 l_{QA} – відстань між точками Q та A .

В якості основного припущення для побудови наближеного аналітичного розв’язку виберемо те, що відстань від точки Q до точки A та кут, який утворюється між променем QA та нормаллю до поверхні теплоприймача в точці A , будуть таким ж, як і у випадку, якщо б точка A співпадала б з фокусом параболоїда F , тобто будемо вважати, що

$$l_{QA} \approx l_{QF} = \rho^*, \quad \vartheta_A \approx \vartheta_F. \quad (4.1.3)$$

Похибка такого припущення буде зростати по мірі збільшення відстані від фокусу.

Тепер вираз (4.1.2) можна записати у вигляді::

$$dE_{A_{max}} = \frac{E_C \beta_K \cos \vartheta_F dS_{K\perp}}{\pi \psi_C^2 \rho^{*2}}. \quad (4.1.4)$$

Щоб визначити середнє значення повної щільності випромінювання в точці A , необхідно встановити ймовірність того, що сукупність пучків, відбитих від поверхні концентратора, “накриє” дану точку. Як видно із рис. 4.1, точка A належить колу радіусу r з центром в фокусі F . Положення будь-якої точки цього кола у відповідній меридіональній площині параболоїдного концентратора може бути описана наступним кутом [109]:

$$\varphi_r = \frac{r}{\rho^*} (1 + \cos u) \cos u, \quad (4.1.5)$$

де r, u – поточний радіус і поточний кут розкриття параболоїда, відповідно, а $p^* = 2f_K$.

На дзеркальній поверхні концентратора виділимо елементарну кільцеву ділянку, обмежену кутами u та $u+du$. Ймовірність події D_{φ_r, ψ_C} , яка полягає в тому, що пучки, відбиті цією ділянкою, “накривуть” точку A , визначається наступним чином [110,111]:

а) при $\varphi_r \geq \psi_C$

$$P(D_{\varphi_r, \psi_C}) = 0.25 \frac{\psi_C}{\varphi_r} 2 \int_{\varphi_r - \psi_C}^{\varphi_r + \psi_C} p_{\hat{\varphi}}(\varphi) d\varphi, \quad (4.1.6)$$

де $2 \int_{\varphi_r - \psi_C}^{\varphi_r + \psi_C} p_{\hat{\varphi}}(\varphi) d\varphi$ – ймовірність потрапляння осі пучка, відбитого будь-якою точкою кільцевої ділянки на концентраторі, у кільце на фокальній площині, яке отримане в результаті обертання відрізка BC навколо оптичної осі; $0.25 \frac{\psi_C}{\varphi_r}$ – відношення площі круга діаметром BC до площі кільця шириною BC .

б) при $\varphi_r \leq \psi_C$

$$P(D_{\varphi_r, \psi_C}) = 2 \int_0^{\psi_C - \varphi_r} p_{\hat{\varphi}}(\varphi) d\varphi + 0.25 \left(2 - \frac{\varphi_r}{\psi_C} \right) 2 \int_{\psi_C - \varphi_r}^{\psi_C + \varphi_r} p_{\hat{\varphi}}(\varphi) d\varphi, \quad (4.1.7)$$

де $2 \int_0^{\psi_C - \varphi_r} p_{\hat{\varphi}}(\varphi) d\varphi$ та $2 \int_{\psi_C - \varphi_r}^{\psi_C + \varphi_r} p_{\hat{\varphi}}(\varphi) d\varphi$ – ймовірність попадання осі пучка в круг діаметром CC' і в кільце, отримане в результаті обертання відрізка $C'B$ навколо оптичної осі, відповідно; $0.25 \left(2 - \frac{\varphi_r}{\psi_C} \right)$ – відношення площі круга

діаметром BC , від якої віднято площу центрального круга, до площі кільця шириною $C'B$.

Оскільки для точок фокальної площини $\mathcal{G}_A \approx \mathcal{G}_F = u$, то середнє значення опромінення, яке створюється кільцевою зоною на концентраторі в точці A , можна визначити наступним чином:

$$\delta E_r = P(D_{\varphi_r, \psi_C}) \int_{\theta=0}^{2\pi} dE_{A_{max}}. \quad (4.1.8)$$

З урахуванням залежності (4.1.4) маємо:

$$\delta E_r = P(D_{\varphi_r, \psi_C}) \int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{E_C \beta_K \cos \mathcal{G}_F dS_{K_{\perp}}}{\pi \psi_C^2 \rho^{*2}} = P(D_{\varphi_r, \psi_C}) \int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{E_C \beta_K \cos u dS_{K_{\perp}}}{\pi \psi_C^2 \rho^{*2}}.$$

Зробимо перехід від прямокутної системи координат до полярної, а саме,

$\rho^* = \frac{r}{\sin u}$ та $dS_{K_{\perp}} \cos u = r dr d\theta$ и тоді остаточно отримуємо:

$$\delta E_r = P(D_{\varphi_r, \psi_C}) \int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{E_C \beta_K \cos u dS_{K_{\perp}}}{\pi \psi_C^2 \rho^{*2}} = P(D_{\varphi_r, \psi_C}) \frac{E_C \beta_K}{\pi \psi_C^2} \int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{r dr d\theta}{\rho^{*2}}. \quad (4.1.9)$$

Після інтегрування маємо

$$\delta E_r = \frac{2E_C \beta_K}{\psi_C^2} P(D_{\varphi_r, \psi_C}) \sin u \cos u du. \quad (4.1.10)$$

Середнє значення повної щільності потоку в точці A визначаємо шляхом інтегрування виразу (4.1.10) по куту розкриття концентратора u_K :

$$E_r = \frac{2E_C \beta_K}{\psi_C^2} \int_0^{u_K} P(D_{\varphi_r, \psi_C}) \sin u \cos u du. \quad (4.1.11)$$

Слід відмітити, що ймовірність $P(D_{\varphi_r, \psi_c})$ залежить від поточного кута φ_r , який, в свою чергу, залежить від поточного значення кута u . При такому підході розрахувати інтеграл (4.1.11) аналітично неможливо. Отриманий інтеграл (4.1.11) можна розв'язати числовими методами. Але за мету було поставлено знаходження саме наближеного аналітичного розв'язку. Для цього пропонується зробити перехід до середньоінтегральних значень параметрів.

Визначено на основі теореми про середнє значення середньоінтегральне значення кута φ_r в інтервалі $[0, u_K]$ у вигляді [112]:

$$\overline{\varphi_r} = \frac{\int_0^{u_K} \varphi_r du}{u_K} = \frac{r}{p^*} \frac{\sin u_K + 0.5u_K + 0.25 \sin 2u_K}{u_K}. \quad (4.1.12)$$

Отримане значення $\overline{\varphi_r}$ підставляємо в рівняння (4.1.6) або (4.1.7) та знаходимо середнє значення ймовірності $P(D_{\overline{\varphi_r}, \psi_c})$, яке не залежить від кута u . Після підстановки цього значення в вираз (4.1.11) і проведення інтегрування маємо:

$$E_r = \frac{2E_c \beta_K}{\psi_c^2} P(D_{\overline{\varphi_r}, \psi_c}) \int_0^{u_K} \sin u \cos u du = \frac{E_c \beta_K \sin^2 u_K}{\psi_c^2} P(D_{\overline{\varphi_r}, \psi_c}). \quad (4.1.13)$$

Отримане рівняння наближено аналітично описує розподіл щільності теплового потоку на поверхні теплоприймача. Дане рівняння має відносно просту форму, підходить для розрахунку реальних концентраторів, бо враховує фактор помилок, і тому є змістовним та зручним для використання на практиці під час розрахунку систем концентрації. Запропонований аналітичний розв'язок дає однозначну оцінку розподілу теплового потоку на поверхні теплоприймача, має універсальних характер та може бути застосований для параболоїдних

концентраторів будь-якої геометрії. Простота процесу знаходження розподілу теплового потоку на поверхні теплоприймача дозволяє отримати аналітичний результат швидко і без використання додаткової обчислювальної техніки.

Інтегральне значення ймовірності, в якому передбачаються всі види помилок, в тому числі і фактор розфокусування, дає суттєві переваги при інженерних та проектних розрахунках. У порівнянні із класичним аналітичним розв'язком [52], який часто використовується для верифікації числових досліджень, знайдений аналітичний розв'язок є більш узагальнений, бо базується на узагальненій математичній моделі концентрації і більш змістовний с точки зору методу врахування інтегральних помилок поверхні концентратора. Це дозволяє стверджувати, що запропонований розв'язок є гідною альтернативою до вже існуючих класичних аналітичних розв'язків задач концентрації.

Базуючись на функції розподілу теплового потоку (4.1.13), існує можливість знайти точкові максимальні значення теплових потоків, які також можна вважати тестовими у першому наближенні. Це значення максимальної щільності теплового потоку в фокусі ідеального та реального параболоїдного концентратора.

Для математично ідеального концентратора маємо $P(D_{\varphi_r, \psi_c}^-) = 1$. Тоді максимальне значення опромінення в фокусі такого концентратора визначається наступним чином:

$$E_{max}^I = \frac{E_c \beta_K \sin^2 u_K}{\psi_c^2}. \quad (4.1.14)$$

Для фокуса параболоїдного концентратора значення при $r = 0$ вираз (4.1.7) буде мати наступний вигляд:

$$P(D_{\varphi, \psi_C}) = \int_{-\psi_C}^{\psi_C} p_{\hat{\varphi}}(\varphi) d\varphi = \operatorname{erf} \frac{\psi_C}{\sqrt{2}\sigma_{\hat{\varphi}}} \quad (4.1.15)$$

Отже, максимальне значення щільності потоку у фокальній площині для реального концентратора може бути визначене із виразу (4.1.13) як:

$$E_{max} = \frac{E_C \beta_K \sin^2 u_K}{\psi_C^2} \operatorname{erf} \frac{\psi_C}{\sqrt{2}\sigma_{\hat{\varphi}}}. \quad (4.1.16)$$

Таким чином, рівняння (4.1.14) та (4.1.16) наближено аналітично описують максимальне значення щільності теплового потоку в фокальній площині ідеального та реального концентратора, відповідно. Ці рівняння були застосовані для верифікації числової моделі, яка отримана методом Монте-Карло та детально описана вище.

4.2. Верифікація результатів комп'ютерного моделювання, отриманих методом Монте-Карло

Порівняння аналітичних та числових результатів було проведено для моделі концентратора наступної геометрії: радіус концентратора $R_K = 2\text{ м}$, кут розкриття $u_K = 60^\circ$, максимальний радіус теплоприймача $r_{II} = 0.04\text{ м}$, коефіцієнт відбиття поверхні концентратора $\beta_K = 1$, щільність теплового потоку $E_C = 600 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

На першому етапі порівнювалось максимальне значення безрозмірної щільності теплового потоку в фокусі концентратора відповідної геометрії, яке

отримане за наближеним аналітичним методом та за числовим. Для $E_C = 600 \frac{Bm}{M^2}$

це наближене значення дорівнює $\varepsilon_{\Pi max} = \frac{E_{max}^I}{E_C} = 34621$, що в достатній мірі

точно відповідає результатам, отриманим за допомогою числової моделі Монте-Карло, розробленої в даній роботі. Відносна похибка не перевищує 1.1%.

Для отримання розподілу концентрованого теплового потоку по радіусу теплоприймача розробленим аналітичним методом радіус r_{Π} було розбито на N дискретних точок $r_i \in [0, r_{\Pi}]$. Підставляємо обране значення r_i в (4.1.12) та визначаємо середньоінтегральне значення кута $\bar{\varphi}_{r_i}$ для відповідної точки радіуса. Далі порівнюємо знайдене значення $\bar{\varphi}_{r_i}$ із кутом розкриття Сонця ψ_C . Якщо величина $\bar{\varphi}_{r_i} \geq \psi_C$, то ймовірність $P(D_{\bar{\varphi}_{r_i}, \psi_C})$ розраховуємо відповідно виразу (4.1.6), а якщо $\bar{\varphi}_{r_i} \leq \psi_C$, то відповідно виразу (4.1.7).

Після чого знаходимо значення опромінення E_{r_i} за формулою (4.1.13) у вибраній точці, а локальне безрозмірне значення щільності теплового потоку ε_{Π_i} для кожної з точок визначаємо наступним чином:

$$\varepsilon_{\Pi_i} = \frac{E_{r_i}}{E_C}. \quad (4.2.1)$$

На рис. 4.3 представлено порівняння розподілів безрозмірної щільності теплового потоку, які отримані запропонованим аналітичним методом та розробленим числовим методом Монте-Карло.

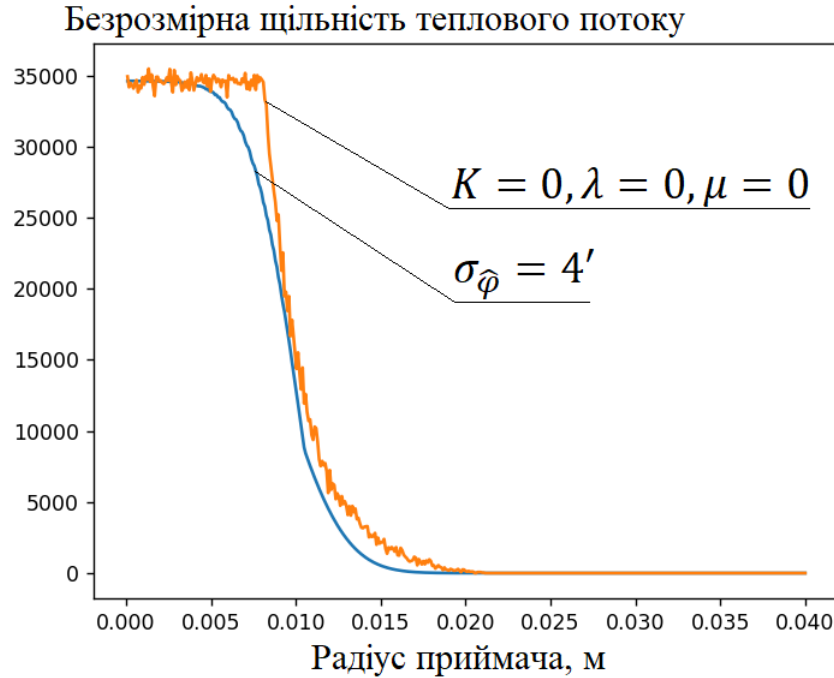


Рис. 4.3. Порівняння розподілу щільності теплового потоку, отриманих аналітичним ($\sigma_{\varphi} = 4'$) та числовим методом (ідеальний концентратор)

По аналогії із числовим алгоритмом, для визначення ступеню аберацій поверхні концентратора в аналітичному розв'язку також використовувався коефіцієнт K , який характеризує середньоквадратичне відхилення кутових помилок σ_{γ} в частках величини кута розкриття Сонця $\sigma_{\gamma} = K\psi_C$. Для врахування розфокусування також, по аналогії із числовим алгоритмом, використалась системах кутів λ та μ .

Наявність особливої точки не дозволяє визначити аналітично розподіл щільності теплового потоку від математично ідеального концентратора на поверхні теплоприймача. Тому порівнювались розподіл для ідеального концентратора, отриманий числовим методом, і розподіл для концентратора, поверхня якого близька до ідеальної, який розрахований аналітично. Як видно із

рис. 4.3, числові результати для ідеального концентратора без розфокусування майже співпадають з аналітичними результатами для концентратора без фокусування при $\sigma_{\varphi} = 0.25\psi_C = 4'$, що доказує адекватність розроблених математичних моделей та числових алгоритмів.

При збільшенні значення відхилення σ_{φ} спостерігається ефект енергетичних втрат, який достатньо точно імітує негативні ефекти реального концентратора, такі як аберації поверхні концентратора та розфокусування відносно напрямку на Сонце. На рис. 4.4 представлено порівняння розподілу безрозмірної щільності теплового потоку, яке розраховано аналітичним методом при $\sigma_{\varphi} = \psi_C = 16' \approx 0.00465$ та безрозмірної щільності теплового потоку для концентраторів з абераціями поверхні $K = 0.5$ без розфокусування і з розфокусуванням при $\lambda = 0.002 \text{ рад}$, $\mu = 0.002 \text{ рад}$.

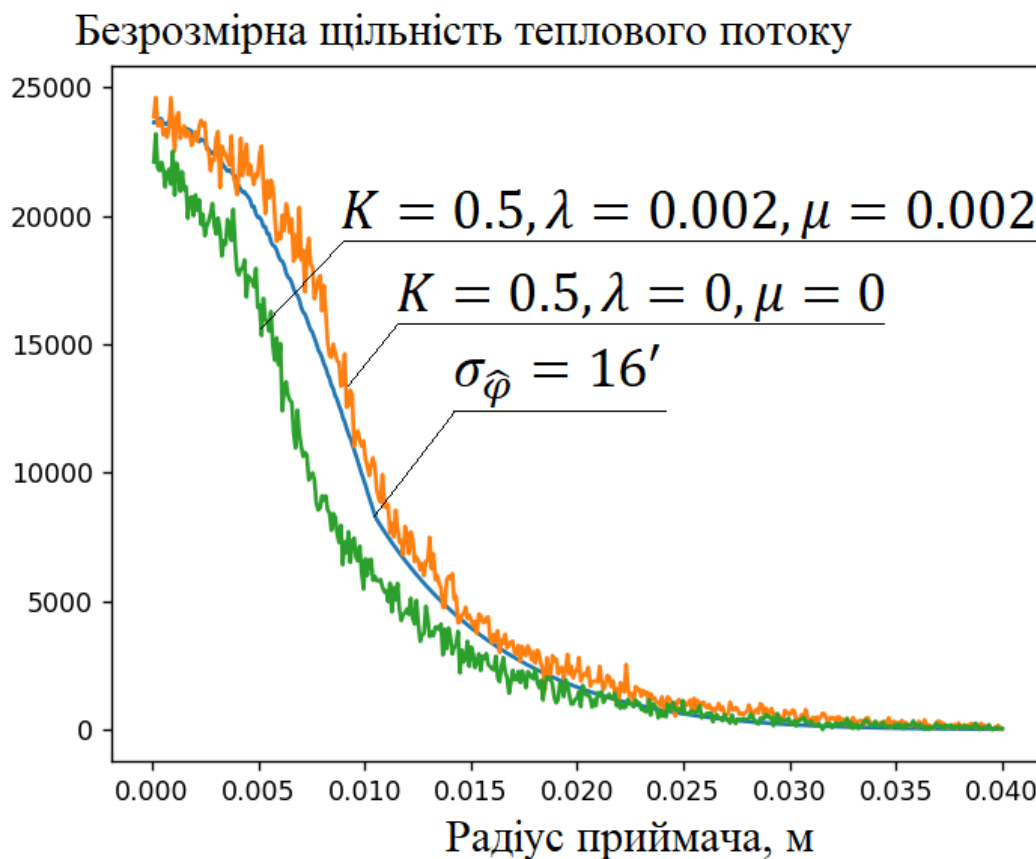


Рис. 4.4. Порівняння розподілів щільності теплового потоку, отриманого аналітичним методом ($\sigma_{\varphi} = 16'$) та числовим методом (реальний концентратор)

Як видно з рис. 4.4, числові результати для реального концентратора з точною орієнтацією на Сонце та аберациями $K = 0.5$, що відповідають $\sigma_{\varphi} = 16'$, майже повністю співпадають із аналітичними даними. При розфокусуванні, як і очікувалось, спостерігається відхилення числових даних від аналітичних, що особливо помітно при наближенні до фокусу. Це пов'язано з тим, що ефект розфокусування напряду не було враховано під час пошуку аналітичного розв'язку задачі.

Для врахування міри точності були використані дві статистичні величини – відносне середнє відхилення

$$RAD = \sum_{i=1}^N \left| \frac{E_{чис_i} - E_{аналіт_i}}{E_{аналіт_i}} \right|$$

та середньоквадратичне відхилення

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (E_{чис_i} - E_{аналіт_i})^2}{N}}.$$

Аналіз показав, що $RAD \approx 0.566$, а $RMSE = 1750$, і це дозволяє стверджувати про задовільну кореляцію між числовими та аналітичними даними та підтверджує адекватність розробленої математичної моделі та створеного числового алгоритму Монте-Карло.

Таким чином, розроблена математична модель та створений числовий алгоритм Монте-Карло повно, змістовно і адекватно описують процеси переносу сонячного випромінювання в системах концентрації. Під час проведення досліджень враховані всі ефекти, які виникають в подібних системах. При порівнянні отриманих числових даних із даними наближеного аналітичного розв’язку спостерігається їх задовільна збіжність.

Висновки до розділу 4

1. Проведено уточнення розробленої математичної моделі для реального параболоїдного концентратора, що дозволило знайти її наближений аналітичний розв’язок.

2. Запропоновано метод врахування неточності поверхні концентратора, який базується на аналізі функції ймовірності для усереднених величин, яка відповідає нормальному закону розподілу.
3. На основі наближеного аналітичного розв'язку знайдена максимальна щільність концентрованого сонячного потоку в фокусі та функція розподілу щільності потоку в фокальній площині. Ці параметри обрані в якості критеріїв для верифікації алгоритму Монте-Карло та отриманих на його основі числових даних.
4. Проведено порівняння числових та аналітичних результатів, яке показало їх майже повний збіг для ідеального та реального концентратора без розфокусування. Для концентраторів із розфокусуванням спостерігається деяке відхилення між аналітичними та числовими даними, яке фіксувалось статистичними методами обробки експериментів. Отримані розбіжності не перевищують значення інженерної похибки.

ВИСНОВКИ

Дисертація є закінченою науково-дослідною роботою, в якій проведено теоретичне узагальнення та комплексний розв'язок важливої науково-дослідної задачі, яка пов'язана із математичним та комп'ютерним моделюванням процесів переносу сонячного випромінювання в системах його концентрації.

Підсумовуючі проведені дослідження, які презентовані в даній роботі, можна зробити наступні висновки.

1. На основі всебічного аналізу сучасної наукової літератури визначені основні переваги термодинамічного способу перетворення енергії Сонця, обґрунтована необхідність проведення наукових досліджень сонячних термодинамічних систем з концентраторами методами математичного та комп'ютерного моделювання.
2. В рамках фотометричного підходу розроблена узагальнена математична модель процесу концентрації сонячного випромінювання, в якій враховані всі ефекти, які виникають в системах концентрації та впливають на енергетику цих систем.
3. Визначені методи дослідження розробленої узагальненої математичної моделі, систематизовані можливі припущення щодо методів врахування неточності поверхні концентратора. В термінах узагальненої математичної моделі розроблена математична модель переносу випромінювання в системі “Сонце – параболоїдний концентратор – теплоприймач”.
4. На основі математичної моделі для параболоїдного концентратора розроблений числовий алгоритм Монте-Карло та **створений власний програмний продукт** для визначення основних енергетичних

характеристик в системах концентрації сонячного випромінювання з урахуванням неточності поверхні концентратора та ефекту його розфокусування.

5. **Вперше визначено** вплив сумарних неточностей поверхні реального концентратора на щільність теплового потоку в його фокальній площині при фіксації неточностей в частках кута розкриття Сонця. Порівняно значення щільності теплового потоку від реального концентратора при рівномірному та нормальному законах розподілу неточностей поверхні.
6. На основі комп'ютерного моделювання встановлено вплив кутів розфокусування на енергетичні показники параболоїдного концентратора. Знайдено, що на ці показники суттєво впливає значення лише одного з двох кутів, визначено критичне значення цього кута, при якому розмір фокальної плями буде мінімальним.
7. **Вперше встановлений факт** взаємної компенсації неточності поверхні концентратора та ефекту його розфокусування. Знайдено, що реальні концентратори із незначними неточностями та розфокусуванням можуть бути більш енергетично ефективні, ніж математично ідеальні з розфокусуванням.
8. Проведено адаптацію розробленої математичної моделі для подальшого її розв'язання наближеним аналітичним методом. На основі аналітичного розв'язку знайдено максимальне значення щільності концентрованого потоку в фокусі ідеального та реального параболоїдного концентратора та розподіл щільності в фокусній площині.
9. **Вперше проведено верифікацію** отриманих методом Монте-Карло числових даних для щільності теплового потоку шляхом порівняння із даними **знайденого аналітичного розв'язку**, в якому неточність поверхні враховується на основі значення інтегральної ймовірності.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Кузнєцов М.П., Лисенко О., Забезпечення балансу енергії в локальній системі з відновлюваною генерацією, Відновлювана енергетика, 2023, Vol.73, №2, С. 32 – 38.
2. Карпчук Г.Л., Будько В.І., Аналіз технологій фотоелектричного перетворення сонячного випромінювання на електричну енергію, Відновлювана енергетика, 2023, Vol.73, №2, С. 32 – 38.
3. Andreev V.M., GaAs and High-Efficiency Space Cells, Practical Handbook of Photovoltaics. Fundamentals and Applications, 2003, P. 417 – 433.
4. Alferov Zh.I., Andreev V.M., Rumyantsev V.D., Solar photovoltaics: Trends and prospects, Semiconductors, 2004, Vol. 38, P. 899 – 908.
5. Захаров Д.В., Книш Л.І. Математичне моделювання впливу температурного режиму на ефективність сонячної панелі, Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій, 2022, Т.34, С. 48 – 58.
6. James A., Mohanraj M., Srinivas M., Jayaraj S., Thermal analysis of heat pump systems using photovoltaic-thermal collectors: a review, Journal of Thermal Analysis and Calorimetry, 2021, Vol. 144, P.1–39.
7. Buonomano A., Calise F., Palombo A., Vicidomini M. Transient analysis, exergy and thermo-economic modelling of façade integrated photovoltaic/thermal solar collectors, Renewable Energy, 2019, Vol.137, P. 109 – 126.
8. Wang G., Wang F., Shen F., Chen Z., Hu P., Novel design and thermodynamic analysis of a solar concentration PV and thermal combined system based on compact linear Fresnel reflector, Energy, 2019, Vol. 180, P. 133 – 148.
9. Wang G., Yao Y., Chen Z., Hu P., Thermodynamic and optical analyses of a hybrid solar CPV/T system with high solar concentrating uniformity based on spectral beam splitting technology, Energy, 2019, Vol.166, P. 256 – 266.

10. Knysh L.I., Gabrinets V.A. The assessment of efficiency PVT – technology in combined solar power plants, Науковий вісник Національного гірничого університету, 2013, no.2, С.74 – 78.
11. Knysh L.I., Gabrinets V.A. Refinement of microstructure parameters of solar cells, based on gallium arsenide for a combined solar power plant, International Scientific Journal for Alternative Energy and Ecology, 2013, Vol.121, no.3, P.66 – 71.
12. Le Roux W.G., Bello-Ochende T., Meyer J.P, A review on the thermodynamic optimization and modelling of the solar thermal Brayton cycle, Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2013, Vol.28, P. 677 – 690.
13. Sajid Khan M., Abid M., Muhammad Ali H., Khuram Amber K, Muhammad Anser Bashir M., Samina Javed, Comparative performance assessment of solar dish assisted s-CO₂ Brayton cycle using nanofluids, Applied Thermal Engineering, 2019, Vol.148, P. 295 – 306.
14. Zeeshan Malik M., Hameed Shaikh P., Zhang S., Ali Lashari A., Hussain Leghari Z., Hussain Baloch M., Ahmed Memon Z., Caiming C., A review on design parameters and specifications of parabolic solar dish Stirling systems and their applications, Energy Reports, 2022, Vol.8, P. 4128 – 4154.
15. Khosravi A., Syri S., Juan J.G. Pabon, Oscar R. Sandoval, Caetano B.C., Miguel H. Barrientos, Energy modeling of a solar dish/Stirling by artificial intelligence approach, Energy Conversion and Management, 2019, Vol. 199, 112021.
16. Bellos E., Tzivanidis C., Enhancing the performance of a parabolic trough collector with combined thermal and optical techniques, Applied Thermal Engineering, 2020, Vol. 164, 114496.
17. José Fredriksson, Eickhoff M., Giese L., Herzog M., A comparison and evaluation of innovative parabolic trough collector concepts for large-scale application, Solar Energy, 2021, Vol. 215, P. 266 – 310.

18. Yew Jin Tan N., Zhang X., Wee Keong Neo D., Huang R., Liu K., Senthil Kumar A., A review of recent advances in fabrication of optical Fresnel lenses, *Journal of Manufacturing Processes*, 2021, Vol. 71, P. 113 –133.
19. R. Jensen A., Sifnaios I., P. Caringal G., Furbo S., Dragsted J. Thermal performance assessment of the world's first solar thermal Fresnel lens collector field, *Solar Energy*, 2022, Vol. 237, P. 447 – 455.
20. Bilal Awan A., Kotturu V.V. Chandra Mouli, Zubair M., Performance enhancement of solar tower power plant: A multi-objective optimization approach, *Energy Conversion and Management*, 2020, Vol.225, 113378.
21. Francisco J. Collado, Jesus Guallar, Quick design of regular heliostat fields for commercial solar tower power plants, *Energy*, 2019, Vol. 178, P. 115 – 125.
22. Jaffe D., Friedlander S., Kearney D., The LUZ solar electric generating systems in California, *Advances in solar energy technology. Proceedings of the Biennial congress of the International Solar Energy Society*, Hamburg, Federal Republic of Germany, 1988, P. 519 – 529.
23. Geyer M., Lüpfert E., Osuna R., Esteban A., Schiel W., Schweitzer A., Zarza E., Nava P., Langenkamp J., Mandelberg E., EUROTROUGH - Parabolic Trough Collector Developed for Cost Efficient Solar Power Generation, 11th SolarPACES International Symposium on Concentrated Solar Power and Chemical Energy Technologies, Sept 4-6, 2002, Zurich, Switzerland, P.1 – 7.
24. Ari Rabl, Comparison of solar concentrators, *Solar Energy*, 1976, Vol.18, no.2., P.93 – 111.
25. Schiel, W., and Keck, T., Parabolic Dish Concentrating Solar Power (CSP) Systems, Book chapter: Chapter 9 in “Concentrating Solar Power Technology. Principles, Developments, and Applications”, Lovegrove K., and Stein W., Eds., Woodhead Publishing, 2012. P. 284 – 321.

26. Allouhi H., Allouhi A., Buker M.S., Zafar S., Jamil A., Recent advances, challenges, and prospects in solar dish collectors: Designs, applications, and optimization frameworks, *Solar Energy Materials and Solar Cells*, 2022, Vol.241, 111743.
27. Wang L., Yuan Z., Zhao Y., Guo Z., Review on Development of Small Point-Focusing Solar Concentrators, *Journal of Thermal Science*, 2019, Vol.28, P.929 – 947.
28. Abdurakhmanov A.A., Sobirov Yu.B., Mamatkosimov M.A., Abdurakhmanov Sh. A., Synchronous Software Control over 62 Heliostats for Enhancing Function Capabilities of a Big Solar Furnace, *Applied Solar Energy*, 2020, Vol. 56, P. 404 – 412.
29. Akbarov R. Yu., Paizullakhanov M.S., Characteristic Features of the Energy Modes of a Large Solar Furnace with a Capacity of 1000 kW, *Applied Solar Energy*, 2018, Vol. 54, P. 99 –109.
30. Akbarov R., Thousand kW High-Temperature Solar Furnace in Parkent (Uzbekistan) – Energetical Characteristics. Chapter in book: *Small-Scale Energy Harvesting*. Editor Prof. Reccab Manyala. Intechopen. 2019.
31. Lovegrove K., Burgess G., Pye J., A new 500 m² paraboloidal dish solar concentrator, *Solar Energy*, 2011, Vol. 85, P. 620 – 626.
32. Zayed M.E., Zhao J., Elsheikh A.H., Li W., Sadek S., Aboelmaaref M.M., A comprehensive review on Dish/Stirling concentrated solar power systems: Design, optical and geometrical analyses, thermal performance assessment, and applications, *Journal of Cleaner Production*, 2021, Vol.283, 124664.
33. Zayed M.E., Zhao J., Elsheikh A.H., Zhao Z., Zhong S., Kabeel A.E., Comprehensive parametric analysis, design and performance assessment of a solar dish/Stirling system, *Process Safety and Environmental Protection*, 2021, Vol. 146, P. 276 – 291.

34. Backes J.G., D'Amico A., Pauliks N., Guarino S., Traverso M., Lo Brano V., Life Cycle Sustainability Assessment of a dish-Stirling Concentrating Solar Power Plant in the Mediterranean area, *Sustainable Energy Technologies and Assessment*, 2021, Vol. 47, 101444.
35. Bopche S., Rana K., Kumar V., Performance improvement of a modified cavity receiver for parabolic dish concentrator at medium and high heat concentration", *Solar Energy*, 2020, Vol.209, P. 57 – 78.
36. Chongzhe Z., Yanping Z., Falcoz Q., Neveu P., Cheng Z., Weicheng S., Shuhong H., Design and optimization of a high-temperature cavity receiver for a solar energy cascade utilization system, *Renewable Energy*, 2017, Vol. 103, P. 478 – 489.
37. Craig K.J., Sootweg M., Le Roux W.G., Wolff T.M., Meyer J.P., Using CFD and ray tracing to estimate the heat losses of a tubular cavity dish receiver for different inclination angles, *Solar Energy*, 2020, Vol. 211, P. 1137 – 1158.
38. Sootweg M., Craig K.J., Meyer J.P., A computational approach to simulate the optical and thermal performance of a novel complex geometry solar tower molten salt cavity receiver", *Solar Energy*, 2019, Vol. 187, P. 13 – 29.
39. Thirunavukkarasu V., Cheralathan M., An experimental study on energy and exergy performance of a spiral tube receiver for solar parabolic dish concentrator, *Energy*, 2020, Vol. 192, 116635.
40. Loni R., Askari Asli-Areh E., Ghobadian B., Kasaeian A.B., Gorjian Sh., Najafi G., Bellos E., Research and review study of solar dish concentrators with different nanofluids and different shapes of cavity receiver: Experimental tests, *Renewable Energy*, 2020, Vol. 145, P. 783 – 804.
41. Bellos E., Bousi E., Tzivanidis Ch., Pavlovic S., Optical and thermal analysis of different cavity receiver designs for solar dish concentrators, *Energy Conversion and Management: X*, 2019, Vol. 2, 100013.

42. Bahrami M., Madadi Avargani V., Bonyadi M., Comprehensive experimental and theoretical study of a novel still coupled to a solar dish concentrator, *Applied Thermal Engineering*, 2019, Vol.151, P. 77 – 89.
43. López O., Baños A., Arenas A., On the thermal performance of flat and cavity receivers for a parabolic dish concentrator and low/medium temperatures, *Solar Energy*, 2020, Vol. 199, P. 911 – 923.
44. Bopche S., Rana K., Kumar V., Performance improvement of a modified cavity receiver for parabolic dish concentrator at medium and high heat concentration, *Solar Energy*, 2020, Vol. 209, P. 57 – 78.
45. Thirunavukkarasu V., Vivek U. Nair, Tiwari K., Cheralathan M., Experimental investigation on thermal performance of cavity receiver integrated with short-term thermal energy storage for a solar parabolic dish concentrator, *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, 2022, Vol. 147, P. 741–752.
46. Kasaeian A., Kouravand A., Amin Vaziri Rad M., Maniee S., Pourfayaz F., Cavity receivers in solar dish collectors: A geometric overview, *Renewable Energy*, 2021, Vol. 169, P. 53 – 79.
47. Basem A., Moawed M., H. Abbood M.Y., El-Maghlany W.V., The energy and exergy analysis of a combined parabolic solar dish – steam power plant, *Renewable Energy Focus*, 2022, Vol. 41, P. 55 – 68.
48. Farber I., Davis B.I. Analysis of large aperture parabolic mirrors for solar furnaces, *Journal of the Optical Society of America*, 1957, Vol.47, no.3, P.216 – 220.
49. Simon A., Calculation of the solar energy concentration in the focal spot of a parabolic reflector, *The journal of solar energy science and engineering*, 1968, Vol.2, no.2, P.25 – 28.
50. Hukuo N., Mii H, Desing problem of a solar furnaces, *The journal of solar energy science and engineering*, 1957, Vol.1, no.23, P.99 –102.

51. Silvern D.H. An analysis of mirror accuracy requirements for solar power plants, Space Power Systems, Acad. Press, New-York, 1961, P.111 – 128.
52. Jeter S.M, The distribution of concentrated solar radiation in paraboloidal collectors, Journal of Solar Energy Engineering, 1986, Vol.108, 219 – 225.
53. Arjun Singh Kopal Krishnaswami, Reyhaneh Loni, Gholamhassan Najafi, Sendhil Kumar Natarajan, Prediction of focal image for solar parabolic dish concentrator with square facets—an analytical model, Environmental Science and Pollution Research, 2023, Vol. 30, P. 20065–20076.
54. Mohamed E. Zayed, Jun Zhao, Ammar H. Elsheikh, Wenjia Li, Mohamed Abd Elaziz, Optimal design parameters and performance optimization of thermodynamically balanced dish/Stirling concentrated solar power system using multi-objective particle swarm optimization, Applied Thermal Engineering, 2022, Vol. 178, 115539.
55. Jian Yan, YouDuo Peng, YongXiang Liu, Wind load and load-carrying optical performance of a large solar dish/Stirling power system with 17.7 m diameter, Energy, 2023, Vol.283, 129207.
56. Delatorre J., Baud G., Be'zian J.J. and other, Monte Carlo advances and concentrated solar applications, Solar Energy. 2014, Vol.103, P. 653 – 681.
57. Yang S., Wang J., Lund P.D., Jiang C., Liu D., Assessing the impact of optical errors in a novel 2-stage dish concentrator using Monte-Carlo ray-tracing simulation, Renewable Energy, 2018, Vol. 123, P. 603 – 615.
58. Li S., Xu G., Luo X., Quan Y., Ge Y., Optical performance of a solar dish concentrator/receiver system: Influence of geometrical and surface properties of cavity receiver, Energy, 2016, Vol. 113, P. 95 –107.
59. Xu H., Xu C., Li S., Zhang Z., Liu Y., Xin T., Yang Y., A beam-down solar concentrator with a fixed focus — Design and performance analysis, Solar Energy, 2022, Vol. 241, P. 428 – 436.

60. Xiao L., He S., Zu-Guo Shen , Shuang-Ying Wu, Zhi-Li Chen, Wind-induced convective heat loss of cylindrical receiver considering the effect of dish concentrator, *Renewable Energy*, 2022, Vol. 182, P. 900 – 912.
61. Antonio Marra A., Massimo Santarelli,¹ and Davide Papurello^{1,2}, Solar Dish Concentrator: A Case Study at the Energy Center Rooftop, *International Journal of Energy Research*, 2023, 9658091.
62. Du-Zhong Nie, You-duo Peng, Jian Yan, Cheng-ji Mi, Yong-Xiang Liu, Yong Tian, Improvement in the Flux Uniformity of the Solar Dish Concentrator System through a Concave Quartz Window, *International Journal of Photoenergy*, 2020, 2421391.
63. Jian Yan, Yong-Xiang Liu, You-Duo Peng, Study on the optical performance of novel dish solar concentrator formed by rotating array of plane mirrors with the same size, *Renewable Energy*, 2022, Vol.195, P. 416 – 430.
64. Hyunjin Lee, The geometric-optics relation between surface slope error and reflected ray error in solar concentrators, *Solar energy*, 2014, Vol.101, P.299 – 307.
65. Cooper T, Dähler F., Ambrosetti G., Pedretti A., Steinfeld A. Performance of compound parabolic concentrators with polygonal apertures, *Solar Energy*, 2013, Vol. 95, P. 308 – 318.
66. Kolli Harish Kumar, Desiredy Shashidhar Reddy, Malay Karmakar, Optical modeling of a cylindrical-hemispherical receiver for parabolic dish concentrator, *Environmental Science and Pollution Research*, 2023, Vol. 30, P. 63121–63134.
67. Adrian Barbu, Song-Chun Zhu, Monte Carlo Methods, 1st ed., Springer, 2020, 421 p.
68. Francis Jenkins, Harvey White, Fundamentals of Optics, 4th Edition, McGraw-Hill Higher Education, 1976, 727 p.
69. Borovikov V.A., Kinber B.Ye, Geometrical Theory of Diffraction, 1994, 408p.

70. Gaevski A.Yu., Ushkalenko O.V., Calculation of the power distribution of electromagnetic radiation in the solar concentrators, 2014, no.23, P.35 –39.
71. Гаєвський О.Ю. Розрахунок потоку випромінювання в сонячних концентраторах в наближенні дотичної площини, Відрновлювана енергетика, 2013, no.3, С. 30 – 33.
72. Гаевский А.Ю. Посегментний метод розрахунку розподілу інтенсивності випромінювання в сонячних концентраторах, Матеріали XIII Міжнародної науково-практичної конференції “Відновлювана енергетика XXI століття”, 10 –14 вересня 2012р, смт. Миколаївка, АР Крим, С.165 –172.
73. Ross McCluney, Introduction to Radiometry and Photometry, Second Edition, Artech house, 2014, 447 p.
74. Michael Bukshtab, Photometry, Radiometry and Measurements of Optical Losses, Second Edition, Springer, 2019, 775 p.
75. Сиворакша В.Ю. Золотько К.Є. та ін. Теплові розрахунки геліосистем, Дніпропетровськ, 2003, 124 с.
76. Robert Siegel, John R. Howell, Thermal radiation heat transfer. Volume III. Radiation transfer with absorbing, emitting and scattering media, 2017, 372 p.
77. Stanislav Masalykin, Lyudmila Knysh, Construction of a mathematical model and approximate analytical solution to the problem of energy exchange in the “Sun – Paraboloid concentrator – heat receiver» system, Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2023, Vol. 2023, №3/8, P. 37 – 45.
78. Peatross, J., Ware, M. Physics of Light and Optics. Provo, Utah, USA, 2021, 340 p.
79. Grant R. Fowles, Introduction to Modern Optics (Dover Books on Physics), 2nd Edition, Rinehart and Winston, Inc., New York, 1975, 336 p.
80. Spiros Kitsinelis, Spyridon Kitsinelis, Light Sources. Basics of Lighting Technologies and Applications, 2nd Edition, CRC Press, 2017, 295 p.

81. Mazur P. Determination of focusing properties of solar collectors by an integral formula, Solar energy, 1962, Vol.6, no.1, P.23 – 26.
82. Dresser D. Elements of solar collector design, Institute for advanced study paper, 1961, no. 61-24, 23 p.
83. Knysh L., Comprehensive mathematical model and efficient numerical analysis of the design parameters of the parabolic trough receiver, International Journal of Thermal Sciences, 2021, 162, 106777.
84. Книш Л.І., Масаликін С.С. Метод статистичного моделювання для розрахунку задач концентрації сонячного випромінювання. Збірник тез XXIII Міжнародної молодіжної науково-практичної конференції «Людина і космос», 14-16 квітня 2021р., С.75.
85. Jose P., The flux through the focal spot of a solar furnaces, The journal of solar energy science and engineering, 1957, Vol.1, no.4, P.19 – 22.
86. Stoudenets, V., Slavinska K. Numerical calculation of parabolic and parabolic through concentrator parameters for the solar power system based on Stirling engine. Vidnovluvana energetika, 2019, Vol.56, no.1, P. 36 – 44.
87. Масаликін С.С., Книш Л.І. Алгоритм Монте-Карло для розрахунку переносу випромінювання в системі «Сонце – параболоїдний концентратор – теплоприймач», Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій, 2021, Т.33, №1, С. 114 –125.
88. Adel N. Boules, Fundamentals of Mathematical Analysis, Oxford University Press, United Kingdom, 2021, 457 p.
89. Barbu A., Song-Chun Z. Monte Carlo Methods. Singapore, 2020, 422 p.
90. Масаликін С.С., Книш Л.І. Алгоритм розрахунку променевого переносу в системах концентрації сонячного випромінювання. Тези доповідей XIX Міжнародної науково-практичної конференції “Математичне та програмне

забезпечення інтелектуальних систем”, м. Дніпро, 17 – 19 листопада 2021р, С. 134.

91. Масаликін С.С., Книш Л.І. Моделювання енергетичних втрат при розфокусуванні сонячних параболоїдних концентраторів. Відроджена енергетика, 2022, №2(69), С.26 – 31.

92. Joseph K. Blitzstein Jessica Hwang, Introduction to Probability, CRC Press, Taylor&Francis Group, 2019, 589 p.

93. Thomas A., Guven H., Parabolic trough concentrators – design, construction and evaluation, Energy Conversion and Management, 1993, Vol. 34, no.5, P. 401 – 416.

94. Cooper T., Steinfeld A. Derivation of the angular dispersion error distribution of mirror surfaces for Monte Carlo ray – tracing applications, Journal of Solar Energy Engineering, Transactions of the ASME, 2011, Vol. 133, no.4, 044501.

95. Karim M., Naamane S., I. El Amrani EL Hassani, Delord C., Belcadi S., Tochon P., Bennouna A., Towards the prediction of CSP mirrors wear: Methodology of analysis of influencing parameters on the mirrors surface degradation: Application in two different sites in Morocco, Solar Energy, 2014, Vol. 108, P. 41 – 50.

96. Gü'ven H., Bannerot R., Derivation of universal error parameters for comprehensive optical analysis of parabolic troughs, Journal of Solar Energy Engineering, 1986, Vol.108, no.4, P.275 – 281.

97. Meiser S., Schneider S., Lüpfer E., Schiricke B., Pitz-Paal R., Evaluation and assessment of gravity load on mirror shape and focusing quality of parabolic trough solar mirrors using finite-element analysis, Applied Energy, 2017, Vol. 185(2), P. 1210 – 1216.

98. Philipp Hennig, Michael A. Osborne, Hans P. Kersting, Probabilistic Numeric. Computation as Machine Learning. Cambridge University Press, 2022, 410 p.

99. Knysh L. Modeling of energy characteristics of parabolic concentrators based on Monte Carlo ray tracing method, *Applied Solar Energy*, 2021, Vol.57, no. 5, P.413 – 419.
100. Johnston G., On the Analysis of Surface Error Distributions on Concentrated Solar Collectors, *Journal of Solar Energy Engineering*, 1995, Vol.117, no.4, P.294 – 296.
101. Jian Yan, Yong-Xiang Liu, You-Duo Peng, Study on the tracking error and focused spot trajectory characteristics of the dish concentrator under the azimuth axis tilt error, *Energy Reports*, 2022, Vol.8, P. 15234 –15248.
102. YongXiang Liu, Jian Yan, XinYi Xie, YouDuo Peng, DuZhong Nie, Improving the energy distribution uniformity of solar dish collector system under tracking error using a cavity receiver position adjustment method, *Energy*, 2023, Vol.278, Part A, 127876.
103. Yongxiang Liu, Jian Yan, Youduo Peng, Yong Tian, Effect of the shafting nonorthogonal error on the tracking performance of solar dish concentrator system, *International Journal of Energy research*, 2021, Vol.45, no.12, P. 18182 –18193.
104. Yongxiang Liu, Youduo Peng, Jian Yan, Effect of the Azimuth Axis Tilt Error on the Tracking Performance of a Solar Dish Concentrator System, *Energies* 2022, Vol.15, no.9, 3261.
105. Масаликін С.С., Книш Л.І. Моделювання ефекту розфокусування в системах концентрації сонячного випромінювання, Тези доповідей XX Міжнародної науково-практичної конференції “Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем”, м. Дніпро, 23 –25 листопада 2022, С. 137.
106. Волонтир Л.О., Зелінська Л.В., Потапова Н.А., Чіков І.А., Чисельні методи, Вінниця, ВНАУ, 2020, 322 с.

107. Книш Л.І., Масаликін С.С., Юрков Р.С., Борисенко А.Г. Мультифізична математична модель тепломасообміну в системі прийому та акумулювання сонячної енергії, Збірник тез Міжнародної науково-технічної конференції «Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні – ІТММ'2022», м. Дніпро, 18 травня 2022 р., С. 123 –126.
108. Масаликін С.С., Книш Л.І. Розробка узагальненого підходу до моделювання переносу сонячного випромінювання в системі “Сонце – концентратор – теплоприймач”, Тези доповідей XXI Міжнародної науково-практичної конференції “Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем”, м. Дніпро, 22 –24 листопада 2023р. С. 204 – 205.
109. Vittal P.R. Analytical Geometry 2D and 3D. Pearson India, 2013, 890 p.
110. Klenke A., Probability Theory: A Comprehensive Course. Mainz, Germany, 2014, 638 p.
111. Cinlar E., Probability and Stochastics. New York, USA, 2011, 558 p.
112. Walter Rudin, Principles of Mathematical Analysis, 3rd edition, McGraw Hill, 2017, 352 p.